Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина Российской академии наук
(ИФВД РАН)

На правах рукописи

ЩЕЛКАЧЕВ НИКОЛАЙ МИХАЙЛОВИЧ

Неравновесные флуктуации, критические явления и квантовый транспорт в композиционных наноструктурах

Специальность: 01.04.07 – Физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2019

Оглавление

Введение 3
Актуальность . . . 3
Цель диссертационной работы . . . 4
Научная новизна диссертационной работы . . . 4
Основные результаты диссертации, выносимые на защиту . . . 6
Фундаментальная значимость . . . 7
Практическая значимость . . . 11
Апробация работы . . . 11
Публикации . . . 14
Структура и объём диссертации . . . 15
Работы выносимые на защиту . . . 20

1. Квантовый транспорт в гибридных наноструктурах 24
1.1. Введение к главе 1 . . . 24
1.2. Квантовое и классическое биномиальное распределение для статистики переноса электронов в когерентном проводнике . . . 36
1.3. Транспортные свойства андреевских квантовых точек . . . 42
1.4. Массивы джозефсоновских контактов . . . 48
1.5. Выводы к главе 1 . . . 66

2. Квантование фотонов и плазмонов, локализованных в неравновесной среде 68
2.1. Введение к главе 2 . . . 68
2.2. Спазер: квантовые флуктуации и запутывание . . . 71
2.3. Механические напряжения внутри плазмонной метамолекулы: квантовые флуктуации и квазиконтинум мультипольных плазмонов . . . 78
2.4. Плазмонная метамолекула: аномальное сужение спектральной линии в режиме сильной диссипации вдали от равновесия . . . 90
2.5. Выводы к главе 2 . . . 102

3. Взаимовлияние электронных корреляций и сегнетоэлектричества в гранулированных наноструктурах: 104
3.1. Введение к главе 3 . . . 104
3.2. Влияние сегнетоэлектричества на квантовый электронный транспорт в одноэлектронном транзисторе в режиме сильной кулоновской блокады: теория среднего поля . . . 110
3.3. Одноэлектронное туннелирование через медленный диэлектрик . . . 127
3.4. Эффект памяти в сегнетоэлектрическом одноэлектронном транзисторе: нарушение периодичности кондактанса по напряжению затвора . . . 153
3.5. Динамический подход к электронному транспорту в одноэлектронном транзисторе с активным диэлектриком . . . 180
3.6. Выводы к главе 3 . . . 208

4. Перегрев и переохлаждение в квантовых и классических композитных структурах вдали от равновесия 210
4.1. Введение к главе 4 . . . 210
4.2. Иерархическая релаксация энергии в мезоскопических туннельных переходах . . . 214
4.3. Универсальность и квантование отношения мощности тока к производству тепла в единицу времени в наногранулированых системах . . . 221
4.4. Перенос тепла в цепочке квантовых точек вдали от равновесия . . . 234
4.5. Выводы к главе 4 . . . 252

5. Неравновесные флуктуации в низкоразмерных наносистемах 253
5.1. Введение к главе 5 . . . 253
5.2. Кинетика электронов в низкоразмерных системах: функциональный интеграл и неабелева теории поля . . . 257
5.3. Неравновесные флуктуации и $\mathcal{PT}$- симметрия . . . 278
5.4. Нагрев электронной жидкости в неравновесных условиях: фермионные и бозонные температуры . . . 287
5.5. Неравновесная теория Гинзбурга-Ландау . . . 295
5.6. Выводы к главе 5 . . . 302

Заключение 304

Литература 360

Введение

Актуальность

Большинство активно изучаемых в настоящее время современных материалов связаны с нанотехнологиями. Речь прежде всего идет о наногранулированных и низкоразмерных (сверх)проводниках, магнетиках и сегнетоэлектриках, мультиферроиках, квантовых мезоскопических гибридных системах и контактах. Интерес к таким системам связан с двумя обстоятельствами. Первым, несомненно, является интерес к фундаментальным проблемам квантового транспорта, нетривиальным проявлениям интерференции, квантовой статистики частиц и т.д., которые в мезоскопических наносистемах, на пересечении микроскопических и макроскопических масштабов проявляются особенно ярко. Вторым обстоятельством является возможность технологического использования мезоскопических материалов и приборов на их основе и, как следствие, большое количество экспериментальных работ, что позволяет тщательно сравнивать теорию с экспериментом.

Характерным масштабом длины, на котором становятся существенными квантовые корреляции, является длина сбоя фазы частицы L_ϕ. Можно сказать, что макроскопический образец состоит из мезоскопических областей порядка L_ϕ, интерференция внутри которых определяет свойства макрообъекта. С другой стороны, развитее экспериментальных методов позволило настолько уменьшить размер L, исследуемых систем, что стало возможным выполнение неравенства $L < L_\phi$. Такие системы называют мезоскопическими, соответствующая область науки называется мезоскопикой. Именно при рассмотрении таких систем возникает много новых эффектов, связанных с квантовой природой электрона.

Классическую или квантовую систему можно считать сильнонеравновесной, если большинство ее свойств нельзя описывать в рамках теорий линейного отклика. Важной фундаментальной проблемой, которой посвящена диссертация, является исследование в открытых наносистемах взаимовлияния механизмов интерференции, электронных корреляций, квантового транспорта вдали от равновесия и механизмов обмена энергией.

Цель диссертационной работы

Установление новых закономерностей между механизмами квантового транспорта, тепловым балансом и коллективной динамикой в гибридных наносистемах, состоящих из квантовых точек, наногранул, мезоскопических контактов, метамолекул или массивов таких систем (такие системы мы называем далее “композитными”) на основе теоретических и вычислительных исследований.

Научная новизна диссертационной работы

1) Разработан и систематически проанализирован метод расчета статистики переноса заряда в квантовых проводниках. Показано, что корреляторы высоких порядков, определенные из полученных ранее квантовой и классической биномиальных функций распределения, для электронов в квантовом проводнике могут быть измеримыми величинами при различных способах измерения.

2) Впервые теоретически показано, что имеется возможность манипулирования отдельным спином в сверхпроводящем контакте с дискретным спектром андреевских уровней за счет взаимосвязи между спином и сверхпроводящим током.

3) Разработана новая методика, позволяющая проверить нарушение неравенств Белла в гибридных наносистемах с углеродными нанотрубками на основе дробового шума.

4) Предложен новый метод исследования электронного транспорта в гибридных сверхпроводящих контактах в квантующем магнитном поле.

5) Предложен способ “фильтрации” спинового и зарядового тока с помощью сверхпроводящего гибридного контакта.

6) Проведен анализ метастабильных состояний андреевских квантовых точек, и их приложений для спиновых манипуляций и квантовых вычислений.

7) Разработан новый метод расчёта на основе графов квантового транспорта в массивах сверхпроводящих контактов вдали от равновесия. Продемонстрирована высокая эффективность метода на примере массивов SNS контактов в некогерентном режиме.

8) Разработан и проанализирован метод расчета электронного транспорта в гибридных системах ферромагнетик-сверхпроводник с учетом доменной структуры ферромагнетика.

9) На основе метода функционального интегрирования разработана новая методика вычисления вклада сверхпроводящих флуктуаций в кинетические коэффициенты сверхпроводников вдали от равновесия.

10) Впервые показана взаимосвязь неравновесных сверхпроводящих флуктуаций, электронного транспорта и PT-симметрии в сверхпроводящих слабых связях.

11) Разработан общий подход для количественного описания электронных и тепловых токов в двумерных сверхпроводниках вдали от режима равновесия. Показано, что различные электронные подсистемы, одночастичные возбуждения, электронно-дырочные возбуждения и куперовские пары приобретают различные эффективные температуры: T_{e}, T_{eh} и T_{Cp}. Можно экспериментально управлять температурой этих подсистем и in-situ переключать их между «холодным» и «горячим» состояниями.

12) Разработан новый подход на основе низкоэнергетического келдышевского действия с неабелевыми калибровочными полями для исследования кинетики электронов в низкоразмерных проводниках в магнитном поле вдали от равновесия с учетом электрон-электронного взаимодействия в синглетном и триплетном каналах.

13) Предложен новый метод исследования электронного транспорта и теплового баланса в гранулированных проводниках вдали от равновесия.

14) Впервые теоретически показано, что эффекты кулоновской блокады могут обеспечивать взаимосвязь магнитных, электростатических и транспортных свойств гранулированных наносистем, включающих ферромагнитные и ферроэлектрические компоненты.

15) Впервые показано, что взаимовлияние эффектов кулоновской блокады и спонтанной поляризации сегнетоэлектриков может приводить к неоднозначности (эффектам памяти) транспортных свойств гранулированных наносистемах.

16) Разработан новый подход, показывающий важность неравновесных квантовых флуктуаций в оптике усиливающих плазмонных структур.

17) Впервые рассчитаны силы взаимодействия между компонентами метамолекул. Показано, что вдали от равновесия они могут проявлять нетривиальные свойства, в частности, иметь узкие лакуны в определенной области расстояний.

18) Впервые показано, что в квантовой оптике понятие боголюбовских квазисредних может быть распространено на сильно неравновесную систему с несколькими метастабильными состояниями, и неравновесные квазисреднии играют ключевую роль в приложениях метода динамического Монте-Карло на квантовых траекториях в таких системах.

19) Впервые показано, используя метод динамического Монте-Карло и неравновесных квазисредних, что в метамолекулах с большой степенью диссипации спектральная линия люминесценции за счет неравновесных квантовых флуктуаций может значительно сужаться.

Основные результаты диссертации, выносимые на защиту:

1) Метод исследования электронного транспорта в гибридных сверхпроводящих контактах, основанный на квазиклассических траекториях и матрицах рассеяния. Результаты расчетов электронного транспорта в гибридных сверхпроводящих контактах в квантующем магнитном поле.

2) Результаты расчётов, показывающие взаимосвязь эффектов запутанности степеней свободы носителей заряда и дробового шума.

3) Метод графов и результаты исследования квантового транспорта в массивах сверхпроводящих контактов вдали от равновесия в некогерентном режиме.

4) Методика вычисления вклада неравновесных флуктуаций в кинетические коэффициенты на основе функционального интеграла.

5) Подход на основе низкоэнергетического келдышевского действия (нелинейной сигма-модели) с неабелевыми калибровочными полями для исследования кинетики электронов в низкоразмерных проводниках вдали от равновесия с учетом электрон-электронного взаимодействия в синглетном и триплетном каналах.

6) Метод исследования электронного транспорта и теплового баланса в гранулированных проводниках вдали от равновесия.

7) Методика вычисления и результаты теоретических расчётов, показывающие, что кулоновское взаимодействие обеспечивает взаимосвязь магнетизма, ферроэлектричества и электронного транспорта в гранулированных наносистемах.

8) Подход на основе метода Монте-Карло на квантовых траекториях и результаты расчётов, показывающие ключевую роль неравновесных флуктуаций в метамолекулах.

Все результаты диссертационной работы получены впервые, её выводы обоснованы надежностью применявшихся аналитических методов и согласием с данными физических экспериментов и других теоретических исследований.

Личный вклад автора состоит в формулировке цели и задач исследования, в разработке теоретических моделей и методов расчета, разработке методов обработки данных экспериментов, анализе и сравнении результатов теоретических, вычислительных и экспериментальных исследований, руководстве программой теоретических и численных исследований. Все основные результаты получены автором лично или при непосредственном участии.

Фундаментальная значимость

Один из основных вопросов современной наноэлектроники и физики наносистем — контроль температуры при прохождении электрического тока. Принято считать, что джоулево тепло выделяется на сопротивлении. Это действительно так в “классических” системах при протекании электрического тока, когда проводимость — локальная функция. Термин “классическая система” означает, что напряжение существенно меняется на масштабах много больших длинны сбоя фазы (или длины энергетической релаксации) электрона. Механизмы образования джоулева тепла в классических системах довольно хорошо изучены, чего нельзя сказать про квантовые системы. Нетривиальной характерной особенностью квантовой наносистемы выступает нелокальность проводимости, и, как следствие, нелокальность генерации тепла током. В этом случае сопротивление обусловлено рассеянием носителей заряда в определенной области системы, через которую течет ток, а диссипация энергии с выделением джоулева тепла происходит вдалеке от рассеивателя, например, в глубине электродов. Это происходит, например, в точечных (и туннельных) квантовых контактах, когда ровно половина джоулева тепла выделяется в объеме левого электрода, а друга половина – в правом электроде (температуры электродов предполагаются равными). Важной задачей является понимание фундаментальных механизмов диссипации энергии в квантовых наноструктурах при

прохождении электрического тока и оптимизация режима охлаждения. Было бы естественно исследовать в квантовых наносистемах с сильными электронными корреляциями возможность квантования тепловых потерь. Такая ситуация в некотором смысле реализуется в гранулированных проводниках в режиме кулоновской блокады, когда основной вклад в ток дают процессы неупругого котуннелирования. Квантовый режим в такой системе реализуется, когда электростатическая энергия одного избыточного электрона на грануле значительно больше напряжения и температуры гранул, а сопротивление туннельных контактов между гранулами и между гранулами и электродами много больше кванта сопротивления. В диссертации показано, что тогда в каждой грануле в единицу времени выделяется одинаковая универсальная доля джоулева тепла, равная $1/(n+1)$, где n число гранул в цепочке. В каждом из контактов выделяется ровно половина этой доли тепла.

В общем случае, композиционные гранулированные материалы отличает сложная, неоднородная и обычно случайная структуру на микроскопических (атомных) масштабах, которую, однако, можно учесть усреднено на больших масштабах в рамках низкоэнергетических теорий, где микроскопические свойства материала учтены в группе симметрий действия и в коэффициентах (которые, в свою очередь, тоже могут самосогласованно зависеть от функций распределения мягких мод в системе). В рамках единого метода, основанного на описании неравновесной динамики мягких степеней свободы системы с помощью техники Келдыша, найдены подходы к описанию кинетики широкого класса классических и квантовых композитных систем. Для исследования транспортных свойств одноэлектронных транзисторов с активными диэлектриками в туннельных контактах разработан новый метод, позволяющий изучать квантовую динамику электронов и активных диэлектриков в реальном времени.

Макроскопические ферроэлектрические и ферромагнитные системы, также как и мультиферроики, исследуются уже более 100 лет и успешно используются в многочисленных приложениях. В последнее время тематика, связанная с ферромагнетизмом и ферроэлектричеством, вновь стала одним из самых актуальных направлений исследований. Дело в том, что нано-ферроэлектрики и нано-ферромагнетики на наномасштабах имеют свойства совсем не такие, как макроскопические образцы. Особенно это проявляется в гибридных наносистемах, комбинирующих ферромагнетизм и ферроэлектричество, к тому же при наличии сильных электронных корреляций, которые были исследованы в рамках диссертации. Связь между электронным транспортом, ферроэлектичством и ферромагнетизмом здесь гораздо сильнее, чем в большинстве объемных однородных систем. Кроме того, что наиболее важно, этой связью можно эффективно управлять. Здесь следует отметить, что интерес к этим системам вызван

не только новой физикой, но также высоким промышленным потенциалом, связанным, например, с возможностью создания нового поколения ячеек компьютерной памяти, уникальных детекторов и т.д. Один из ключевых вопросов физики гибридных ферроэлектро-наносистем, это — внешний контроль их физических свойств. В настоящее время существует как минимум два принципиально различных подхода для решения этой задачи. Первый основан на влиянии спин-поляризованного электрического тока на магнитную систему, через которую он течет. Второй предполагает использование электрического поля для влияния на магнитную подсистему — через эффекты магнито- и электрострикции в композитных системах ферромагнетик/ферроэлектрик или кристаллах мультиферроиков, или через эффекты аккумуляции зарядов на границе слоистых систем ферромагнетик/ферроэлектрик. Здесь разработан новый подход — использовать «наноконденсаторы», подводя контакты к наноферроэлектрикам, аналогично тому, как это делается сейчас в наноэлектронике. В этом случае, возникает сильная обратная связь: заряды, наведенные ферроэлектриками, начинают сильно взаимодействовать с электронами проводимости в контактах. Усиливается этот эффект еще и тем, что на наноконденсаторах проявляются эффекты квантования заряда («кулоновская блокада»). Показано, что наиболее интересные эффекты возникают в композитных системах с магнитными и ферроэлектрическими компонентами, когда кулоновская блокада выступает в роли своеобразного «квантового клея», который связывает ферроэлектричество и магнетизм. В диссертации исследован этот новый механизм взаимодействия электрического поля и магнитной подсистемы. Показано, что данный эффект характерен не только для гранулированных систем, но также для слоистых систем ферромагнетик/ферроэлектрик и в джозефсоновских контактах, где вместо изолятора выступает ферроэлектрик. Предложен новый класс мультиферроиков — композитные мультиферроики. Это материалы, в которых магнетизм и ферроэлектричество взаимодействуют между собой посредством сильных электронных корреляций. Типичный пример – наногранулы, внедренные в ферроэлектрическую матрицу. Показано, что в композитных мультиферроиках может наблюдаться обратный фазовый переход, когда парамагнитная фаза оказывается ниже по температуре, чем ферромагнитная. Результаты должны быть интересны для решения различных проблем в физике магнитных и сегнетоэлектрических систем и в приложениях, ориентированных на перспективные системы компьютерной памяти.

В теории электронного транспорта обычно предполагается, что диэлектрическая проницаемость изолятора является постоянной, не имеющей частотной дисперсии. Если отказаться от этого предположения и учесть динамику поляризации в туннельных контактах, то возникнет много неожиданных ранее неизученных интересных эффектов.

Например, если речь идет о туннельных контактах одноэлектронного транзистора, то из-за быстро меняющихся случайных электрических полей, наведенных туннелирующими электронами, окажется, что кулоновские пики кондактанса меняют свою форму. Вольтамперная характеристика имеет гистерезис, так что $I(V) \neq I(-V)$. Также период осцилляций кондактанса как функции напряжения на затворе сильно зависит от поляризации диэлектрика (и его характерных времен релаксации) в туннельном контакте между затвором и металлической гранулой одноэлектронного транзистора.

Разработана теория электронного транспорта в сверхпроводящих композитных структурах: массивы контактов сверхпроводник (S) – нормальный металл (N) (или, например, ферромагнетик) (SNS). Основной акцент сделан на так называемые массивы «длинных» контактов, так как теория таких систем все еще недостаточно хорошо развита, и в последнее время делается немало экспериментов в этой области. Это значит, что в таких системах характерные размеры нормальной области контактов значительно превышают характерный масштаб спадания волновой функции куперовских пар вглубь нормального металла, но меньше соответствующей длинны энергетической релаксации электронов. В этом случае в термодинамическом равновесии эффект близости между сверхпроводниками почти полностью подавлен (например, стационарный эффект Джозефсона экспоненциально мал по размеру нормальных областей). Известно, что в неравновесном случае, когда между сверхпроводниками длинного SNS контакта имеется конечная разность потенциалов, эффект близости как бы восстанавливается: в вольтамперной характеристике появляются субгармонические особенности, связанные с многократным андреевским отражением (MAP) боголюбовских квазичастиц от NS границ. MAP в сверхпроводящих контактах, о которых выше шла речь, принято называть некогерентным, так как эффекты, связанные с интерференцией волновых функций боголюбовских квазичастиц в нормальном металле, не дают вклада в электронный транспорт (в отличие от обычного эффекта Джозефсона в «коротких» сверхпроводящих контактах). Нами разработан надежный новый подход, позволяющий решить задачу о неравновесном квантовом транспорте в массивах сверхпроводящих контактов — как аналитически, так и численно, что открывает новые перспективы для анализа сверхпроводящих композитных систем на кинетическом уровне. Эксперименты подтвердили правильность построенной теории.

Разработаны новые подходы к решению задачи о спиновом и зарядовом транспорте в мезоскопических сверхпроводящих контактах. Исследовано влияние эффектов конкуренции сверхпроводимости и ферромагнетизма на физические величины, характеризующие сверхпроводящие ферромагнитные контакты (СФК). Результаты исследований играют важную роль в приложениях таких систем в качестве ключевых элементов

классических и квантовых компьютеров.

Найденная физическая аналогия между неравновесными флуктуациями в электронных мезоскопических системах и плазмонных (фотонных) метамолекулах, подверженных внешней накачке, будет полезна для различных областей физики конденсированного состояния и будет стимулировать теоретические и экспериментальные исследования в смежных областях физики неравновесных и диссипативных систем, химической физики, квантовой оптике и физике новых материалов.

Практическая значимость

Композиционные композитные наносистемы обладают большим потенциалом для создания материалов с новыми оптическими, транспортными, электрическими или магнитными свойствами. Разработанные методы расчёта квантового транспорта и корреляционных функций могут использоваться для приложений в области электроники нового поколения, создания ключевых элементов квантовых компьютеров и устройств квантовой передачи данных.

Результат диссертационной работы представляет собой решение актуальной для физики конденсированного состояния научной проблемы, включая разработки новых методов и подходов для анализа коллективной динамики, корреляций, механизмов квантового транспорта, и теплового баланса в гибридных наносистемах.

Апробация работы

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на ряде конференций и семинаров. Список избранных докладов:

1) Всероссийская конференция с международным участием «Кристаллизация: компьютерные модели, эксперимент, технологии» (КРИС-2019), Ижевск, апрель 2019.

2) XIX всероссийская школа-семинар по проблемам физики конденсированного состояния вещества (СПФКС-19), Екатеринбург 15-22 ноября 2018г.

3) Конференция "Проблемы физики твердого тела и высоких давлений 15.09.2018 по 19.09.2018, г. Сочи, в пансионат "Буревестник".

4) VI международный симпозиум по сильно нелинейным фононным и электронным эффектам в твердых телах, Тарту, Естония, 27 апреля-1 мая 2018г.

5) Международная конференция “Низкоразмерные материалы: теория, моделирование, эксперимент” (LDM-2018), с 08.07.2018 по 13.07.2018, г. Дубна, Объединенный институт ядерных исследований.

6) XXII международный симпозиум по наноструктурам, 12 – 15 марта 2018 г., Нижний Новгород.

7) XXI международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», 12 марта по 16 марта 2017, г. Нижний Новогород, Институт физики микроструктур Российской академии наук (ИФМ РАН).

8) СПФКС (Екатеринбург), ноябрь 2017г.

9) XIX международном симпозиуме «Нанофизика и наноэлектроника», 13 марта по 18 марта 2016, г. Нижний Новгород, Институт физики микроструктур Российской академии наук (ИФМ РАН).

10) Семинар теоретического отдела Физического института им. П.Н. Лебедева, 26.01.2016

11) XVIII международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника» с 9 марта по 14 марта 2014, г. Нижний Новгород, Институт физики микроструктур Российской академии наук (ИФМ РАН).

12) XV Всероссийская Конференция молодых ученых «Проблемы физики твердого тела и высоких давлений», 17.09.2016 по 19.09.2016, г. Сочи.

13) International Workshop on Magnetism and Superconductivity at the Nanoscale, Comaruga-2011, Испания, Июль 1-4 2011.

14) Конференция МФТИ 2016, приглашенный доклад.

15) 13-ый Российский симпозиум "Фундаментальные основы атомистического многомасштабного моделирования с 16.08.2016 по 27.08.2016.

16) International Workshop on Magnetism and Superconductivity at the Nanoscale, Comaruga-2014, Испания, Июль 2-5 2014.

17) XIV Всероссийская школа-семинар по проблемам физики конденсированного состояния вещества (СПФКС-15), 15 ноября по 20 ноября 2014г., Институт физики металлов УрО РАН г. Екатеринбург.

18) Конференция МФТИ 2015.

19) Международная конференция, MTI Superconductor--Insulator Transition Workshop, 2010, Аргонская национальная лаборатория, США.

20) Международная конференция, Central European Workshop on Quantum Optics, Бельгия, 2014г.

21) Международная конференция, Quantum Noise in Mesoscopic Physics, Дельфт, Нидерланды, 2006г.

22) Международная конференция, Interaction and Interference in Nanoscopic Transport, Дрезден, Германия, 2008г.

23) Международная конференция, Physics of Nanoscale Superconducting Heterostructures, Лейден, Нидерлады, 2007г.

24) Международная конференция, Low Temperature Physics (LT-25), Амстердам, Нидерланды, 2008г.

25) 34 совещание по физике низких температур, Екатеринбург 2006г.

26) Международная конференция, “Сверхпроводимость и наномагнетизм”, Кишинев, Молдавия, 17-20 сентября 2009г.

27) Международная конференция с элементами научной школы для молодежи «Нанофизика и наноэлектроника» “Мезоскопические структуры в фундаментальных и прикладных исследованиях”, 20 июня- 26 июня, 2010 Эрлагол, Горный Алтай.

28) Международная конференция, NATO Advanced Research Workshop (June 8 - June 12, 2003), Coherent charge and spin transport on a nanoscale, Черноголовка.

29) Международная конференция, Fundamentals of electronic nanosystems (НаноПитер 2010), июнь 26 - июль 2, 2010, Санкт-Петербург.

30) Международная конференция, Noise Fluctuations, Montpellier, Франция 2013.

31) Международная конференция “Физические свойства наносистем”, Ялта, Украина, 27 сентября по 2 октября 2009г.

32) Международная школа по теоретической физике, Коуровка 2010.

33) Евразийский симпозиум по магнетизму “Magnetism on a Nanoscale” («Магнетизм на наноразмерах»), Казань, 23 – 26 августа 2007.

34) Семинар в Высшей школе экономики, 2014г.

35) Конференция по сильнокоррелированным системам, ИФВД 2006г.

36) Конференция по сильнокоррелированным системам, ИФВД 2007г.

37) Международная конференция, “Humboldt Kolleg” NANO-2011 6 – 9 октября 2011, Кишинев, Молдавия.

38) Семинары в ФИАН, 2016, 2017г.

39) Международная конференция, NATO Advanced Research Workshop, Ялта (Крым), 17-21 сентября 2007.

40) Международная конференция, 6th International Workshop on Nanomagnetism and Superconductivity, Coma-ruga 2010, Испания.

Отдельные результаты работы нашли отражение в учебных дисциплинах “Физическая кинетика” и “Основы нанофизики” , читаемой автором студентам МФТИ, а также в учебных пособиях: Н.М. Щелкачев, Г.Б. Лесовик, Одномерное рассеяние в квантовой механике и его приложения, М.: МФТИ, 2010; Фоминов Я.В., Щелкачёв Н.М., Эффект Джозефсона, М.: МФТИ, 2010 и Щелкачев Н.М., Фоминов Я.В., Электрический ток в мезоскопических системах: кулоновская блокада и квантовые точечные контакты, М.: МФТИ, 2010.

Публикации

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 42 научных работах [1–42].

Среди научных изданий, в которых опубликованы результаты диссертации – ведущие мировые журналы (входящие в WoS/Scopus), такие как Physical Review Letters, Physical Review A, B, E, Journal of Physics-Condensed Matter, Journal of Applied Physics.

Публикации [2–14,16–22,25–42]– научные статьи в журналах, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов научных работ соискателей ученой степени доктора наук, [1, 15, 23, 24] — главы в книгах.

Всего соискатель имеет более 120 научных публикаций, индексируемых в Scopus и в Web Of Science.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, 5 глав и заключения, содержит более 360 страниц, 86 рисунков. Список литературы содержит более 600 источников. Во введении кратко обосновывается актуальность работы, сформулирована цель, перечислены положения, выносимые на защиту, отмечена научная новизна, достоверность и практическая значимость результатов, личный вклад, аппробация работы и содержание по главам, приводятся публикации по результатам диссертационного исследования.

Каждая глава состоит из введения, основной части и заключения. Введения к главам посвящены обзору наиболее важных результатов, связанных с темой диссертации. После чего излагаются наиболее важные сведения, составляющие основу диссертации.

Глава 1 посвящена квантовому транспорту в гибридных наноструктурах.

Во введении к главе, в дополнении к обзору соответствующей литературы, приводится краткое описание метода матриц рассеяния и его применения в задачах квантовой кинетики в гибридных контактах. В качестве примера приводятся результаты автора по проверке неравенств Белла в наноконтактах сверхпроводников и квазиодномерных проводников, что позволяет изучать так называемые запутанные электронные пары. Также во введении обсуждаются контакты сверхпроводников с ферромагнетиками и сверхпроводящие контакты с низкоразмерными проводниками в квантующем магнитном поле.

Раздел 1.2 посвящен детальному изложению расчета статистики переноса заряда в квантовых проводниках. Показано, что коррелляторы высоких порядков, определенные из полученных ранее квантовой и классической биномиальных функций распределения для электронов в квантовом проводнике, могут быть измеримыми величинами при различных способах измерения.

В разделе 1.3 рассматриваются транспортные свойства андреевских квантовых точек. Проведен анализ перспектив андреевских квантовых точек для спиновых манипуляций и квантовых вычислений.

Раздел 1.4 посвящен транспортным свойствам массивов джозефсоновских контактов типа сверхпроводник – нормальный металл – сверхпроводник (SNS). Показано, что островки сверхпроводимости в таких системах действуют как андреевский ретранслятор. Неравновесный транспорт через массив SNSNS определяется синхронизованными андреевскими процессами на NS границах. Построенная теория является фундаментальной структурной единицей для общего количественного описания большого массива, состоящего из множества SNS-переходов.

В разделе 1.5 обобщаются основные результаты главы 1.

Глава 2 посвящена квантовым эффектам в системе фотонов или плазмонов, локализованных в неравновесной среде. Во введении к главе приводится обзор соответствующей литературы.

В разделе 2.2 детально рассматриваются квантовые флуктуации и запутывание в спазере. Он представляет из себя когерентную неравновесную открытую наносистему, состоящую из квантовой точки, расположенной вблизи металлической наночастицы. Физический принцип работы спазера аналогичен физическому принципу работы лазера, только роль фотонов играют поверхностные плазмоны, локализованные в наночастице (она играет роль резонатора). Исследована динамика спазера в сильном некогерентном режиме накачки в квантовом пределе, когда число фотонов порядка единицы. Получено нелинейное и самосогласованное управляющее уравнение для матрицы плотности нанолазера. Рассмотрена ситуация, когда вновь излучённые фотоны оказываются в облаке ранее излученных фотонов, которые не находятся в состоянии термодинамического равновесия. В результате “запутанности” степеней свободы наночастицы со степенями свободы квантовой точки в нанолазере интенсивность генерации возрастает в несколько раз. Фактически, такой неравновесный резервуар эффективно делает нанолазер “более квантовым”.

Раздел 2.3 посвящен рассмотрению механические напряжений внутри плазмонной метамолекулы вдали от равновесия. Показано, что сила взаимодействия между наночастицей и двухуровневым атомом немонотонно зависит от расстояния между ними. Причиной немонотонности является возбуждение высших мультипольных мод наночастицы.

В разделе 2.4 приведены результаты исследования спектральной линии метамолекулы вдали от равновесия в режиме сильной диссипации. Показано, что при определённых значениях амплитуды внешнего поля происходит сужение спектра флюоресценции метамолекулы. Причиной сужения спектра флюоресценции является квантовый стохастический резонанс системы при воздействии на неё когерентного сигнала. Предложен плазмонный квантовый усилитель на основе графена и показано, что его свойствами можно управлять in situ. Для решения задач были развиты и применены новые оригинальные теоретические подходы, включая компьютерное моделирование на компьютерных кластерах и суперкомпьютерах.

В разделе 2.5 обобщаются основные результаты главы 2.

В главе 3 излагаются результаты исследования взаимовлияния электронных корреляций и ферроэлектричества в гранулированных наноструктурах. Во введении к главе приводится обзор соответствующей литературы и дается качественное объяснение физических механизмов, приводящих к взаимодействию магнитных и ферроэлектри-

ческих степеней свободы. Показано, что в наносистемах взаимосвязь между кинетикой электронов и ферроэлектричеством гораздо сильнее, чем в большинстве объемных однородных систем. В случае магнитных гранул показано, что ферроэлектрик также будет влиять на обменное взаимодействие между гранулами. Обменное взаимодействие – часть кулоновского взаимодействия. Диэлектрическая проницаемость напрямую входит в оператор кулоновского взаимодействия. Поэтому диэлектрическая проницаемость ферроэлектрика должна существенно влиять на обмен между гранулами.

В разделе 3.2 излагаются результаты исследования влияниея сегнетоэлектричества на квантовый электронный транспорт в одноэлектронном транзисторе в режиме сильной кулоновской блокады в рамках теории среднего поля. Показано, что вольтамперная характеристика системы демонстрирует эффект памяти.

В разделе 3.3 обобщаются результаты раздела 3.2 на случай, когда туннельные контакты одноэлектронного транзистора содержат диэлектрик, поляризация которого меняется медленнее, чем характерное время релаксации заряда на грануле. Показано, что даже в этом случае вольтамперная характеристика системы демонстрирует эффект памяти.

В разделе 3.4 излагаются результаты исследования одноэлектронного транзистора с ферроэлектриком между затвором и гранулой. Показано, что в этом случае нарушается фундаментальное свойство одноэлектронного транзистора: периодичность кондактанса по напряжению затвора.

В разделе 3.5 описываются так называемый динамический подход к электронному транспорту в одноэлектронном транзисторе с активным диэлектриком, когда в реальном времени решаются стохастические уравнения, описывающие динамику поляризации сегнетоэлектриков и заряда на грануле. Исследовано поведение системы при произвольном соотношении между временем релаксации сегнетоэлектрика t_{FE} и характерным временем релаксации заряда на грануле одноэлектронного транзистора, t_{d}. Ключевые результаты удалось получить аналитическими методами. Для выполнения задач были развиты и применены новые оригинальные подходы, включая численное моделирование, которое позволило проверить аналитические результаты и исследовать поведение системы в области параметров, где не работают стандартные методы теории возмущений и среднего поля.

В разделе 3.6 обобщаются основные результаты главы 3.

В главе 4 рассматриваются вопросы перегрева и переохлаждения различных степеней свободы в квантовых и классических композитных структурах вдали от равновесия. Во введении к главе приводится обзор соответствующей литературы и дается качественное объяснение ряда ключевых эффектов (защищаемых в диссертации), относящихся

к вопросам теплового балланса.

В разделе 4.2 в общем случае исследуются явления переноса заряда в далеких от равновесия массивах туннельных переходов. Показано, что если скорость энергетической релаксации в электрон-электронном канале превышает скорость энергетической релаксации в электрон-фононном канале, то релаксация энергии, обеспечивающая перенос заряда, может происходить последовательно через несколько стадий. В частности, в случае котунелирования электронов в массивах туннельных переходов, релаксация энергии может идти через промежуточную бозонную среду из электрон-дырочных возбуждений, а не по электрон-фононному механизму. Вольт-амперные характеристики очень чувствительны к спектру мод окружающей среды (термостата) и к приложенному смещению, которое устанавливает нижнюю границу для эффективной температуры. Показано, что энергетическая щель в электронн-дырочном спектре, которая может открываться ниже некоторой критической температуры T^* из-за дальнодействующих кулоновских взаимодействий, приводит к подавлению туннельного тока.

В разделе 4.3 и 4.4 рассматриваются эффекты нагрева и диссипации в гранулированных наносистемах в режиме слабой связи между гранулами. Исследуется режим котуннелирования — наиболее типичный для подобных систем. Показано, что задача о кинетике электронов в такой системе может быть аналитически решена в этом случае. Показано, что отношение мощности тока к выделяемому в грануле теплу имеет универсальное квантованное значение, которое геометрически “защищено”: зависит только от количества гранул, но не от их формы.

В 4.4 разработана динамическая кинетическая теория для этих систем и рассчитан профиль температуры как функции параметров гранул в массиве, а также напряжения или тока. В пределах низкого и высокого напряжения аналитически решено уравнение теплового балланса. Найден гистерезис, связанный с циклами нагрева и охдаждения в режимах с относительно большим протекающим током. Кроме того, мы рассмотрели влияние подложки на данную систему, которая действует как фононный теплоотвод. Показано, что цепочки гранул могут использоваться в качестве высокочувствительных термометров в широком диапазоне температур.

В разделе 4.5 обобщаются основные результаты главы 4.

Глава 5 посвящена проблеме квантового транспорта и неравновесных флуктуаций в низкоразмерных системах. Во введении к главе приводится обзор соответствующей литературы и комментируются основные результаты.

В разделе 5.2 отражены результаты исследования кинетики электронов в низкоразмерных системах, приведен вывод квантового кинетического уравнения для спин-поляризованной неупорядоченной электронной жидкости и показано, что ядро инте-

грала столкновений для рассеяния с переворотом спина электрона сильно зависит от внешнего магнитного поля.

В разделе 5.3 рассмотрен вопрос о сверхпроводящих флуктуациях вблизи перехода сверхпроводник – нормальный металл в квазиодномерном сверхпроводящем проводе конечной длины L, выведенном из состояния равновесия электрическим полем. Показано, что наличие или отсутствие $\mathcal{PT}$ – симметрии в купперовском пропагаторе, который зависит от амплитуды электрического поля, значительно влияет на структуру флуктуаций и транспортные свойства системы.

В разделе 5.4 рассматривается нагрев электронной жидкости в неравновесных условиях. Показано, что сильные электронные корреляции приводят к новым эффектам: различные электронные подсистемы по-разному реагируют на внешнее возмущение, выводящее систему из равновесия. Расчёт кинетических коэффициентов показал, что они параметризуются эффективными фермионными и бозонными температурами, каждая из которых соответствует определенной электронной подсистеме: T_{e} для одночастичных возбуждений, T_{Cp} для куперовских пар и T_{eh} для электронно-дырочных пар (диполей). Эти температуры определяются через соответствующие функции распределения, и отношения между ними определяются характером внешней силы или, более конкретно, соотношением ее компонентов, приложенным напряжением смещения и/или градиентом температуры.

В разделе 5.5 исследуются флуктуационные эффекты в сверхпроводниках вдали от равновесия, что обобщает стандартное описание сверхпроводящих флуктуаций. Получен замкнутый набор уравнений, количественно описывающие неравновесные флуктуации. В частности, исследован неравновесный флуктуационный вклад в магнитную восприимчивость и найдено аналитическое выражение для эффективной температуры, $T_{\mathrm{eff}} = T\cosh^2(V/4T)$, в зависимости от напряжения смещения, V. В качестве иллюстрации предлагаемой общей методики обсуждается динамика сверхпроводящей гранулы, соединенной с электронным резервуаром через неупорядоченные нормальные проводники.

В разделе 5.6 обобщаются основные результаты главы 5.

В заключении обобщаются основные результаты диссертации.

Работы Н.М. Щелкачева, выносимые на защиту

1) T. Martin, Crepieux, and N.M. Chtchelkatchev, Noise correlations, entanglement and Bell inequalities, Proceedings of the NATO ARW workshop on Quantum Noise, Y. Nazarov and Y. Blanter editors (Kluwer 2002);

2) N.M. Chtchelkatchev and Yu. Nazarov, Andreev quantum dots for spin manipulation, Phys. Rev. Lett., 90, 226806 (2003);

3) V. Bouchiat, N.M. Chtchelkatchev, D. Feinberg, G.B. Lesovik, T. Martin, and J. Torres, Single Carbon Nanotube–Superconductor Entangler: noise correlations and EPR states, Nanotechnology v. 14, p. 77, (2003);

4) Г.Б. Лесовик, Н.М. Щелкачев, Квантовое и классическое биномиальные распределения для статистики переноса электронов в когерентном проводнике, Письма в ЖЭТФ, 77, 464-467 (2003);

5) Nikolai M. Chtchelkatchev, Igor S. Burmistrov, Andreev conductance of a domain wall, Physical Review B, 68, 2003;

6) N.M. Chtchelkatchev, Superconducting spin filter, JETP Letters, Vol. 78, No. 4, 2003, pp. 230–235;

7) N.M. Chtchelkatchev, W. Belzig, and C. Bruder, Charge transport through a SET with a mechanically oscillating island, Physical Review B 70, 193305 (2004);

8) N.M. Chtchelkatchev, JETP Letters, Transitions between π and 0 states in Superconductor–Ferromagnet–Superconductor Junctions, Vol. 80, No. 12, 2004, pp. 743–747;

9) I.S.Burnistrov, N.M.Chtchelkatchev, Domain wall effects in ferromagnet-superconductor structures, Phys. Rev. B 72, 44520 (2005);

10) Z. Radovic , I. Petkovic, N.M. Chtchelkatchev, Resonant tunneling in short Josephson SFS junctions, Phys. Rev. B 73, 184510 (2006);

11) N.M. Chtchelkatchev, Multiple Andreev Reflection in arrays of SNS junctions, JETP. Lett. 83, 294 (2006);

12) N.M. Chtchelkatchev, I.S. Burmistrov, Conductance oscillations with magnetic field of a two-dimensional electron gas-superconductor junction, Phys. Rev. B 75, 214510 (2007);

13) I. E. Batov, Th. Schapers, N.M. Chtchelkatchev, A.V. Ustinov, and H. Hardtdegen, Andreev reflection and strongly enhanced magnetoresistance oscillations in Ga_x $In_{1-x}As$/InP heterostructures with superconducting contacts, Phys. Rev. B 76, 115313 (2007);

14) N.M. Chtchelkatchev, I.S. Burmistrov, Energy relaxation in the spin-polarized disordered electron Fermi liquid, Phys. Rev. Lett. 100, 206804 (2008);

15) N.M. Chtchelkatchev, I.S. Burmistrov, Conductance oscillations with magnetic field of a two-dimensional electron gas-superconductor junction, in "Electron Transport in Nanostructures", pp. 281-292, edited by J. Bonca and S. Kruchinin, NATO Science for Peace and Security B: Physics and Biophysics, Springer, The Netherlands, 2008;

16) N.M. Chtchelkatchev, V.M. Vinokur, Nonequilibrium mesoscopic superconductors in a fluctuational regime, Euro Physics Letters 88, 47001 (2009);

17) I. E. Batov, Th. Schaepers, N. M. Chtchelkatchev, A. A. Golubov, H. Hardtdegen, and A.V. Ustinov, Electronic Transport in Mesoscopic Superconductor/2D Electron Gas Junctions in Strong Magnetic Field, ISSN 1062_8738, Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics, 2009, Vol. 73, No. 7, pp. 880–882;

18) A. Glatz, A. Beloborodov, N. Chtchelkatchev, and V. Vinokour, Heating Effects in a Chain of Quantum Dots, Phys. Rev B 82, 075314 (2010);

19) N.M. Chtchelkatchev, T.I. Baturina, A. Glatz, V.M. Vinokur, Synchronized Andreev Transmission in SNS Junction Arrays, Phys. Rev. B 82, 024526 (2010);

20) A. Petkovic, N.M. Chtchelkatchev, T.I. Baturina, and V.M. Vinokur, Out-of-equilibrium heating of electron liquid: fermionic and bosonic temperatures, Phys. Rev. Lett. 105, 187003 (2010);

21) T.I. Baturina, A.Yu. Mironov, V.M. Vinokur, N.M. Chtchelkatchev, A. Glatz, D.A. Nasimov, and A.V. Latyshev, Resonant andreev transmission in two-dimensional array of sns junctions, Physica C 470, 810 (2010);

22) I. M. Khaymovich, N. M. Chtchelkatchev, I. A. Shereshevskii, A. S. Mel'nikov, Andreev transport in two-dimensional normal-superconducting systems in strong magnetic fields, Euro Phys. Lett. 91, 17005 (2010);

23) N.M. Chtchelkatchev, T.I. Baturina, A. Glatz, V.M. Vinokur, Synchronized Andreev tranzitions in Chains of SNS junctions, in Physical Properties of Nanosystems, NATO Science for Peace and Security Series B: Physics and Biophysics, 1st Edition., 2011,

IX, 350 p., Springer, Hardcover, ISBN: 978-94-007-0043-7, ed. Janez Bonca and Sergei Kruchinin, pp.25-44;

24) N.M. Chtchelkatchev, T.I. Baturina, A. Glatz, V.M. Vinokur, Low temperature transport in tunnel junction arrays: Cascade energy relaxation, in Physical Properties of Nanosystems, NATO Science for Peace and Security Series B: Physics and Biophysics, 1st Edition., 2011, IX, 350 p., Springer, Hardcover, ISBN: 978-94-007-0043-7, ed. Janez Bonca and Sergei Kruchinin, pp.87-110;

25) A. Petković, N. M. Chtchelkatchev, and V. M. Vinokur, Far-from-equilibrium superconductor in fluctuational regime, Phys. Rev. B 84, 064510 (2011);

26) A. Glatz, N.M. Chtchelkatchev, I.S. Beloborodov, Nonlinear transport characteristics of mesoscopic tunnel junctions far from equilibrium, Phys. Rev. B 86, 045440 (2012);

27) N. M. Chtchelkatchev, A. Glatz, Analytical description of the quantum-mesoscopic-classical transition in systems with quasidiscrete environments, Phys. Rev. E 85, 061129 (2012);

28) N.M. Chtchelkatchev, A. Glatz, I.S. Beloborodov, Universality and quantization of the power to heat ratio in nano-granular systems, Phys. Rev. B 88, 125130 (2013);

29) N.M. Chtchelkatchev, A. Glatz, I.S. Beloborodov, Interplay of charge and heat transport in a nano-junction in the out-of-equilibrium cotunneling regime, J. Phys.: Condens. Matter 25, 185301 (2013);

30) E.S. Andrianov, N.M. Chtchelkatchev, A.A. Pukhov, Nanolaser in the selfgenerated nonequilibrium environment: quantum fluctuations and entanglement, Phys. Rev. A 88, 053826 (2013).

31) S. Kafanov, N.M. Chtchelkatchev, Single flux transistor: The controllable interplay of coherent quantum phase slip and flux quantization, J. Appl. Phys. 114, 073907 (2013);

32) O.G. Udalov, N.M. Chtchelkatchev, I.S. Beloborodov, Coupling of ferroelectricity and ferromagnetism through Coulomb blockade in composite multiferroics, Phys. Rev. B 89, 174203 (2014);

33) O.G. Udalov, N.M. Chtchelkatchev, I.S. Beloborodov, Proximity coupling of a granular film with a ferroelectric substrate and giant electroresistance effect, Phys. Rev. B 90, 054201 (2014);

34) O.G. Udalov, N.M. Chtchelkatchev, A. Glatz, I.S. Beloborodov, Interplay of Coulomb blockade and ferroelectricity in nanosized granular materials, Phys. Rev. B 89, 054203 (2014);

35) S.A. Fedorov, A.E. Korolkov, N.M. Chtchelkatchev, O.G. Udalov, I.S. Beloborodov, Interplay of ferroelectricity and single electron tunneling, Phys. Rev. B 89, 155410 (2014);

36) S.A. Fedorov, A.E. Korolkov, N.M. Chtchelkatchev, O.G. Udalov, I.S. Beloborodov, Memory effect in a ferroelectric single-electron transistor: Violation of conductance periodicity in the gate voltage, Phys. Rev. B 90, 195111 (2014);

37) S.A. Fedorov, N.M. Chtchelkatchev, O.G. Udalov, I.S. Beloborodov, Single-electron tunneling with slow insulators, Phys. Rev. B 92, 115425 (2015);

38) O.G. Udalov, N.M. Chtchelkatchev, S.A. Fedorov, I.S. Beloborodov, Conductance of a single electron transistor with a retarded dielectric layer in the gate capacitor, Phys. Rev. B 92, 205416 (2015);

39) E.S. Andrianov, N.M. Chtchelkatchev, A.A. Pukhov, Superattraction mediated by quantum fluctuations of plasmon quasi-continuum, Optics Letters 40, 2056-2059 (2015);

40) E.S. Andrianov, N.M. Chtchelkatchev, A.A. Pukhov, Noisy metamolecule: strong narrowing of fluorescence line, Optics Letters 40, 3536-3539 (2015);

41) E.S. Andrianov, N.M. Chtchelkatchev, A.A. Pukhov, Noisy metamolecule: strong narrowing of fluorescence line: Reply, Optics Letters 41, 5822-5822 (2016);

42) Yu.E. Lozovik, I.A. Nechepurenko, A.V. Dorofeenko, E.S. Andrianov, N.M. Chtchelkatchev, A.A Pukhov, Self-consistent Description of Graphene Quantum Amplifier, Phys. Rev. B 94, 035406 (2016);

Глава 1.

Квантовый транспорт в гибридных наноструктурах

1.1. Введение к главе 1

По мере развития мезоскопики — физики объектов, промежуточных по своим свойствам между микроскопическими и макроскопическими, и нанофизики — с еще меньшими масштабами, вплоть до атомных, появляются новые задачи, которые ранее либо не привлекали особого внимания, либо для изучавшихся ранее систем представлялись нереалистичными [43–49]. Речь прежде всего идет о наногранулированных и низкоразмерных (сверх)проводниках [50–63], магнетиках [64–74] и сегнетоэлектриках, мультиферроиках [75–84], квантовых мезоскопических гибридных системах и контактах.

Одной из типичных задач является описание не только среднего тока, но и флуктуаций, и в целом статистики переноса заряда в квантовых мезо- нано- проводниках. [1] Полное описание статистики флуктуаций является задачей, интересной не только с чисто научной точки зрения, но и с практической, так как применение микроэлектронных устройств на мезо- и нано- масштабах ставит реальную проблему минимизации шумов и создание максимально предсказуемых квантовых устройств [4]. С другой стороны, можно рассматривать флуктуации не просто как нечто, от чего следует по возможности избавиться, но как объект, позволяющий чрезвычайно детально изучить квантовые

[1] Термин мезоскопика в буквальном переводе с греческого означает «междускопика». Квантовая мезоскопика изучает явления, которые проявляются на масштабах, промежуточных между микро- и макроскопическими. Иными словами, это масштабы больше атомных, но меньше характерного масштаба длины, на котором уже можно пренебречь квантовыми корреляциями. Для точечных контактов этот верхний масштаб — порядка длины сбоя фазы или длины энергетической релаксации. В системах с кулоновской блокадой этот масштаб определяется емкостью.

проводники. [2]

В свою очередь, для описания электронного квантового транспорта в последнее время чрезвычайно широко и успешно применяется подход, опирающийся на матрицу рассеяния [85] (хорошо известный пример — формула Ландауэра)

$$I_i = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_j \left(T_{j,i} V_j - T_{i,j} V_i \right), \tag{1.1}$$

где I_i — ток в терминале i, T_{ij} — вероятности туннелирования и V_i — соответствующие напряжения [86–88].

Этот подход особенно хорошо применим для описания когерентных мезоскопических проводников, в которых характерный размер области падения напряжения L много меньше всех неупругих длин [89]. Для таких проводников практически бессмысленно говорить о величинах типа локальной проводимости и задача ставится именно о транспорте — переносе электронов из пункта А (левый резервуар) в пункт Б (правый резервуар). В этом случае перенос электронов через проводник есть чисто квантовомеханическая задача. Отличие данного подхода от более традиционных, например с использованием кинетического уравнения, формулы Кубо, функций Грина, диаграммной техники и т.д., состоит главным образом в следующем. Полная проводимость системы (или полный ток), как оказывается, может быть выражена через квантовомеханическую прозрачность проводника (в общем случае — через матрицу рассеяния) и числа заполнения точных электронных состояний рассеяния, которые определяются параметрами в берегах (резервуарах). На первый взгляд, такой способ описания транспорта всего лишь переносит проблему вычисления локальной или нелокальной проводимости на вычисление прозрачности, а эта задача ничуть не менее сложна. Это однако не совсем так. Во-первых, для многих случаев с простой геометрией образца и простым потенциалом рассеяния прозрачности можно вычислить аналитически, и это вычисление проще и нагляднее, чем, скажем, вычисление функции Грина [90, 91]. Во вторых, часто удается сделать разумное предположение о матрице рассеяния и получить удовлетворительное описание эксперимента. Для неупорядоченных (грязных) проводников со сложным

[2] В разделе 1.2 как раз приводится типичный пример такого подхода. Обсуждаются противоречивые результаты для статистики переноса заряда в квантовых проводниках. Показано, что корреляторы высоких порядков, определенные из полученных ранее квантовой и классической биномиальных функций распределения для электронов, в квантовом проводнике могут быть измеримыми величинами при различных способах измерения. Измеримые старшие корреляторы заряда (начиная с коррелятора третьего порядка) при различных процедурах измерения оказываются различными (в отличие от среднего заряда и парного коррелятора, которые мало чувствительны к способу измерения) из-за специфической зависимости старших корреляторов токов от частоты на масштабах порядка обратного времени пролета от точки измерения до области рассеяния.

потенциалом рассеяния вероятности прохождения удается эффективно описать статистически [92]. Наконец, даже если матрица рассеяния не известна (т.е. не вычислена для конкретного потенциала рассеяния), формально удается описать всю статистику переноса заряда за большие времена, так же как и средний ток. Таким образом, если известна прозрачность, то известен не только кондактанс G (т.е.обратное сопротивление $G = 1/R$), но и спектральная плотность флуктуаций тока $S(\omega)$ на малых частотах, функция распределения заряда $P(Q)$, перенесенного за некоторое фиксированное время и т.д. [4] При этом для некоторых ситуаций удается вывести общие соотношения, типа флуктуационно-диссипационной теоремы, связывающие, например, средний ток и неравновесные флуктации. В традиционном подходе потребовалось бы всякий раз производить новое вычисление для S, P и других величин, отличных от среднего тока.

Процессы распространения и рассеяния волн на препятствиях, в частности, интерференция и дифракция, не описываются в терминах классической механики. Для описания этих процессов используется язык амплитуд рассеяния. Модуль амплитуды рассеяния характеризует вероятность распространения волны в заданном направлении. Фаза амплитуды рассеяния несет информацию об эффективной “длине” пути, который прошла волна; классический аналог фазы — действие классической механики. Состояние волны описывается волновой функцией. Чтобы найти амплитуду рассеяния в волновой механике, нужно найти асимптотики волновой функции вдали от рассеивателя. Аналитическое решение этой задачи известно в ограниченном числе случаев, и некоторые из этих случаев мы рассмотрим.

Численное решение задачи рассеяния обычно нетрудно найти в случае рассеяния на барьерах, внутри которых нет “полостей”, где волна может распространятся свободно. В противном случае в амплитуде рассеяния возникают резонансы, точное описание которых требует значительных вычислительных ресурсов. [3] Существует удобный способ нахождения амплитуд рассеяния, позволяющий обходить эту трудность: рассеивающий центр разбивают на простые составные части амплитуды рассеяния на которых легко найти. Из амплитуд рассеяния составляется так называемая трансфер-матрица. Можно показать, что трансфер-матрица рассеивающего центра равна произведению трансфер-матриц отдельных его частей. Например, таким способом обычно находят амплитуды прохождения света через линзы с просветляющими пленочными покрытиями [93].

Амплитуды рассеяния зависят от направлений падающей и отраженных волн, и их можно считать матрицами с индексами, однозначно связанными с падающей и отра-

[3] Вообще говоря, существует аппроксимация Брейта-Вигнера амплитуды рассеяния вблизи резонансов. Однако, это приближение работает далеко не для всех резонансов и параметры аппроксимации Брейта-Вигнера далеко не всегда легко вычислить.

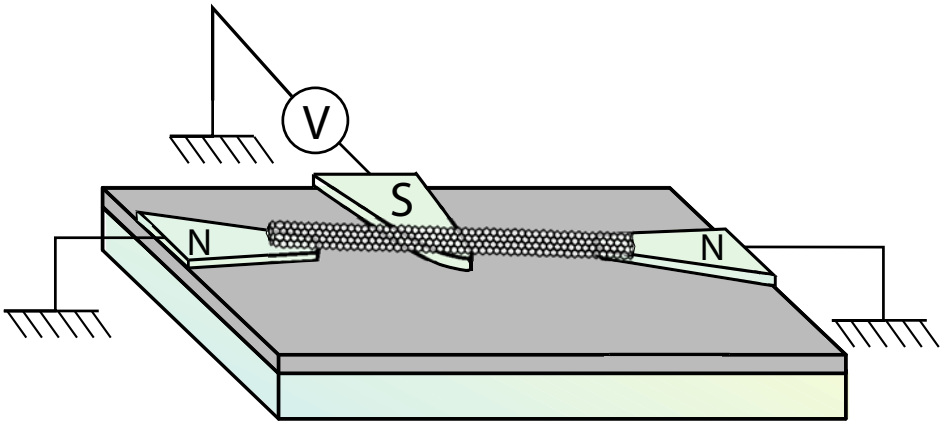


Рис. 1. Типичная схема проверки неравенств Белла на квазичастицах в системе сверхпроводник-углеродная нанотрубка [1, 2].

женной волнами. Матрицу, составленную из амплитуд рассеяния, обычно называют матрицей рассеяния. Формализм матрицы рассеяния играют ключевую роль, например, в квантовой механике при построении теории рассеяния элементарных частиц [94], в теории рассеяния электромагнитных волн [93] и в теории электронного транспорта в мезоскопических (нано)структурах [91, 95, 96]. Одно ярких из применений теории матриц рассеяния — формулировка неравенств Белла через дробовой шум в точечном контакте [1, 2].

Одно из существенных отличий квантовой механики от классической — существование запутанных состояний, не имеющих классического аналога [97–101]. Запутанные состояния имеют много приложений в теории квантовой информации [102], квантовых вычислений [103], квантовой криптографии [104] и квантовой телепортации [105]. В природе можно найти много примеров запутанных состояний, но давно известно и много случаев, когда запутанные состояния могут быть исследованы и использованы в приложениях [106–116]. Проверка неравенств Белла [117, 118] стала одним из наиболее распространенных и мощных методов исследования запутанных состояний [119, 120]: их нарушение в эксперименте с парами частиц (или большим количеством частиц) указывает на существование квантовых нелокальных корреляций между частицами, которые никакая теория скрытых переменных не может объяснить [117, 118].

Квазичастицы в твердом теле также могут служить носителями квантовой информации. Экспериментальные исследования показывают, что спины электронов в полупроводниках имеют очень большие времена декогерентности, приближающиеся к милисекундам; кроме того, длина когерентности для спинового состояния электрона составляет более 100 μm [121, 122]. Было сделано несколько предложений, как можно

создать пары Энштейна-Подольского-Розена (ЭПР) электронов в твердотельных системах; одно из таких предложений — использовать сверхпроводник в качестве источника запутанных электронных пар [123, 124]. На первый взгляд кажется, что можно проверить неравенства Белла в твердотельных системах так же [125, 126], как в случае с фотонами [106]. Но в экспериментах с фотонами неравенства Белла проверялись с помощью фотодетекторов, измерявших частоту совпадений (вероятность, что два фотона почти одновременно влетают в детекторы [106]). Измерение вероятности совпадений в мезоскопических системах путем детектирования отдельных квазичастиц, как в квантовой оптике, — трудно реализуемая задача. В мезоскопике измеряемыми величинами являются токи и их корреляторы, в особенности шум. Неравенства Белла могут быть сформулированы в терминах транспортных характеристик гибридных сверхпроводящих контактов: корреляторов токов и шума с помощью матриц рассеяния, как показано в работах [1, 2]. На рис. 1 в качестве примера показана типичная схема проверки неравенств Белла в системе сверхпроводник-углеродная нанотрубка.

Термин “эффект Джозефсона” в настоящее время относится к совокупности явлений, имеющих место в контактах двух сверхпроводников через слабую связь. В 1962 году появилась короткая теоретическая работа английского физика Б. Д. Джозефсона [127], где исследовался туннельный переход (контакт сверхпроводников через прослойку диэлектрика) и было предсказано два эффекта: 1) через контакт в отсутствие приложенного напряжения может течь постоянный сверхпроводящий ток, и 2) при конечном напряжении V через контакт, помимо обычного постоянного тока, будет также течь переменный сверхпроводящий ток частоты $\omega = 2eV/\hbar$.

Это предсказание было весьма необычным и вызвало серьёзные споры, в которых некоторые учёные, в том числе весьма именитые, ставили предсказанные эффекты под сомнение. Независимые вычисления других теоретиков, однако, показали правильность результатов Джозефсона, а затем они были подтверждены и экспериментом [128–130]. В 1973 году Джозефсон получил за своё открытие Нобелевскую премию.

Дальнейшие исследования показали, что эффект Джозефсона весьма общий, и проявляется не только в туннельных переходах, но и при соединении двух сверхпроводников через слабую связь любого вида (например, нормальный металл, ферромагнетик, геометрическое сужение и др.) [131–134].

Одной из мотиваций, приведших Джозефсона к открытию, являлось желание выяснить, имеет ли какие-либо наблюдаемые следствия фаза параметра порядка. Действительно, как известно, сверхпроводник описывается комплексным параметром порядка $\Delta = |\Delta|e^{i\varphi}$. Модуль параметра порядка $|\Delta|$ определяет как бы “силу” сверхпроводимости, в частности, сверхпроводящую щель в одночастичном спектре. А фаза φ? На что она

влияет? Что будет, например, если привести в контакт два сверхпроводника с одинаковыми по модулю, но разными по фазе параметрами порядка? Именно из этих вопросов и возникла работа Джозефсона.

Оказалось, что величина сверхпроводящего тока через контакт (джозефсоновского тока) определяется именно разностью фаз параметров порядка с двух сторон. Параметр порядка Δ можно рассматривать как волновую функцию сверхпроводящего конденсата (куперовских пар электронов), поэтому эффект Джозефсона — квантовый эффект. С другой стороны, конденсат куперовских пар состоит из огромного количества электронов, и в джозефсоновском токе участвует огромное число электронов, поэтому эффект Джозефсона — одновременно и макроскопический эффект. Он явился очень важным шагом в понимании природы сверхпроводящего состояния. Кроме того, он нашел значительное и растущее число применений для создания уникальных измерительных приборов [135–139].

В частности, например, можно показать (см. ниже раздел 1.3), что имеется возможность манипулирования отдельным спином в сверхпроводящем контакте, где квазичастицы Боголюбова могут быть захвачены на дискретных андреевских уровнях. Такую систему можно назвать андреевской квантовой точкой (AQD). AQD можно привести в состояние со спином $1/2$. Связь между спином и сверхпроводящим током делает возможным манипулирование и измерение этого состояния. Теоретически, можно использовать несколько индуктивно связанных AQD для квантовых вычислений [3].

В сверхпроводящих гибридных системах был успешно развит формализм матриц рассеяния (более подробно об этом сказано в разделе 1.3). Было показано, что ключевую роль в явлениях переноса играют процессы нормального и андреевского рассеяния боголюбовских квазичастиц [140], когда электронная квазичастица рассеивается в электрон (нормальное рассеяние) или дырку (андреевское рассеяние), см. рис. 2. Возможны и обратные процессы рассеяния, например дырок в электроны. Из за этого, например, кондактанс квантового точечного контакта (типа SN) между сверхпроводником и нормальным металлом квантуется в единицах $4e^2/h$ [141], в два раза больших, чем в нормальных квантовых точечных контактах. А если рассмотреть короткий сверхпроводящий контакт типа SNS с дельта-потенциалом в нормальной части, коэффициент отражения от которого равен R, то его критический ток будет равен $I_c = I_c^0(1-\sqrt{R})$ [142]. Не менее интересные эффекты можно наблюдать в NSN контактах, когда тонкая сверхпроводящая пленка окружена нормальными проводниками, рис. 2. В этом случае, электрический ток в правом металле определяется процессами нормального и андреевского туннелирования квазичастиц из левого электрода через сверхпроводник в правый элек-

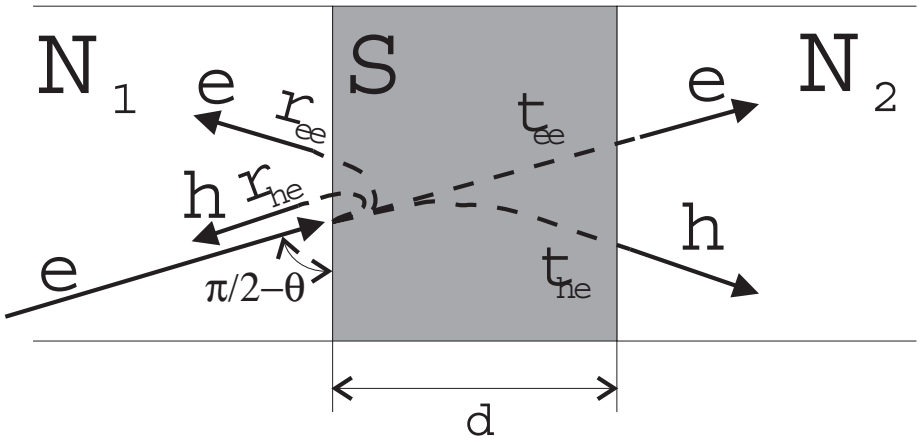


Рис. 2. Процессы нормального и андреевского рассеяния боголюбовских квазичастиц в сверхпроводящей гибридной системе: S — сверхпроводник, N — нормальный метал.

трод [90, 143, 144]:

$$I_2(V_1, V_2 = 0) = \frac{e}{\hbar} \int dE \sum_{\text{channels}} (T_{ee} - T_{he}) \times \tag{1.2}$$

$$\times (f^{(1)} - f^{(2)}), \tag{1.3}$$

здесь V_1, V_2 — напряжения нормальных электродов, T_{ee} и T_{he} — вероятности нормального и андреевского прохождения квазичастиц через сверхпроводник и $f^{(1,2)}$ — функции распределения квазичастиц в электродах. В широком диапазоне параметров $I_2(V_1, V_2 = 0) = 0$, так как андреевские и нормальные процессы дают противоположные вклады в ток, которые компенсируют друг друга. В частности, это приводит к эффектам "фильтрации" спинового и зарядового тока в такой системе [6].

В последние время вызывает интерес изучение гибридных контактов, состоящих из сверхпроводников и двумерных проводников в магнитном поле [12, 13, 15, 145, 146], как схематично показано на рис. 3. Исследования таких контактов в сильном магнитном поле помогает установить связь между такими областями физики, как мезоскопическая сверхпроводимость и квантовый эффект Холла. Экспериментальные исследования этих контактов показали, что кондактанс этой системы в сильном магнитном поле, перпендикулярном плоскости нормального двумерного проводника (2DEG), в режиме целочисленного квантового эффекта Холла (ЦКЭХ), квантуется при изменении магнитного поля [145]. Однако, квантование G оказалось не универсальным, как, например, в квантовых точечных контактах [147], где квант равен $2e^2/\hbar$, плато ступенек G зависело периодически от фактора заполнения в 2DEG [145]. Численные эксперименты [146, 148] подтвердили неуниверсальность квантования G, показали что при определенных условиях G осциллирует как функция фактора заполнения ν. Феноменологическое объ-

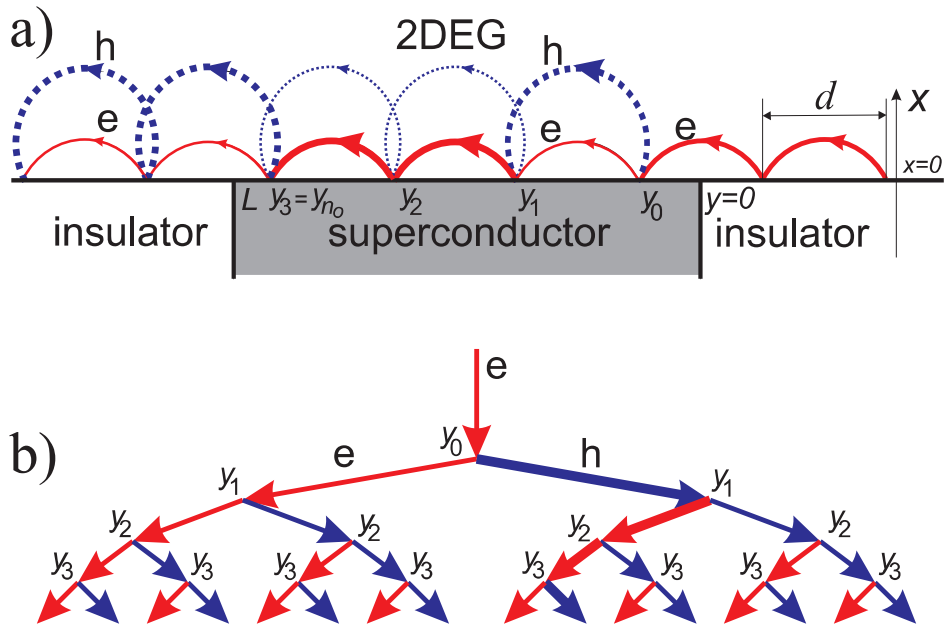


Рис. 3. Распространение квазичастиц в квазиклассическом приближении можно описать в терминах лучей, как в оптике. Состояние луча можно найти из уравнений классической механики. Рисунки а) и б) показывают, что происходит, если электронный луч из холловского краевого состояния попадает в сверхпроводник. Электронный луч отражается в точке $y = y_0$ от сверхпроводника в электронные и дырочные лучи (нормальное и андреевское отражения). Они поочередно отражаются в положении y_1 от сверхпроводника, генерируя два других электрона (красные линии) и два других дырочных луча (синие линии) и так далее. В результате формируется “андревское” краевое состояние.

яснение квантования кондактанса было предложено в [146]. Однако, так и осталось неясным, в чем причина осцилляций G, и вообще нелинейной зависимости от H. С помощью метода матриц рассеяния нами была найдена аналитически зависимость $G(\nu)$ с учетом беспорядка, см. рис. 4. Показано, что кондактанс становится чувствительным к H, когда $2R_c \gtrsim L$, где R_c — циклотронный радиус в 2DEG, L длина 2DEG-S границы; нелинейность $G(\nu)$ возникает из-за интерференции квазичастиц, отраженных по Андрееву от сверхпроводника; природа осцилляций $G(\nu)$ имеет много общего с осцилляциями $G(\Phi/\Phi_0)$ при эффекте Ааронова-Бома. Теоретические расчеты были успешно апробированы в экспериментах [12, 13, 15].

Для сверхпроводника заряд и фаза являются дуальными квантовыми переменными. Событие проскальзывания фазы в сверхпроводящей нанопроволоке изменяет разность фаз на 2π; это дуальный процесс по отношению к туннелированию куперовской пары в джозефсоновском контакте [149]. Проскальзывание фазы при термической активации

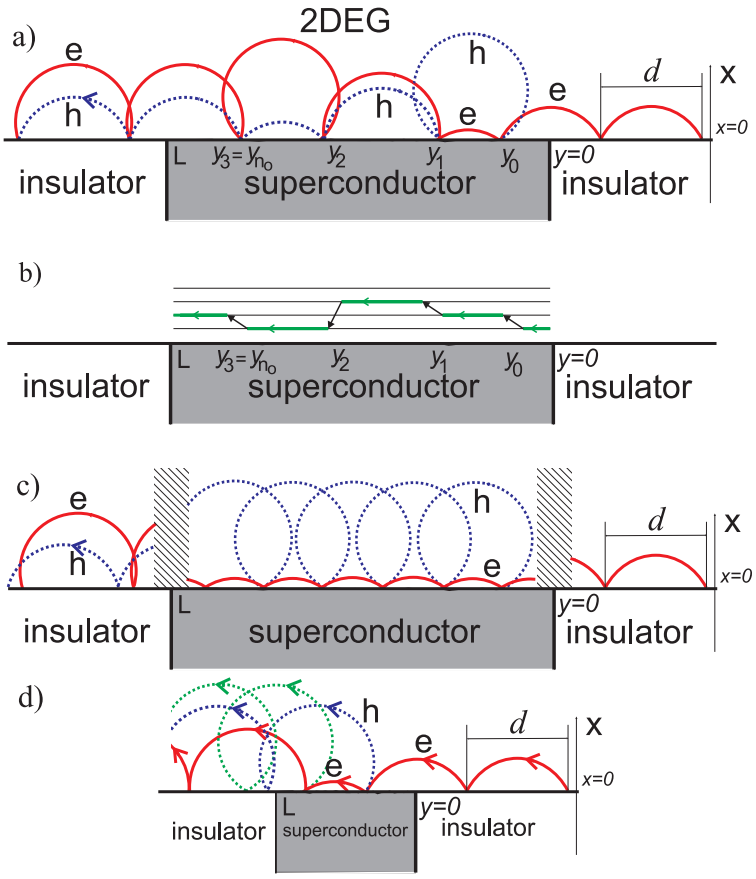


Рис. 4. Распространение квазичастиц в квазиклассическом приближении вдоль границы раздела проводник — сверхпроводник в режиме целочисленного квантового эффекта холла при наличии беспорядка, см. рис. 4a. Это соответствует переходам между “андреевскими” краевыми состояниями, которые вызваны относительно слабым короткодействующим беспорядком, см. рис. 4b. Беспорядок на краях сверхпроводника приводит к квазиклассическим орбитам, изображенным на рис. 4c. Сильный беспорядок разрушает Андреевские краевые состояния. Осцилляции кондактанса отсутствуют, поскольку квазичастицы, отраженные от сильно разупорядоченной поверхности являются некогерентными. Их орбиты схематически показаны на рис. 4d.

при высоких температурах хорошо изучено [150]. При низких температурах проскальзывание фазы осуществляется посредством квантового туннелирования [151–156]. Последовательные квантовые проскальзования фазы могут быть когерентными. Явление квантового сдвига фазы (phase slip) является «дуальным» эффектом по отношению к джозефсоновской фазовой когерентности, тогда как квантование заряда дуально по отношению к квантованию потока [149]. Джозефсоновский транзистор с одной куперовской парой — это устройство, которое теоретически должно демонстрировать одновременно квантование заряда и фазовую когерентность. Транспортные измерения в таком

транзисторе, реализованном экспериментально, показывают периодическую модуляцию критического напряжения внешним магнитным полем. Полученные вольт-амперные характеристики имеют гистерезисное поведение, которое связано с саморазогревом носителей заряда [31].

Сверхпроводимость и ферромагнетизм — два конкурирующих механизма. Сверхпроводимость (s-волновая) предпочитает антипараллельную ориентацию спинов электронов в куперовских парах, а ферромагнетизм способствует тому, чтобы соседние спины выравнивались параллельно. Сосуществование этих явлений в одном и том же материале или их взаимодействие в пространственно разделенных материалах приводит к ряду новых интересных явлений, например, π-состоянию контактов сверхпроводника (S) – ферромагнетика (F) – сверхпроводника (SFS) [8, 157–169], немонотонной зависимости критической температуры SF-бислоя от толщины ферромагнетика, возникновению триплетной компоненты сверхпроводящего параметра порядка [167, 170–182] и многим другим интересным эффектам [9, 183–186]. Исследования бислоев типа SF показали, что их транспортные свойства часто сильно зависят от взаимодействия между магнитной структурой ферромагнетика и сверхпроводимостью. В частности, из-за ферромагнитных доменов могут возникать вихри в сверхпроводящей пленке бислоя SF, а конфигурация доменов, в свою очередь, может зависеть от вихрей [9].

При низких температурах электронный транспорт через туннельную границу сверхпроводник – ферромагнетик (SF) обусловлен туннелированием электронных пар. Обменное поле однодоменного ферромагнетика выравнивает электронные спины и подавляет двухэлектронное туннелирование. Наличие доменных стенок на границе раздела SF значительно увеличивает проводимость, см. рис. 5. Андреевская проводимость оказывается пропорциональной общей длине доменных стенок на границе раздела SF, когда ферромагнетик полностью поляризован [5, 6].

Например, в случае полностью поляризованного ферромагнетика ($\nu_\uparrow \ll \nu_\downarrow$) было найдено, что (андреевская) проводимость пропорциональна общей длине $L_D^{(\mathrm{tot})}$ доменных стенок, расположенных на границе [5]:

$$G_A = \frac{\hbar}{\pi e^2} \frac{g_N^2}{\nu_S \Delta} L_D^{(\mathrm{tot})} f\left(\frac{\pi^2 \xi_0}{16\delta}\right), \tag{1.4}$$

где ν_S — и два дефиса тоже в три) плотность состояний сверхпроводника, g_N — кондактанс границы в нормальном состоянии, нормированный на единицу площади, и δ — ширина доменной стенки [см. рис. 2]. Длина когерентности сверхпроводника ξ_0 равна $v_F/\pi\Delta$ в чистом пределе (длина свободного пробега электрона $l_{el} \gg v_F/\pi\Delta$) и равна $\sqrt{8D/\pi^2\Delta}$ в грязном случае ($l_{el} \ll v_F/\pi\Delta$). Здесь v_F — средняя скорость электронов на

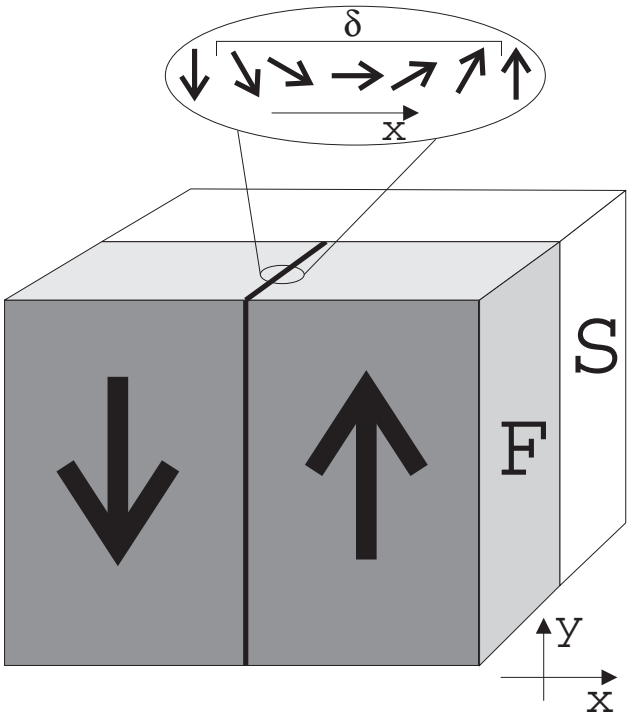


Рис. 5. Гибридный туннельный контакт сверхпроводник-ферромагнетик. Доменная стенка.

Ферми поверхности и D — коэффициент диффузии электронов. Функция $f(x)$ различна в случаях чистого и грязного сверхпроводника. Но ее асимптотики универсальны:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \gg 1, \\ x, & x \ll 1. \end{cases} \tag{1.5}$$

В гибридных сверхпроводящих джозефсоновских контактах с ферромагнетиком в качестве прослойки состояние системы оказывается очень чувствительно к длине свободного пробега электронов в системе. Известно, что в контактах сверхпроводник (S) - ферромагнетик (F) - сверхпроводник в определенном диапазоне параметров основное состояние может соответствовать сверхпроводящей разности фаз π или 0 [8, 157–169]. Можно показать, используя стандартные методы теории матриц рассеяния [10] и уравнения Эйленбергера [8], что π -состояние в баллистическом SFS-переходе может находится при более высоких температурах, чем 0 -состояние; противоположное явление можно наблюдать в грязном SFS в определённом диапазоне параметров, см. рис. 6.

Системы сверхпроводящих гибридных структур имеют обычно более разнообразные физические свойства, чем одиночные контакты. Например, массивы чередующихся структур сверхпроводник (S) – нормальный металл (N) (или ферромагнетик) являются фундаментальной лабораторией-симулятором, которая может быть представлена

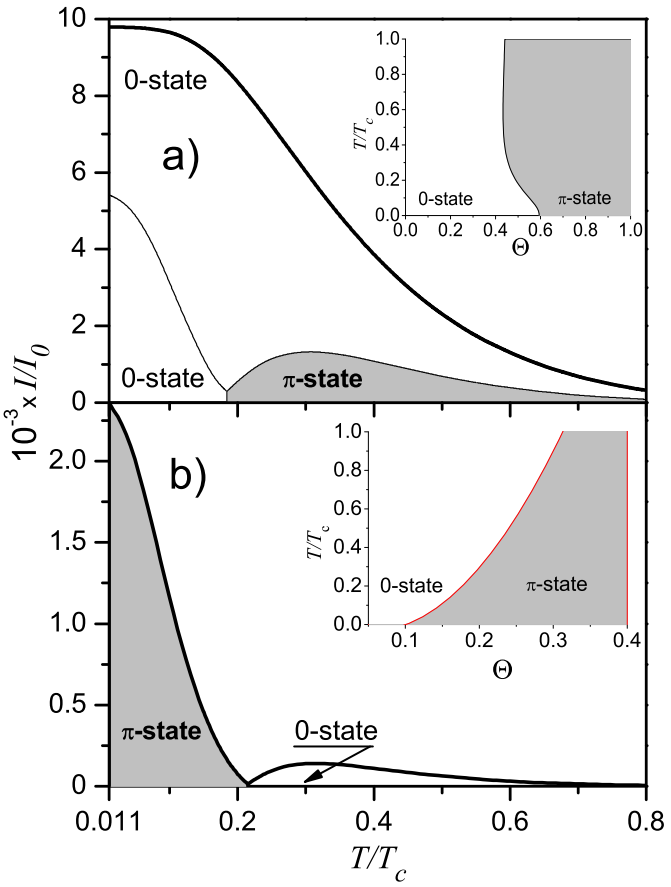


Рис. 6. На рисунках показаны критические зависимости тока от температуры в двух коротких SFS-переходах с одинаковым нормальным сопротивлением вблизи первого минимума критического тока $I_c(d_F)$ (d_F – толщина ферромагнитной области). Рис. (a) соответствует баллистическому переходу, а рис. (b) — грязному. На вставках показаны "фазовые диаграммы". Графики показывают, что π -состояние в баллистическом SFS-переходе может находится при более высоких температурах, чем 0 -состояние; противоположное явление можно наблюдать в грязном SFS в определённом диапазоне параметров.

множеством физических систем, начиная от собственно массивов с джозефсоновскими переходами и слоистых высокотемпературных сверхпроводников и заканчивая неупорядоченными сверхпроводящими пленками вблизи перехода сверхпроводник-изолятор. Электронный транспорт в этих системах определяется андреевским преобразованием сверхтока в ток квазичастиц и наоборот на границах раздела между сверхпроводящими и нормальными областями [140]. Интересным феноменом, определяющим эффективность этого механизма, является увеличение проводимости, наблюдаемой в одном соединении SNS при совпадающих напряжениях, составляющих целую (m) долю

сверхпроводящей щели, $V = 2\Delta/(em)$. Ниже приведены детали исследования механизмов квантового транспорта в таких системах.

Остальная часть Главы 1 организована следующим образом:

В разделе 1.2 исследуется статистика заряда в квантовом точечном контакте. Показано, как решается одна из проблем некоммутативности операторов тока (и заряда).

В разделе 1.3 рассматривается электронный транспорт в андреевских квантовых точках. Показано, что можно сохранить систему в течение длительного времени в метастабильном состоянии со спином $1/2$. А это фактически сверхпроводящий кубит. В присутствии спин-орбитального взаимодействия джозефсоновский ток оказывается зависящим от направления спина, что позволяет управлять квантовым состояниям такого кубита посредством джозефсоновского тока.

В разделе 1.4 рассматривается электронный транспорт в массиве джозефсновских контактов типа SNS (сверхпроводник – нормальный металл – сверхпроводник), получены соответствующие вольт-амперные характеристики. Показано, что особенности электронного транспорта в этой системе можно объяснить с помощью нового резонансного механизма для процессов переноса заряда.

1.2. Квантовое и классическое биномиальное распределение для статистики переноса электронов в когерентном проводнике

В последние годы в изучении электронного транспорта в квантовых проводниках появилась новая тематика — описание статистики переноса заряда. Как правило, исследуются функции распределения для заряда Q_{t_0}, протекшего за большое время t_0 через определенное сечение проводника, причем, что существенно, все величины вычисляются из первых принципов. Несмотря на заметное количество статей (см. обзор [187]) и полученных результатов, ряд вопросов, в особенности касающихся теории измерений, все еще остается неясным. Одна из проблем состоит в том, что в квантовом случае, в отличии от классического, возникает вопрос — как определить величину, которую следует вычислять. Технически такая неопределенность связана с некоммутативностью операторов тока при различных временах. Как оказывается, можно предъявить несколько определений для функции распределения (ФР) и характеристической функции (ХФ) которые а) в классическом случае совпадают, б) удовлетворяют некоторым общим принципам (в частности, корреляторы $\langle Q_{t_0}^n \rangle$ оказываются действительными величинами), но при вычислении в квантовом случае приводят к разным ответам. Ответить на вопрос,

какое определение “правильное” можно только рассмотрев конкретные схемы измерения, хотя бы модельные.

В данной работе мы рассмотрим некоторые варианты измерений и соответствующих определений ХФ и прокомментируем полученные ранее результаты. В первой работе, посвященной микроскопическому описанию функции распределения [188] было принято следующее определение для ХФ

$$\chi(\lambda) = \left\langle \exp\{i\lambda\hat{Q}(t_0)\}\right\rangle = \left\langle \exp\left\{i\lambda\int_0^{t_0} dt\hat{I}(t)\right\}\right\rangle \tag{1.6}$$

(здесь $\langle\ldots\rangle$ — усреднение по ансабмлю). Это определение является самым непосредственным обобщением классического определения, и отличается лишь заменой величины заряда или тока на соответствующие операторы. При вычислении были рассмотрены большие времена, при которых неприводимые корреляторы

$$\langle\langle\hat{Q}(t_0)^n\rangle\rangle = \langle\langle\int_0^{t_0} dt_1 \ldots \int_0^{t_0} dt_n \hat{I}(t_1)\ldots\hat{I}(t_n)\rangle\rangle$$

приближенно

$$\langle\langle\hat{Q}(t_0)^n\rangle\rangle = t_0\langle\langle\hat{I}^n\rangle\rangle_0 \tag{1.7}$$

где $\langle\langle\hat{I}^n\rangle\rangle_0$ — неприводимый коррелятор токов n-ого порядка в пределе нулевых частот. Неприводимые корреляторы подчиняются соотношению

$$\langle\exp\{i\lambda\hat{Q}(t)\}\rangle = \exp\{\sum_{n=1}^{\infty}(i\lambda)^n\langle\langle\hat{Q}(t)^n\rangle\rangle/n!\}$$

.

Метод вычисления, использованный в [188], можно обобщить для случая конечных температур, и (для нормальных одноканальных проводников) мы получаем

$$\chi(\lambda) = \exp\{t_0 g\int\frac{d\epsilon}{2\pi\hbar}\ln\{(1-n_L)(1-n_R)+n_Ln_R+ \\ n_L(1-n_R)\chi_\epsilon(\lambda)+n_R(1-n_L)\chi_\epsilon(-\lambda)\}\}, \tag{1.8}$$

где $\chi_\epsilon(\lambda) = \cos\{\lambda e\sqrt{T(\epsilon)}\} + i\sqrt{T(\epsilon)}\sin\{\lambda e\sqrt{T(\epsilon)}\}$, $g = 2$ — фактор учитывающий спиновое вырождение, T — прозрачность, а $n_{L,R}$ — числа заполнения в левом, и, соответственно, правом резервуарах. Такое распределение (при $k_BT = 0$, $eV \neq 0$) мы будем называть квантовым биномиальным распределением. В многоканальном случае $\chi(\lambda)$ есть произведение $\Pi_n\chi_n(\lambda)$ характеристических функций $\chi_n(\lambda)$ для собственных каналов с эффективными прозрачностями T_n, см. [189–192]. Функция распределения (1.8)

формально описывает перенос дробного заряда. При косвенных измерениях заряда в твердотельных системах дробный заряд в принципе появлятся может, например в величине дробового шуме в условиях дробного квантового эффекта Холла [193–196]. В нашем случае величина “кванта заряда” $2e\sqrt{T}$ определяется величиной собственного значения оператора тока при условии, что его действие рассматривается на подпространстве одночастичных состояний при заданной энергии $e\sqrt{T} = \pm\langle\pm|\hat{I}(t_0)|\pm\rangle$, где нормированные одночастичные состояния рассеяния $|\pm\rangle$ задаются условием $\langle+|\hat{I}(t_0)|-\rangle = 0$, см. также [188]. При учете логарифмических по времени t_0 поправок к неприводимым корреляторам точное квантование, задаваемое дискретной функцией распределения, по-видимому, сменяется небольшими модуляциями в непрерывной функции распределения. Если ограничиться учетом таких поправок (происходящих от вакуумных флуктуаций) только в парном корреляторе, то функция распределения принимает вид

$$P(Q) = \sum_n P^{(0)}(ne\sqrt{T})\left(\frac{2\pi}{G\hbar\ln\{t_0\omega\}}\right)^{1/2} \times \exp\{-(Q - ne\sqrt{T})^2/2G\hbar\ln\{t_0\omega\}\}, \tag{1.9}$$

где $P^{(0)}(ne\sqrt{T})$ — дискретная функция распределения без учета логарифмических поправок, G — кондактанс, ω — характерная частота дисперсии проводимости.

Для коррелятора третьего порядка из (1.8) получаем:

$$\langle\langle(\hat{Q}_t^3)\rangle\rangle = -t_0 g \int \frac{d\epsilon}{2\pi\hbar} e^3 T^2 (n_L - n_R)[[3[n_L(1-n_R) + n_R(1-n_L)] - 1] - 2T(n_L - n_R)^2]. \tag{1.10}$$

При малых напряжениях (и не зависящей от энергии прозрачности T) коррелятор пропорционален V^3, при больших V получаем [188]:

$$\langle\langle Q_t^3\rangle\rangle = -2e^3T^2(1-T)\frac{2eVt}{h}. \tag{1.11}$$

Соответственно, для неприводимого коррелятора токов на нулевых частотах согласно (1.7) получаем,

$$\langle\langle I^3\rangle\rangle_0 = -2e^3T^2(1-T)\frac{2eV}{h}. \tag{1.12}$$

Как именно измерять квантовую биномиальную ФР и корреляторы типа (1.11), было не вполне ясно, и в работах [191] было предложено использовать в качестве счетчика прошедших электронов спин, расположенный вблизи провода. При этом оказывается, что определение для ХФ, возникающее при таком описании, отличается от (1.6) наличием упорядочивания по времени

$$\chi(\lambda) = \langle\tilde{T}\exp\{i\lambda/2\int_0^{t_0}\hat{I}(t)dt\}T\exp\{i\lambda/2\int_0^{t_0}\hat{I}(t)dt\}\rangle, \tag{1.13}$$

где знак T означает упорядочение по времени в порядке возрастания справа налево, а $\tilde{T}$ — слева направо.

Для коррелятора протёкшего заряда третьего порядка с помощью ХФ (1.13) в работах [189, 191] получено

$$\langle\langle Q_t^3\rangle\rangle = e^3 T(1-T)(1-2T)\frac{2eVt}{h}. \tag{1.14}$$

Как видим, корреляторы третьего порядка (1.11) и (1.14) существенно отличаются. Казалось бы, в таком различии нет ничего неожиданного, поскольку определения (1.6) и (1.13) различны. Дело однако в том, что, например, для коррелятора третьего порядка заряда оба определения (1.6) и (1.13) фактически содержат неприводимый коррелятор токов на малых частотах, а такой коррелятор в пределе нулевой частоты (1.12) вычислен с помощью первого определения (1.6) правильно, и это можно проверить независимо, используя ту же технику, что была использована в [197] для вычисления парного коррелятора [4]. Как оказывается, дело тут в том, что неприводимый коррелятор токов третьего порядка обладает дисперсией на малых частотах (которая отсутствует у парного коррелятора), которая, вместе с особенностями определений корреляторов, и приводит (в зависимости от постановки эксперимента, см. ниже) к различным ответам. Действительно, при частотах $\omega \ll eV/\hbar$ (характерная частота зависимости (при больших частотах) от $\omega_{1,2} - eV/\hbar$) и $x_{1,2,3} > 0$ имеем

$$\langle\langle I_{\omega_1}(x_1) I_{\omega_2}(x_2) I_{\omega_3}(x_3)\rangle\rangle = 2\pi\delta(\omega_1+\omega_2+\omega_3) T(1-T) e^{i\omega_1 x_1/v_F + i\omega_2 x_2/v_F + i\omega_3 x_3/v_F} \times \\ [1-2T-e^{-2i\omega_2 x_2/v_F}] eV\frac{2e^3}{h}, \tag{1.15}$$

При $x_1 = x_2 = x_3 = x$

$$\langle\langle I_{\omega_1}(x) I_{\omega_2}(x) I_{\omega_3}(x)\rangle\rangle = 2\pi\delta(\omega_1+\omega_2+\omega_3) T(1-T)[1-2T-e^{-2i\omega_2 x/v_F}] eV\frac{2e^3}{h}. \tag{1.16}$$

Формально считая, что такая зависимость от частоты справедлива при всех частотах, для временны́х корреляторов получаем

$$\langle\langle I(t_1,x) I(t_2,x) I(t_3,x)\rangle\rangle = eV\frac{2e^3}{h} T(1-T) \times \\ \mathrm{Sym}\Big([1-2T]\delta(t_i-t_j)\delta(t_j-t_k) - \delta(\tilde{t}_i-\tilde{t}_j)\delta(\tilde{t}_j-\tilde{t}_k)\Big), \tag{1.17}$$

где символ Sym подразумевает симметризацию по индексам $i \neq j \neq k$; $\tilde{t}_2 \equiv t_2 + 2x/v_F$, $\tilde{t}_1 = t_1$, $\tilde{t}_3 = t_3$. (При учете реальной частотной зависимости вместо дельта-функций должны

[4] Заметим, что квантовая ФР (1.8) может служить математически точной производящей функцией для неприводимых корреляторов тока любого порядка при нулевых частотах. При этом связь корреляторов токов с корреляторами зарядов дается формулой (1.7).

стоять функции, спадающие на характерных временах $t \sim \tau_0$,[5] но для наглядности мы проведем анализ для дельта-функций). Подставляя это выражение в выражение для коррелятора зарядов третьего порядка, следующее из (1.13)

$$\langle\langle Q_T^3\rangle\rangle = \frac{3}{4}\Bigg[\int_0^T dt_1 \int_0^T dt_2 \int_0^{t_2} dt_3 + \int_0^T dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 \int_0^T dt_3 + \int_0^T dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \int_0^{t_2} dt_3 + \int_0^T dt_3 \int_0^{t_3} dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 \Bigg] \langle\langle I(t_1)I(t_2)I(t_3)\rangle\rangle \quad (1.18)$$

и интегрируя, при конечном x получаем ответ (1.14), пропорциональный $T(1-T)(1-2T)$, что характерно для классического биномиального распределения (такое же явление имеет место и для других неприводимых старших корреляторов).

Это происходит потому, что слагаемые в формуле (1.17), содержащие δ-функции, зависящие от $\tilde{t}_i$, не дают вклада в ответ, так как они не равны нулю только когда одновременно и $t_3 > t_2$ и $t_1 > t_2$ (в меру того, что из первой дельта функции в выражении следует $t_1 = t_3$), а области интегрирования для коррелятора третьего порядка в (1.18) не покрывают такого сектора в объеме $0 < t_1 < T$, $0 < t_2 < T$, $0 < t_3 < T$. Действительно, рассмотрим, например, вклад в коррелятор $\langle\langle Q_T^3\rangle\rangle$ от слагаемого в ур. (1.17), пропорционального

$$\delta(\tilde{t}_1 - \tilde{t}_3)\delta(\tilde{t}_3 - \tilde{t}_2) = \delta(t_1 - t_3)\delta(t_3 - t_2 - 2x/v_F). \quad (1.19)$$

Из (1.19) следует, что основной вклад в интегралы в ур. (1.18) должна вносить область $t_1 \approx t_3 \approx t_2 + 2x/v_F$. Но ввиду условия $x > 0$ отсюда следует, что $t_3 > t_2$ и $t_1 > t_2$. Область, определяемая этими параметрами, не входит в область интегрирования в ур. (1.18), значит, вклад (1.19) в $\langle\langle Q_T^3\rangle\rangle$ равен нулю. Аналогично можно показать, что вообще все члены в ур. (1.17), пропорциональные $\mathrm{Sym}\,\delta(\tilde{t}_i - \tilde{t}_j)\delta(\tilde{t}_j - \tilde{t}_k)$ при конечном $x > 0$ не дают вклад в $\langle\langle Q_T^3\rangle\rangle$.

Можно сказать, что при условиях когда волновой пакет сначала полностью проходит через измеритель, и лишь затем, с задержкой по времени, через измеритель проходит обратно отраженная от барьера часть пакета, специфическая квантовая интерференция исчезает и верен ответ (1.14). Если же расстояние до измерителя невелико, то в области измерения падающий волновой пакет интерферирует с отраженным, что приводит в конечном счете к ответу (1.11). Итак, ответ (1.14) верен, пока время пролета

[5] Характерное время затухания корреляторов можно оценить как $\tau_0 \sim \hbar/eV$. Более подробно временную зависимость корреляторов мы рассмотрим в отдельной статье.

от рассеивателя до спина измерителя, находящегося на расстоянии d от провода и L от рассеивателя больше, чем время затухания коррелляторов τ_0. При невыполнении этих условий ответ изменится. В вычислении же [191], хотя формально принимается что расстояние L равно нулю, фактически, поскольку размер волновых пакетов эффективно также принят равным нулю, рассмотрен предел, когда расстояние L конечно и больше, чем размер волнового пакета.

Для случая, когда спин-измеритель расположен вблизи рассеивателя, $x \ll v_F\tau_0$ и близко к проводу $d \ll v_F\tau_0$, ответ для $\langle\langle Q^3_{t_0}\rangle\rangle$ пропорционален $-T^2(1-T)$ и совпадает с ответом, задаваемым квантовым распределением (1.11). Действительно, используя общее выражение для коррелятора (1.15)при $x_{1,2,3} \ll v_F\tau_0$, получаем

$$\langle\langle I_{\omega_1}(x_1)I_{\omega_2}(x_2)I_{\omega_3}(x_3)\rangle\rangle \simeq -2\pi\delta(\omega_1+\omega_2+\omega_3)2T^2(1-T)eV\frac{2e^3}{h}. \qquad (1.20)$$

Используя это выражение при $\omega \ll eV/\hbar$ и определение (1.18), получаем выражение для $\langle\langle Q^3_{t_0}\rangle\rangle$, пропорциональное $-T^2(1-T)$, как и в вычислении с использованием ХФ (1.6).

Схема измерений со спином в принципе может быть реализована на практике с помощью мюонов, которые могут быть захвачены вблизи проводника а затем после их распада по направлению распада измеряется угол поворота спина в магнитном поле. В качестве дополнительного примера схемы измерения, которую в принципе можно реализовать практически, мы проанализировали схему измерения неприводимых корреляторов заряда с помощью амперметра, представляющего собой квазиклассическую систему (например, колебательный контур), слабо взаимодействующую с током в квантовом проводнике. Состояние амперметра характеризуется величиной ϕ. Взаимодействие амперметра с квантовым проводником описывается гамильтонианом взаимодействия $H_i = \lambda\phi\hat{I}(t)$, где λ - константа взаимодействия, $\hat{I}(t)$ - оператор тока в квантовом проводнике, $\hat{I}(t) = \int \hat{I}(t,x)f(x)dx$ (мы не учитываем эффектов запаздывания), при этом область интегрирования определяется некоторым ядром $f(x)$. Коррелляторы ϕ выражаются через коррелляторы токов в квантовом проводнике следующим образом:

$$\langle\langle(\phi(t))^n\rangle\rangle = \left(-\frac{\lambda}{2}\right)^n \int_c d\tau_1 \dots d\tau_n \\ \kappa(|t-\tau_1|)\,\mathrm{sign}(t-\tau_1)\dots\kappa(|t-\tau_n|)\,\mathrm{sign}(t-\tau_n)\langle\langle \mathrm{T_c}\, I(\tau_1)\dots I(\tau_n)\rangle\rangle, \qquad (1.21)$$

где интегрирование ведется по стандартному келдышевскому контуру; $\kappa(\tau)$ — восприимчивость амперметра. В частном случае, когда амперметр представляет собой осциллятор, уравнение движения ϕ: $\ddot{\phi} + \gamma\dot{\phi} + \Omega^2\phi = \lambda I(t)/M$, восприимчивость $\kappa(t) = \Theta(t)\exp(-\gamma t/2)\sin(\tilde{\Omega}t)/M\tilde{\Omega}$, где $\tilde{\Omega} = \sqrt{\Omega^2 - \gamma^2/4}$. Наиболее интересен случай $\gamma \approx 2\Omega$,

$\gamma \ll 1/\tau_0$. Тогда

$$\langle\langle \phi^3(0)\rangle\rangle \approx \langle\langle I_0^3\rangle\rangle \lambda^3 \int \frac{d\omega_{1,2,3}}{(2\pi)^3} \kappa(\omega_1)\kappa(\omega_2)\kappa(\omega_3) \times \delta(\omega_1+\omega_2+\omega_3) = \frac{2}{27}\frac{\langle\langle I_0^3\rangle\rangle \lambda^3}{M^3\Omega^4}, \quad (1.22)$$

$$\langle\langle \phi^n(0)\rangle\rangle \approx \frac{n!}{n^{n+1}}\frac{\langle\langle I_0^n\rangle\rangle \lambda^n}{M^n\Omega^{n+1}}, \quad (1.23)$$

где $\langle\langle I_0^n\rangle\rangle$ — неприводимый коррелятор токов n-ого порядка, определяемый квантовым биномиальным распределением. (Вкладом собственных шумов амперметра в (1.23) мы пренебрегли.)

Таким образом, измеряя неприводимые корреляторы координаты ϕ амперметра, можно измерять неприводимые корреляторы токов высоких порядков в пределе нулевых частот (в частности, $\langle\langle I_0^3\rangle\rangle \propto -T^2(1-T)$). Такие измерения возможны и при более слабых условиях на частоты амперметра, если ядро $f(x)$ определяет область интегрирования так, что $x \ll v_F\tau_0$. В обратном пределе следует ожидать "классических" ответов для корреляторов (в частности $\langle\langle I_0^3\rangle\rangle \propto T(1-T)(1-2T)$).

1.3. Транспортные свойства андреевских квантовых точек

Рассмотрим сверхпроводящий контакт общего вида, рис. 7. Выразим сверхпроводящий ток через амплитуды рассеяния элементов контакта.



Рис. 7.

Хорошо известно, что сверхпроводящий ток в джозефсоновском контакте выражается через свободную энергию Ω следующим образом [3, 198]:

$$I(\varphi) = -\frac{2e}{\hbar}\partial_\varphi \Omega(\varphi), \quad (1.24)$$

где $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ — разность фаз параметров порядка сверхпроводящих берегов контакта.

В свою очередь, свободная энергия в приближении среднего поля выражается через волновые функции боголюбовских квазичастиц $\psi = (u, v)^\tau$ с законом дисперсии ε_ν [?]:

$$\Omega(\varphi) = \frac{1}{g}\int |\Delta(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} - 2T \sum_{\nu,\varepsilon_\nu>0} \ln 2\cosh \varepsilon_\nu/2T + \\ + \sum_\nu \int \psi^\dagger(\mathbf{r},\nu)\begin{pmatrix}\hat{\xi} & 0\\ 0 & \hat{\xi}^*\end{pmatrix}\psi(\mathbf{r},\nu)d\mathbf{r}. \tag{1.25}$$

Волновые функции ψ удовлетворяют уравнениям Боголюбова-де Жена (БдЖ):

$$\begin{aligned}\varepsilon_\nu u^\alpha &= [\xi + U]^\alpha_{\ \beta} u^\beta + \Delta v^\beta \\ \varepsilon_\nu v^\alpha &= -[\xi^* + U^*]^\alpha_{\ \beta} v^\beta + \Delta^* u^\beta, \text{ где } (U^*)^\alpha_{\ \beta} = \rho^{\nu\alpha}(U(\nu,\mu))^*\rho_{\mu\beta}\end{aligned} \tag{1.26}$$

где α, β — спинорные индексы, $\rho = i\hat{\sigma}_y$ — метрический тензор [94]:

$$u(r)^\alpha = \begin{pmatrix}u(r\uparrow)\\ u(r\downarrow)\end{pmatrix}, \qquad u_\alpha = \rho_{\alpha\beta}u^\beta, \qquad u^\alpha = u_\beta\rho^{\beta\alpha},\ U(\sigma,\mu) = U^\sigma_{\ \mu}, \tag{1.27}$$

Только первое и второе слагаемое в (1.25) зависят от φ.[6] Тогда

$$I(\varphi) = \frac{2e}{\hbar}2T\sum_{\nu,\varepsilon_\nu>0}\partial_\varphi \ln\cosh\frac{\varepsilon_\nu}{2T} \equiv \frac{2e}{\hbar}T\sum_\nu \partial_\varphi \ln\cosh\frac{\varepsilon_\nu}{2T}, \tag{1.28}$$

где была использована симметрия БдЖ: если $(u, v)^\tau$ — решение БдЖ, соответствующее энергии ε, то $(\rho v^*, -\rho u^*)^\tau$ также решение БдЖ, но соответствующее энергии $-\varepsilon$. Таким образом, спектр БдЖ симметричен относительно $\varepsilon = 0$. Формула (1.28) особенно удобна в коротких контактах, где главный вклад в ток дает дискретный спектр. В дальнейшем (1.28) будет неоднократно использоваться.

Рассмотрим величину

$$\rho = -\frac{1}{\pi i}\operatorname{Tr} G^r, \tag{1.29}$$

где $G^r = (E - H + i0)^{-1}$ — запаздывающая функция Грина системы; $H = H_0 + V$ — полный гамильтониан системы, где V — потенциал, описывающий область X; действительная часть ρ — плотность состояний системы, $\operatorname{Re}\rho = \sum_\nu \delta(\varepsilon - \varepsilon_\nu)$. Удобно переписать (1.28) через ρ:

$$I = \frac{2e}{\hbar}T\int_C d\varepsilon \ln\left(\cosh\frac{\varepsilon}{2T}\right)\partial_\varphi\rho(\varepsilon,\varphi), \tag{1.30}$$

[6] Третье слагаемое может быть записано как след оператора $\operatorname{diag}(\xi, \xi^*)$. След можно вычислить в любом базисе, например, с помощью волновых функций, не зависящих от φ и удовлетворяющих уравнениям БдЖ с $\Delta \equiv 0$. Отсюда следует, что $\operatorname{Tr}\operatorname{diag}(\xi, \xi^*)$ не зависит от φ.

где интегрирование производится в вдоль контура C, см. рис. 2. Благодаря симметрии спектра БдЖ относительно $\varepsilon = 0$ мнимая часть ρ дает нулевой вклад в интеграл (1.30).

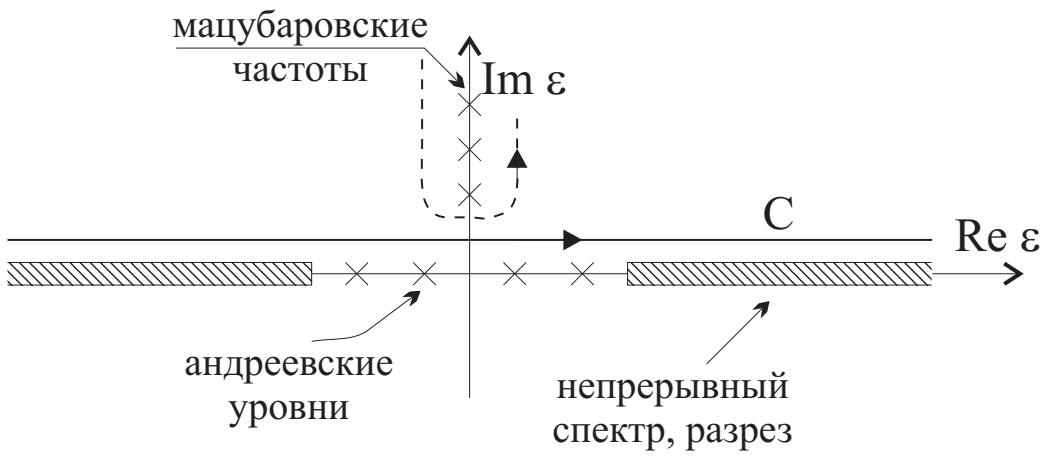


Рис. 8.

Выразим ρ через новую функцию g, определенную следующим образом:

$$\rho = -\frac{1}{\pi i}\partial_\varepsilon \ln g(\varepsilon, \varphi). \tag{1.31}$$

Подставим (1.31) в ур. (1.30) и проинтегрируем по частям: [7]

$$I = \frac{e}{i\pi\hbar}\int_C d\varepsilon \tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right)\partial_\varphi \ln g(\varepsilon, \varphi). \tag{1.32}$$

Интеграл в ур. (1.32) можно переписать как сумму по мацубаровским частотам $\omega = 2\pi T(n + 1/2)$, $n = 0, \pm 1, \ldots$, это преобразование часто упрощает вычисления сверхпроводящего тока:

$$I = \frac{4e}{\hbar} T \sum_{\omega>0} \partial_\varphi \ln g(i\omega, \varphi). \tag{1.33}$$

Чтобы получить (1.33) из (1.32), следует загнуть контур C в верхнюю полуплоскость, как показано на рис.2, и представить интеграл как сумму вычетов в полюсах $\tanh$. При этом следует отметить, что функция g не имеет особенностей в верхней полуплоскости, так как g выражается через запаздывающую функцию Грина (1.29), (1.31), не имеющую особенностей в верхней полуплоскости.

[7] при интегрировании по частям "поверхностный" вклад в интеграл $\ln\left(\cosh\frac{\varepsilon}{2T}\right)\ln g\big|_{\varepsilon\to-\infty}^{\varepsilon\to\infty}$ равен нулю, так как $\arg g$ — нечетная функция энергии ε на действительной оси (это следует из четности плотности состояний $\mathrm{Re}\,\rho$).

Для исследования транспорта в SXS контактах, где X — рассеиватель произвольного вида, удобно выразить сверхпроводящий ток через матрицу рассеяния X и амплитуды андреевского отражения от границ сверхпроводника. SXS контакт схематически изображен на рис. 9. Баллистические области N_1, N_2 носят вспомогательный харак-

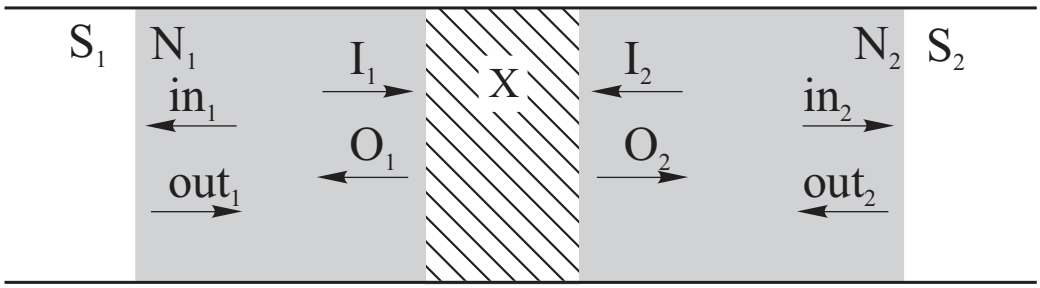


Рис. 9.

тер, вводятся для корректной постановки задачи рассеяния [?]; ширина этих областей (характерное расстояние от S до X) считается много меньшей всех характерных масштабов длины системы, не входит в выражение для сверхпроводящего тока. Матрицу рассеяния электронных квазичастиц от области X будем обозначать $S_e(\varepsilon)$. Матричная амплитуда андреевского отражения электронов в дырки от сверхпроводящих границ контакта будет обозначаться r_{he} (если области $N_{1,2}$ содержат $n_{1,2}$ каналов, то r_{he} — матрица размерности $(n_1+n_2)\times(n_1+n_2)$); соответственно, r_{eh} — амплитуда андреевкого отражения дырок в электроны. Вообще говоря, потенциальные барьеры на границе сверхпроводников, приводящие к нормальном рассеянию квазичастиц, могут быть учтены в потенциале рассеяния области X. Таким образом, квазичастицы с $|\varepsilon| \le \Delta_{1,2}$ испытывают только андреевское отражение от NS_1 и NS_2 границ. В этом случае

$$g = \det(1 - S_h r_{he} S_e r_{eh}). \tag{1.34}$$

Действительные корни уравнения $g(\varepsilon, \varphi) = 0$ соответствуют андреевским уровням.

Далее мы сконцентрируемся на коротком сужении (андреевской квантовой точке — AQD), так что типичное транспортное время τ_{flight} электрона удовлетворяет условию $\tau_{\text{flight}} \ll \hbar/\Delta$. В пределе $\tau_{\text{flight}}\Delta/\hbar \to 0$ и в отсутствие магнитного поля андреевские уровни являются спин-вырожденными и могут быть универсально выражены [199] через собственные значения T_n квадрата матрицы рассеяния,

$$\varepsilon_{n_1,n_2;\sigma} = \operatorname{sign}(n_2)\Delta\sqrt{1 - T_{n_1}\sin^2(\varphi/2)}.$$

Здесь целочисленный индекс n_1 обозначает орбитальные каналы, $n_2 = \pm 1$, $\sigma = \pm 1$ — спин-индекс, а φ обозначает сверхпроводящую разность фаз между электродами.

Андреевские уровни, которые важны для переноса электронов и для последующего управления спиновыми состояниями, соответствуют $T_n \lesssim 1$. Эти уровни распределены в энергетической полосе $\Delta|\cos(\varphi/2)| < |\varepsilon| < \Delta$. Типичное расстояние между ними равно $\delta E \sim \Delta G_Q R$, где R — сопротивление контакта в нормальном состоянии, G_Q — квант кондактанса. Эта оценка справедлива для любого сужения между сверхпроводниками, кроме туннельных переходов, для которых все $T_n \ll 1$. $R \approx$10Ом и $\Delta \approx 10$ K, расстояние $\delta E \approx 100$мК, это типично для полупроводниковой квантовой точки. Примечательно, что уровни Андреева не зависят от микроскопических и геометрических деталей сужения, кроме амплитуд рассеяния. Этот факт значительно упрощает изготовление AQD.

В основном состоянии AQD квазичастицы занимают андреевские уровни с отрицательной энергией. φ -зависимая часть энергии основного состояния равна

$$E_0 = 1/2 \sum_{n\sigma} \varepsilon_{n\sigma} \Theta(-\varepsilon_{n\sigma}),$$

где мы суммируем по индексу каналов и спина; $\Theta(x) = 1$ для $x > 0$ и ноль для $x \leq 0$. Коэффициент $1/2$ получается из упомянутого двойного счета. Если спиновое расщепление уровней Андреева меньше, чем δE, основное состояние имеет нулевой спин, поскольку обе компоненты спинового дублета заняты квазичастицами. В возбужденном состоянии AQD заполняются также некоторые андреевские уровни с положительной энергией. Рассмотрим ситуацию, когда частично заполнены два таких андреевских уровня, соответствующих двум направлениям вращения. Если только одна квазичастица заполняет любой уровень, AQD имеет спин-$1/2$. Вторая квазичастица заполняет уровень с противоположным спином, приводя к возбужденному спин-синглетному состоянию. Состояние со спином $1/2$ для AQD с наименьшей энергией (соответствующей наиболее прозрачному транспортному каналу) представляет особый интерес, поскольку оно очень стабильно. Переход в основное состояние требует изменения спина на $1/2$. Это означает, что квазичастица должна либо покинуть, либо войти в AQD. Вероятности этих процессов содержат экспоненциально малые факторы $\exp(-\Delta/k_B T)$, это означает, что при нулевой температуре AQD останется в состоянии со спином $1/2$ навсегда. Эта физика очень похожа на известный эффект четности в сверхпроводящих гранулах. Таким образом, возможно сохранить систему в течение длительного времени в этом метастабильном состоянии со спином $1/2$. А это фактически сверхпроводящий кубит [3]. В присутствии спин-орбитального взаимодействия джозефсоновский ток оказывается зависящим от направления спина, что позволяет управлять квантовым состояниям такого кубита посредством джозефсоновского тока.

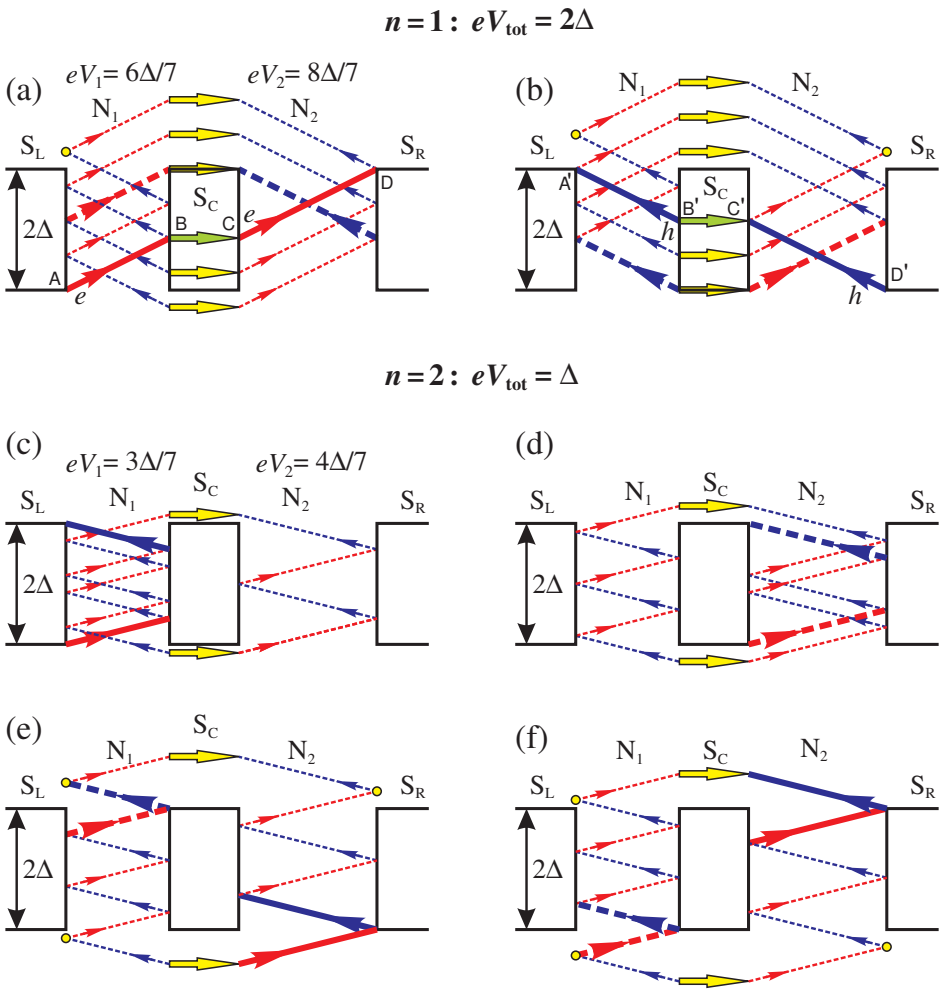


Рис. 10. Диаграммы синхронизованных андреевских процессов туннелирования (SAT) для первой, $n = 1$ (a)–(b) и второй, $n = 2$ (c)–(f), субгармоник, отвечающих резонансным особенностям в dI/dV, см. ур. (1.35)(б), для SNSNS с отношением нормальных сопротивлений $R_1/R_2 = 3/4$ (изображено как отношение $3/4$ соответствующих длин нормальных областей). Толстые сплошные линии представляют пути квазичастиц, начинающиеся и/или заканчивающиеся в точках энергетического пространства, соответствующих особенности плотности состояний на электродах S_L и S_R при энергиях $\varepsilon = \pm\Delta$. Пунктирные сплошные линии показывают пути, начинающиеся и/или заканчивающиеся на краях центрального сверхпроводящего островка S_C. Круги схематично обозначают андреевские отражения на электродах. Траектории ABCD [панель (a)] и D′C′B′A′ [панель (b)] соответствуют траекториям электронов и дырок, соответственно. Синхронизация энергий квазичастиц в точках B и C (B′ и C′) показана стрелками. SAT реализуется траекториями, проходящими через особые точки $\varepsilon = \pm\Delta$ центрального сверхпроводящего островка S_C и включающими нормальные и андреевские процессы рассеяния. Следует обратить внимание, что напряжения $eV_1 = 6\Delta/7$ и $eV_2 = 8\Delta/7$ [панели (a)–(b)] ($eV_1 = 3\Delta/7$ и $eV_2 = 4\Delta/7$ [панели (c)–(f)]) не соответствуют стандартным напряжениям многократного андреевского отражения отдельных контактов: $S_LN_1S_C$ или $S_CN_2S_R$.

1.4. Массивы джозефсоновских контактов

1.4.1. Формализм квазиклассических функций грина

Массив чередующихся островков сверхпроводник (S) — нормальный металл (N) представляет собой фундаментальную лабораторию, позволяющую моделировать множество физических систем, начиная от массивов джозефсоновских переходов и слоистых высокотемпературных сверхпроводников и заканчивая неупорядоченными сверхпроводящими пленками вблизи перехода сверхпроводник-изолятор. Электронный транспорт в этих системах определяется андреевским преобразованием сверхтока в ток квазичастиц и наоборот на границах раздела между сверхпроводящими и нормальными областями [140]. Интересным феноменом, определяющим этот механизм, является увеличение проводимости (кондактанса), наблюдаемое в одном SNS-переходе при совпадающих напряжениях, составляющих целую (m) долю сверхпроводящей щели, $V = 2\Delta/(em)$ [200–209] из-за эффекта многократного андреевского отражения (MAR) [210–212]. Вольт-амперные характеристики диффузионных SNS-переходов подробно обсуждались в работах [213, 214]. Дальнейшие разработки были обязаны исследованиям больших массивов, состоящих из многих SNS [22, 215–218]. Экспериментальные результаты, особенно полученные на многосвязных массивах [22, 215, 216], ясно показали, что особенности транспортных характеристик не могут быть объяснены MAR только на отдельных SNS и что, очевидно, существует определенная когерентность андреевских процессов, которые происходят на разных NS интерфейсах. Эти результаты требуют всеобъемлющей теории, объясняющей явления переноса больших массивах типа SNS.

Ниже мы развиваем неравновесную теорию электронного транспорта в системе из двух диффузионных SNS-переходов, то есть SNSNS-переходов, и выводим соответствующие вольт-амперные характеристики. Показано, что разбиение нормальной части SNS контакта на две нормальных области, которые, в общем, имеют разные сопротивления и связаны через небольшую сверхпроводящую гранулу (или прослойку) S_C, приводит к нетривиальной физике и к появлению нового резонансного механизма для процессов переноса заряда в системе: the Synchronized Andreev Transmission (SAT). Основным методом нашего рассмотрения является теория графов, описывающая процессы переноса заряда через S_C. [Симметричный случай с равными сопротивлениями нормальных частей подробно обсуждался в [11]. К сожалению, разработанная там методика не допускает прямого обобщения на несимметричный случай.]

В режиме SAT коррелируют процессы Андреева на границах центрального сверхпроводящего острова: если квазичастица с энергией ε достигает поверхности NS_C, ква-

зичастица с той же самой энергией выходит с другой стороны, с поверхности S_CN, см. рис. 10. Эта синхронизация энергии достигается с помощью андреевских процессов [217], которые, с одной стороны, определяют MAR, происходящие в пределах каждого из нормальных островков, и, с другой стороны, делают распределение квазичастиц на центральном острове далеким от равновесия. Эффективность синхронизации контролируется значением длины релаксации энергии квазичастиц, пересекающих S_C с энергиями выше сверхпроводящей щели Δ, и квазичастиц, испытывающих MAR в нормальных областях. Процессы SAT приводят к скачкам дифференциальной проводимости цепи SNSNS, которые появляются при резонансных значениях приложенного напряжения total V_{tot}, определяемого условием

$$V_{\text{tot}} = \frac{2\Delta}{en}, \tag{1.35}$$

где n — целое число. Важно то, что это условия не независит от деталей падения парциальных напряжений на двух нормальных областях.

Мы рассматриваем перенос заряда через контакт типа $S_LN_1S_CN_2S_R$, где S_L, S_C и S_R являются мезоскопическими сверхпроводники с одинаковой щелью Δ; сверхпроводники S_L и S_R играют роль электродов, а S_C — это центральная сверхпроводящая область, разделяющий две нормальные части, как правило, с разными нормальными сопротивлениями. Мы рассматриваем в общем случае диффузионный режим, когда большинство энергетических масштабов меньше, чем $\hbar/\tau$, где τ — время рассеяния электрона на примесях в нормальном состоянии системы. Мы полагаем, что размер L_C центральной области намного больше, чем длина когерентности ξ сверхпроводника, следовательно, процессы подщелевого упругого котуннелирования и/или прямого андреевского туннелирования [219] не вносят большой вклад в процессы переноса заряда. В общем случае, это условие гарантирует, что L_C достаточно велико, так что заряды не накапливаются в центральной части системы, и эффекты кулоновской блокады не проявляются. В то же время, предполагается, что L_C меньше длины зарядового дисбаланса, так что мы можем пренебречь координатной зависимостью функций распределения квазичастиц в области S_C. Кроме того, условие $\ell_\varepsilon \gg L_C$, где ℓ_ε — длина энергетической релаксации, подразумевает, что квазичастицы с энергиями $\varepsilon > \Delta$ пересекают центральную сверхпроводящую область S_C без какой-либо заметной потери энергии. Нормальные области N_1 и N_2 являются диффузионными нормальными металлами с характерной длиной $L_{1,2} > \xi$ и $L_{1,2} > L_T$, $L_T = \sqrt{\hbar D_N/\varepsilon}$, где D_N — коэффициент диффузии электронов в нормальном металле. Мы предполагаем, что энергия Таулеса, $E_{\text{Th}} = \hbar D_N/L_{1,2}^2$, мала, $E_{\text{Th}} \ll \Delta$, и не превышает характерных масштабов падения напряжения, $E_{\text{Th}} < eV_{1,2}$. Если эти условия, которые определяют так называемый некогерентный режим [213],

выполняются, джозефсоновская связь между сверхпроводящими островками подавляется. И, наконец, мы потребовали, чтобы длина энергетической релаксации электронов в нормальных частях N_1 и N_2 была намного больше их размеров, так что квазичастицы могут испытывать достаточно много некогерентных андреевских отражений внутри нормальных областей.

Электрический ток в SNSNS контакте может быть описан в рамках квазиклассических уравнений Ларкина-Овчинникова (LO) в так называемом грязном пределе [220, 221]:

$$-i[\check{H}_{\text{eff}}\circ,\check{\mathbf{G}}] = \nabla\check{\mathbf{J}}, \quad \check{\mathbf{J}}\cdot\mathbf{n} = \frac{1}{2\sigma_{\text{S}}R}[\check{G}_{\text{S}},\check{G}_{\text{N}}], \tag{1.36}$$

где $\check{H}_{\text{eff}} = \check{1}(i\hat{\sigma}_z\partial_t - \varphi\hat{\sigma}_0 + \hat{\Delta})$, $\check{\mathbf{J}} = D\check{\mathbf{G}}\circ\nabla\check{\mathbf{G}}$ матричный ток, индексы "S"и "N"обозначают сверхпроводник и нормальный метал соответственно, "$\circ$" означает свертку по времени, $\hat{\sigma}_{\text{i}}$ (i = x,y,z) — матрицы Паули, 2×2 матрицы, действующие в пространстве Намбу, обозначены сверху знаками ".̂.", например, $\hat{\Delta} = i\hat{\sigma}_{\text{x}}\Im\Delta + i\hat{\sigma}_{\text{y}}\Re\Delta$, и R — сопротивление NS границы. Коэффициент диффузии D равен D_{N} в нормальном металле и D_{S} в сверхпроводнике, и φ — электрический потенциал, который мы вычисляем самосогласованно. Единичный вектор $\mathbf{n}$ — нормаль к NS поверхности, направленная от N к S. Усредненнная по импульсу функция Грина $\check{\mathbf{G}}(\mathbf{r},t,t')$ является 2×2 блочной суперматрицей в келдышевском пространстве. Каждый блок этой матрицы является также матрицей 2×2 в электрон-дырочном пространстве:

$$\check{\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} \hat{G}^{\text{R}} & \hat{G}^{\text{K}} \\ 0 & \hat{G}^{\text{A}} \end{pmatrix}; \quad \hat{G}^{\text{R(A)}} = \begin{pmatrix} \mathcal{G}^{\text{R(A)}} & \mathcal{F}^{\text{R(A)}} \\ \tilde{\mathcal{F}}^{\text{R(A)}} & \tilde{\mathcal{G}}^{\text{R(A)}} \end{pmatrix}, \tag{1.37}$$

где $\mathbf{r}$ — пространственная координата, t и t' — время. Келдышевская компонента функции Грина параметризована: $\hat{G}^{\text{K}} = \hat{G}^{\text{R}}\circ\hat{f} - \hat{f}\circ\hat{G}^{\text{A}}$, где $\hat{f}$ — функция распределения, диагональная в пространстве Намбу, $\hat{f} \equiv \text{diag}[1-2n_{\text{e}}, 1-2n_{\text{h}}]$, $n_{\text{e(h)}}$ — это электронная (дырочная) функция распределения. В равновесии $n_{\text{e(h)}}$ становится Ферми-распределением. Наконец, Функция грина удовлетворяет условию нормировки, $\check{\mathbf{G}}^2 = \check{1}$.

Граничные условия, замыкающие ур. (1.36), определяются через функции Грина в объеме левого (L) и правого (R) сверхпроводника:

$$\check{\mathbf{G}}_{\text{L(R)}}(t,t') = e^{-i\mu_{\text{L(R)}}t\hat{\tau}_3/\hbar}\check{\mathbf{G}}_0(t-t')e^{i\mu_{\text{L(R)}}t'\hat{\tau}_3/\hbar},$$

где химический потенциал $\mu_{\text{L}} = 0$ and $\mu_{\text{R}} = eV$. Здесь, $\check{\mathbf{G}}_0(t)$ — равновесная функция грина теории БКШ.

Плотность тока выражается через келдышевскую компоненту $\check{\mathbf{J}}$ следующим образом:

$$\mathcal{I}(t,\mathbf{r}) = \frac{\pi\sigma_{\text{N}}}{4}\,\text{Tr}\,\hat{\sigma}_z\hat{J}^{\text{K}}(t,t;\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\int d\varepsilon\,[I_{\text{e}}(\varepsilon) + I_{\text{h}}(\varepsilon)]\,, \tag{1.38}$$

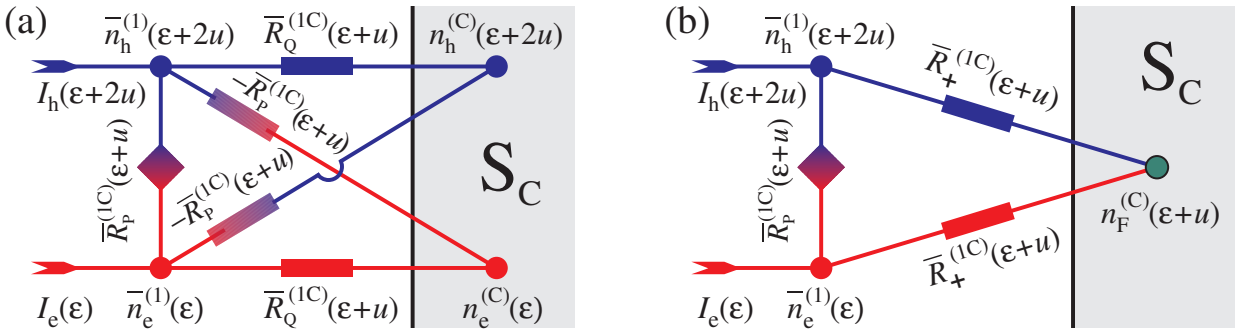


Рис. 11. Эффективная схема, описывающая граничные условия на функции Грина на границах между нормальным металлом и сверхпроводником. Законы Кирхгофа, в которых роль потенциала в узлах принимают функции распределения электронов и дырок, дают граничные условия для уравнений LO. (а) Общий неравновесный случай. (б) Эквивалентная схема для равновесного случая, когда квазичастичными функциями распределения в сверхпроводнике являются Ферми-функции, n_F, тогда $n_e(\varepsilon) = n_F(\varepsilon+u) = n_h(\varepsilon+2u)$ [213]. Электрический потенциал сверхпроводника на границе равен u.

где спектральная плотности, I_e и I_h, представляющие электронные и дырочные квазичастичные токи, соответственно, являются временными преобразованиями Вигнера верхних и нижних диагональных элементов матрицы $\check{\mathbf{J}}^{(K)}$.

На нормальной стороне интерфейса сверхпроводник-нормальный металл келдышевская компонента ур. (1.36) позволяет найти законы сохранения:

$$\nabla I_{e(h)} = 0, \tag{1.39}$$

$$I_e(\varepsilon) = \sigma_N\left\{D_p(\varepsilon+u)\nabla n_e(\varepsilon) - D_m(\varepsilon+u)\nabla n_h(\varepsilon+2u)\right\}, \tag{1.40}$$

$$I_h(\varepsilon) = \sigma_N\left\{D_p(\varepsilon-u)\nabla n_h(\varepsilon) - D_m(\varepsilon-u)\nabla n_e(\varepsilon-2u)\right\}, \tag{1.41}$$

где u — электрический потенциал соседнего сверхпроводника, $D_{p(m)} = (D_- \pm D_+)/2$,

$$\begin{aligned} D_+(\varepsilon) &= \frac{1}{4}\mathrm{Tr}[\hat{1} - \hat{G}^R(\varepsilon)\hat{G}^A(\varepsilon)], \\ D_-(\varepsilon) &= \frac{1}{4}\mathrm{Tr}[\hat{1} - \sigma^z\hat{G}^R(\varepsilon)\sigma^z\hat{G}^A(\varepsilon)], \end{aligned} \tag{1.42}$$

где след взят по компонентам в Намбу-пространстве. В объеме нормального металла, $\hat{G}^{R(A)}(\varepsilon) \to \pm\hat{\sigma}_z$ и $D_+ \approx D_- \approx 1$, так что, $I_e = \sigma_N\nabla n_e$ и $I_h = \sigma_N\nabla n_h$.

1.4.2. Графическое представление граничных условий для функций грина

Мы начнем построение теории с соответствующей формулировки граничных условий для функций распределения на границе раздела между нормальным металлом и

центральным сверхпроводящим участком. Рассмотрим стационарную ситуацию, когда приложенное напряжение не зависит от времени. Тогда функции Грина можно параметризировать вблизи интерфейса NS следующим образом:

$$\begin{aligned}&[\hat{G}^{\mathrm{R}}]_{\mathrm{j}}(\varepsilon,\varepsilon') = \hat{\sigma}_{\mathrm{z}}\delta_{\varepsilon-\varepsilon'}\cosh\theta_{\mathrm{j}}(\varepsilon) + \hat{\sigma}_{+}\,\delta_{\varepsilon-\varepsilon'+2\mathrm{u}}\sinh\theta_{\mathrm{j}}(\varepsilon) - \hat{\sigma}_{-}\,\delta_{\varepsilon-\varepsilon'-2u}\sinh\theta_{\mathrm{j}}(\varepsilon),\\ &G^{\mathrm{A}} = -\hat{\sigma}_{\mathrm{z}}(G^{\mathrm{R}})^{\dagger}\hat{\sigma}_{\mathrm{z}},\end{aligned} \tag{1.43}$$

где $\hat{\sigma}_{\pm} = \hat{\sigma}_{\mathrm{x}} \pm i\hat{\sigma}_{\mathrm{y}}$, $\mathrm{j} = \mathrm{S}$, N, и u — электрохимический потенциал. Эффективные коэффициенты диффузии равны, соответственно, $D_{+} = \cos^2 \mathrm{Im}\,\theta$ и $D_{-} = \cosh^2 \mathrm{Re}\,\theta$. При выводе ур. (1.43), мы использовали условие, что джозефсоновская связь между сверхпроводниками подавляется. Эффект близости приводит к дополнительному члену в (1.43), пропорциональному $\delta(\varepsilon - \varepsilon' - 2(u' - u))$, где u' — это потенциал соседнего сверхпроводника.

Взяв келдышевскую компоненту граничного члена в (1.36), можно найти граничные условия для токов $I_{\mathrm{e(h)}}$ на NS границе, которые принимают форму законов Кирхгофа для схемы, показанной на рис. 11(a). Функции распределения электронов и дырок играют роль напряжений в узлах. Уравнение для электронного спектрального тока, протекающего в нижний левый угловой узел:

$$I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = \frac{n_{\mathrm{e}}^{(\mathrm{C})}(\varepsilon) - n_{\mathrm{e}}^{(1)}(\varepsilon)}{R_{\mathrm{Q}}^{(1\mathrm{C})}(\varepsilon+u)} + \frac{n_{\mathrm{h}}^{(\mathrm{C})}(\varepsilon+2u) - n_{\mathrm{e}}^{(1)}(\varepsilon)}{[-R_{\mathrm{P}}^{(1\mathrm{C})}(\varepsilon+u)]} + \frac{n_{\mathrm{h}}^{(1)}(\varepsilon+2u) - n_{\mathrm{e}}^{(1)}(\varepsilon)}{R_{\mathrm{P}}^{(1\mathrm{C})}(\varepsilon+u)}. \tag{1.44}$$

Уравнение для дырочного тока легко получается аналогично (1.44) с помощью дополнительного преобразования $\varepsilon \to \varepsilon - 2u$, т.е. путем смещения всех энергий на $-2u$:

$$I_{\mathrm{h}}(\varepsilon) = \frac{n_{\mathrm{h}}^{(\mathrm{C})}(\varepsilon) - n_{\mathrm{h}}^{(1)}(\varepsilon)}{R_{\mathrm{Q}}^{(1\mathrm{C})}(\varepsilon-u)} + \frac{n_{\mathrm{e}}^{(\mathrm{C})}(\varepsilon-2u) - n_{\mathrm{h}}^{(1)}(\varepsilon)}{[-R_{\mathrm{P}}^{(1\mathrm{C})}(\varepsilon-u)]} + \frac{n_{\mathrm{e}}^{(1)}(\varepsilon-2u) - n_{\mathrm{h}}^{(1)}(\varepsilon)}{R_{\mathrm{P}}^{(1\mathrm{C})}(\varepsilon-u)}. \tag{1.45}$$

В равновесии квазичастицы в сверхпроводнике следуют распределению Ферми, тогда $n_{\mathrm{e}}^{(\mathrm{C})}(\varepsilon) = n_{\mathrm{F}}(\varepsilon+u) = n_{\mathrm{h}}^{(\mathrm{C})}(\varepsilon+2u)$ и ур. (1.44)-(1.45) сводится к

$$I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = \frac{n_{\mathrm{F}}(\varepsilon-u) - n_{\mathrm{e}}^{(1)}(\varepsilon)}{R_{+}^{(1\mathrm{C})}(\varepsilon+u)} + \frac{n_{\mathrm{h}}^{(1)}(\varepsilon+2u) - n_{\mathrm{e}}^{(1)}(\varepsilon)}{R_{\mathrm{P}}^{(1\mathrm{C})}(\varepsilon+u)}, \tag{1.46}$$

где промежуточные сопротивления определяются как $R^{-1}_{\mathrm{Q(P)}}(\varepsilon) = \{R_{-}^{-1}(\varepsilon) \pm \bar{R}_{+}^{-1}(\varepsilon)\}/2$; здесь $1/R_{\pm}(\varepsilon) = [N_2 N_1 \mp M_2^{\pm} M_1^{\pm}]/R$, $N_j(\varepsilon) = \mathrm{Re}\cosh\theta_j$, $M_j^{+}(\varepsilon) + iM_j^{-}(\varepsilon) = \sin\theta_j$ и $j = 1,2$ обозначает разные стороны интерфейса.

Схематическое представление ур. (1.46) показано на рис. 11(b). Эти граничные условия и соответствующая схема аналогичны используемым в [213].

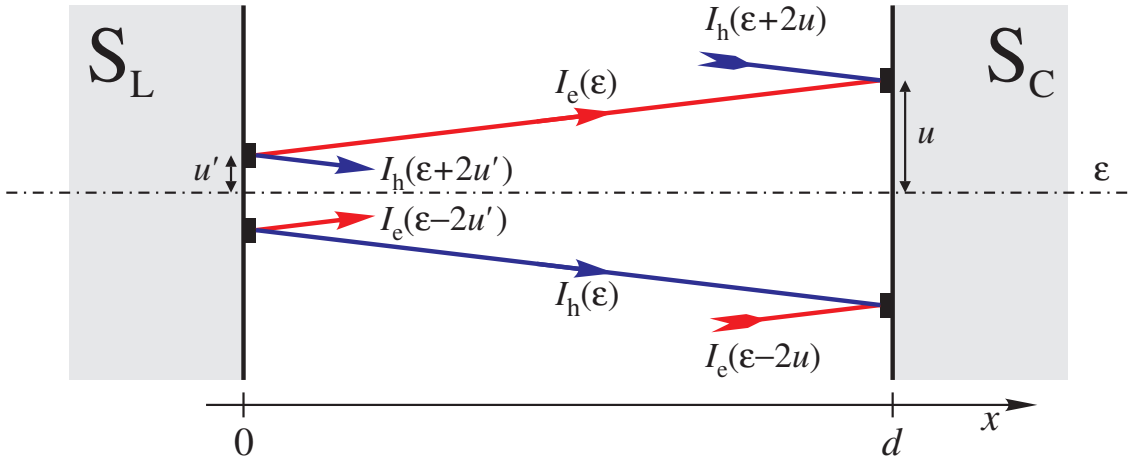


Рис. 12. Схематическая иллюстрация спектральных токов, протекающих в нормальном металле [белая область], окруженном сверхпроводниками [серая область]. Черные прямоугольники на интерфейсах учитывают граничные условия, как показано более детально на рисунке 11.

1.4.3. Процедура перенормировки эффективного кондактанса

Рассмотрим область нормального металла между левым сверхпроводящим проводом S_L и центральным сверхпроводником, S_C, см. рис. 12. Граничные условия, (1.44)–(1.45), связывают функции распределения электронов и дырок на правой и левой NS границах. Ниже мы соотносим функции распределения электронов и дырок при $x = 0$ и $x = d$, где d — толщина нормального слоя, путем построения эффективной электрической цепи. На первом шаге мы пренебрегаем изменением сопротивления из-за эффекта близости и берем $D_\pm = 1$ повсюду в нормальном слое. Но, $I_{e(h)} = \sigma_1 \nabla n_{e(h)}$, $\triangle n_{e(h)} = 0$ и поэтому

$$I_{e(h)}(\varepsilon) = [n_{e(h)}(d, \varepsilon) - n_{e(h)}(x = 0, \varepsilon)]/R_1\,, \tag{1.47}$$

где $R_1 = \sigma_1/d$ нормальное сопротивление N_1-слоя. Ур. (1.47) напоминает закон Ома с сопротивлением R_1, но где роль напряжений играют функции распределения на концах резистора. Ур. (1.47) является приблизительным, потому что оно пренебрегает перенормировкой кондактанса из-за эффектов близости [222]. Было показано в работе [213] для соединения SNS, что замена $n_{e(h)}(x = \{0, d\})$ на правильно выбранные перенормированные функции распределения с учетом эффектов близости воспроизводит уравнение (1.47). Ниже мы покажем, что эта идея применима даже тогда, когда функции распределения электронов и дырок в сверхпроводниках существенно отклоняются от функций Ферми и когда токи электронов и дырок в общем случае не могут быть связаны смещением энергии, как в переходе SNS.

На левом NS-интерфейсе спектральные токи $I_e(\varepsilon)$ и $I_h(\varepsilon + 2u)$ связаны процессоми

Андреева, см. рис. 11а. Из уравнений (1.39)–(1.41) следует, что комбинация токов квазичастиц $I_{\pm}^{(1C)}(\varepsilon) = I_e(\varepsilon) \pm I_h(\varepsilon + 2u) = \sigma_1 D_{\pm}^{(1C)}(\varepsilon + u)\nabla n_{\pm}^{(1C)}(\varepsilon + u)$, сохраняется в нормальном металле: $\nabla I_{\pm}^{(1C)} = 0$. Интегрируя последнее уравнение по x, мы получим,

$$I_{\pm}^{(1C)} \int_0^d \frac{dx}{D_{\pm}^{(1C)}(x)} = \sigma_1 \left[n_{\pm}(d) - n_{\pm}(x) \right], \tag{1.48}$$

где $n_{\pm}^{(1C)}(\varepsilon) = n_e(\varepsilon) \pm n_h(\varepsilon + 2u)$. Ур. (1.48) можно эквивалентно переписать так:

$$I_{\pm}^{(1C)}(d - x) = \sigma_1 \left[\bar{n}_{\pm}^{(1C)}(d) - n_{\pm}^{(1C)}(x) \right], \tag{1.49}$$

$$\bar{n}_{\pm}^{(1C)}(d) \equiv n_{\pm}^{(1C)}(d) - m_{\pm}^{(1C)} I_{\pm}^{(1C)}(\varepsilon + u), \tag{1.50}$$

где

$$m_{\pm}^{(1C)} = \frac{1}{\sigma_1} \int_0^d \left(\frac{1}{D_{\pm}^{(1C)}(x)} - 1 \right) dx. \tag{1.51}$$

Здесь переменная x меняется в области $\xi_N \ll x \ll d - \xi_N$, где волновые функции куперовских пар от левого и правого сверхпроводников, см. рис. 12, уже не перекрываются. При этих значениях x угол $\theta(x) \to 0$, $D_{\pm}(x) \to 1$ и мы поэтому можем заменить x на 0 в интеграле ур.(1.48).

Принимая во внимание, что $I_{\pm}^{(1C)}(\varepsilon + u) = I_e(\varepsilon) \pm I_h(\varepsilon + 2u)$, мы наконец получаем следующий важный результат:

$$(d - x) I_e(\varepsilon) = \sigma_1 [\bar{n}_e^{(1C)}(d) - n_e^{(1C)}(x)], \tag{1.52}$$

где

$$\bar{n}_e^{(1C)}(d) = n_e^{(1C)}(d) - I_e(\varepsilon)\, m_e^{(1C)}(\varepsilon + u) - I_h(\varepsilon + 2u)\, m_h^{(1C)}(\varepsilon + u). \tag{1.53}$$

Здесь $m_{e(h)}^{(1C)} = [m_+^{(1C)} \pm m_-^{(1C)}]/2$.

Применяя аналогичную процедуру в ур.(1.48)–(1.53), для левой NS границы на рис.12, найдем для $\xi_N \ll x \ll d - \xi_N$:

$$x I_e(\varepsilon) = \sigma_1 [n_e^{(1L)}(x) - \bar{n}_e^{(1L)}(x = 0)], \tag{1.54}$$

где

$$\bar{n}_e^{(1L)}(x = 0) = n_e^{(1L)}(x = 0) + I_e(\varepsilon)\, m_e^{(1L)}(\varepsilon + u') + I_h(\varepsilon + 2u')\, m_h^{(1L)}(\varepsilon + u'). \tag{1.55}$$

Здесь $m_{e(h)}^{(1L)} = [m_+^{(1L)} \pm m_-^{(1L)}]/2$,

$$m_{\pm}^{(1L)} = \frac{1}{\sigma_1} \int_0^d \left(\frac{1}{D_{\pm}^{(1L)}(x)} - 1 \right) dx. \tag{1.56}$$

Уравнения (1.52)–(1.54) показывают, как $n_e^{(1)}$ зависит от x в центральной части нормального слоя на рис.12. Ур.(1.52) должно согласовываться с ур.(1.54). Единственный способ выполнить это условие заключается в следующем:

$$I_e(\varepsilon) = \frac{\bar{n}_e^{(1C)}(d) - \bar{n}_e^{(1L)}(x=0)}{R_1}, \tag{1.57}$$

где $R_1 = d/\sigma_1$ это нормальное сопротивление N-слоя, и мы использовали это в $n_e^{(1L)}(x) = n_e^{(1C)}(x)$. Условие (1.57) напоминает закон Ома. Оно позволяет связать функции распределения при $x = 0$ и $x = d$.

Аналогичное условие выполняется для I_h:

$$I_h(\varepsilon) = \frac{\bar{n}_h^{(1C)} - \bar{n}_h^{(1L)}}{R_1}, \tag{1.58}$$

где

$$\bar{n}_h^{(1C)} = n_h^{(1C)}(d) - m_h^{(1C)}(\varepsilon - u)\, I_e(\varepsilon - 2u) - m_e^{(1C)}(\varepsilon - u)\, I_h(\varepsilon), \tag{1.59}$$

$$\bar{n}_h^{(1L)} = n_h^{(1L)} + m_h^{(1L)}(\varepsilon - u')\, I_e(\varepsilon - 2u') + m_e^{(1L)}(\varepsilon - u')\, I_h(\varepsilon)]. \tag{1.60}$$

Последний шаг — формулировка граничных условий на интерфейсах NS в терминах эффективных функций распределения (с тильдами). Используя обозначения $I_\pm$, мы можем переписать граничные условия (1.44)–(1.45) в компактом виде

$$I_\pm^{(1C)}(\varepsilon) = \frac{n_\pm^{(C)}(\varepsilon) - n_\pm^{(1C)}(\varepsilon)}{R_\pm^{(1C)}(\varepsilon + u)}. \tag{1.61}$$

Далее, из ур (1.49) следует, что

$$I_\pm^{(1C)}(\varepsilon + u) = \frac{n_\pm^{(C)} - \bar{n}_\pm^{(1C)}}{\bar{R}_\pm^{(1C)}(\varepsilon + u)}, \tag{1.62}$$

$$\bar{R}_\pm^{(1C)}(\varepsilon) = m_\pm^{(1C)}(\varepsilon) + R_\pm^{(1C)}(\varepsilon). \tag{1.63}$$

Аналогично выглядит граничное условие при $x = 0$:

$$I_\pm^{(1L)}(\varepsilon + u') = \frac{\bar{n}_\pm^{(1L)} - n_\pm^{(L)}}{\bar{R}_\pm^{(1L)}(\varepsilon + u')}, \tag{1.64}$$

$$\bar{R}_\pm^{(1L)}(\varepsilon) = m_\pm^{(1L)}(\varepsilon) + R_\pm^{(1L)}(\varepsilon). \tag{1.65}$$

Отсюда следует, что физический смысл членов $m_\pm$ связан с вкладом эффекта близости в сопротивление интерфейса NS, см. [213].

Удобнее работать с граничными условиями для $I_{e(h)}$, а не с $I_\pm$. Тогда мы можем воспользоваться уравнениями (1.44),(1.45), но с учетом $n_{e(h)}^{(1L)} \to \bar{n}_{e(h)}^{(1L)}$ и $R_{Q(P)}^{(1C)} \to \bar{R}_{Q(P)}^{(1C)}$, где, например, $\bar{R}_{Q(P)}^{(1C)} = 2\bar{R}_-^{(1C)}\bar{R}_+^{(1C)}/[\bar{R}_+^{(1C)} \pm \bar{R}_-^{(1C)}]$.

1.4.4. Запаздывающие и опережающие функции Грина в нормальных металлах и сверхпроводниках

Сформулировав в общем случае граничные условия для функций распределения, мы переходим теперь к детальному описанию функций Грина.

Нормальные области в экспериментальных SNS и массивах SNS, см. [215, 217], соединяются со сверхпроводниками, как это показано на рис.13. Соединения этого типа обычно называют «слабыми связями» [199, 223]. Граничные условия для запаздывающих функций Грина, см. (1.36), можно упростить в этом случае: запаздывающие функции Грина на сверхпроводящих сторонах NS границ могут быть заменены функцией Грина массивного однородного сверхпроводника. Приближение «жестких» граничных условий является разумным, поскольку величина тока намного меньше критического тока сверхпроводника [это предполагается] и ток поступает в сверхпроводник из узкого нормального провода с шириной, сравнимой с размером пары. Существуют также другие случаи, когда жесткие граничные условия являются применимыми, например, если NS граница имеет малую прозрачность, например, из-за изолирующего слоя на границе раздела NS.

Рецепт, указывающий, как следует находить $\theta(x)$ в нормальном металле вблизи NS границы, где выполняются жесткие граничные условия, можно взять, например, из [213]. Здесь для полноты мы кратко воспроизведем их результат. Запишем $\theta(x)$ вблизи правой NS границы (см. рис. 12), принимая $u' = 0$. В сверхпроводнике $\theta_S = \operatorname{atanh}(\Delta/\varepsilon)$, где Δ — сверхпроводящая щель. Значение $\theta_N = \theta(x = 0)$ со стороны нормального металла должно быть найдено из уравнения:

$$W\sqrt{\frac{i\Delta}{\varepsilon + i/2\tau_\sigma}}\sinh(\theta_N - \theta_S) + 2\sinh\frac{\theta_N}{2} = 0, \tag{1.66}$$

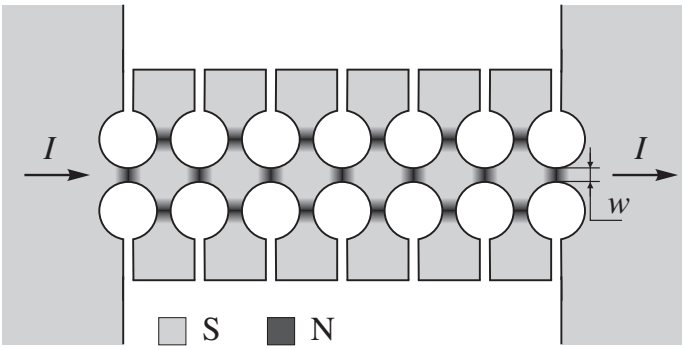


Рис. 13. Типичный экспериментальный массив SNS [215, 217]. Этот тип связи позволяет использовать жесткие граничные условия для функций Грина.

где $W = R_\Delta/R_{\rm NS}$, $R_\Delta = \xi_\Delta/\sigma_{\rm N}$, ($\xi_\Delta = \sqrt{D/\Delta}$) — сопротивление нормального слоя металла с шириной ξ_Δ. Здесь τ_σ — характерное время жизни куперовской пары [150] [например, вызванное электрон-фононным или электрон-электронным взаимодействием] и $R_{\rm NS}$ — нормальное сопротивление границы. Тогда решение при $\theta(x>0)$ принимает следующий вид:

$$\tanh\frac{\theta}{4} = \exp\left(-\frac{x}{\xi_\varepsilon\sqrt{i}}\right)\tanh\frac{\theta_{\rm N}}{4}, \tag{1.67}$$

где $\xi_\varepsilon = \sqrt{D/[2(\varepsilon + i/2\tau_\sigma)]}$. Эффективные кондактансы $\bar{g}_\pm$ должны выражаться через θ согласно ур. (1.66)–(1.67).

1.4.5. Спектральные плотности тока в сверхпроводящих островках

Схема, показанная на рис. 14a, является графическим представлением граничных условий для уравнения (1.36) на краях сверхпроводящего островка. Она построена из блоков, показанных на рис. 11a. Мы рассматриваем случай, когда размер сверхпроводящего островка меньше, чем длина зарядового дисбаланса, и поэтому координатной зависимостью функций распределения квазичастиц на острове можно пренебречь. Решая уравнения Кирхгофа для схемы, показанной на рис. 14a, мы исключаем функции распределения квазичастиц, соответствующие сверхпроводящему островку, и выражаем спектральные токи через функции распределения квазичастиц в нормальных слоях:

$$I_{\rm e}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}_{\rm e}^{(2)}(\varepsilon) - \bar{n}_{\rm e}^{(1)}(\varepsilon)}{\bar{R}_{\rm D}(\varepsilon+u)} + \frac{\bar{n}_{\rm h}^{(2)}(\varepsilon+2u) - \bar{n}_{\rm h}^{(1)}(\varepsilon+2u)}{\bar{R}_{\rm B}(\varepsilon+u)}, \tag{1.68}$$

$$I_{\rm h}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}_{\rm h}^{(2)}(\varepsilon) - \bar{n}_{\rm h}^{(1)}(\varepsilon)}{\bar{R}_{\rm D}(\varepsilon-u)} + \frac{\bar{n}_{\rm e}^{(2)}(\varepsilon-2u) - \bar{n}_{\rm e}^{(1)}(\varepsilon-2u)}{\bar{R}_{\rm B}(\varepsilon-u)}, \tag{1.69}$$

$$\bar{R}_{\rm D(B)} = 2\left[\frac{1}{\bar{R}_+^{(1{\rm C})} + \bar{R}_+^{(2{\rm C})}} \pm \frac{1}{\bar{R}_-^{(1{\rm C})} + \bar{R}_-^{(2{\rm C})}}\right]^{-1}. \tag{1.70}$$

Эффективное сопротивление $\bar{R}_{\rm D}$ описывает “переход” квазичастиц от одного нормального слоя к другому через сверхпроводник, и сопротивление $\bar{R}_{\rm B}$ описывает андреевские процессы, см. рис. 14b. Обратите внимание, что квазичастичные переходы здесь отличаются от процессов упругого туннелирования и перекрестного андреевского туннелирования [6, 219, 224, 225], где квазичастицы Боголюбова туннелируют под щелью через тонкую (с шириной порядка размера куперовской пары) полоску сверхпроводника. Вероятность этих туннельных процессов уменьшается экспоненциально, если ширина сверхпроводящего слоя превышает размер куперовской пары, и они происходят без генерации сверхтока в сверхпроводнике (сверхток течет “виртуально”). Размер сверхпроводящих островков массивов SNS, которые мы здесь рассматриваем, значительно

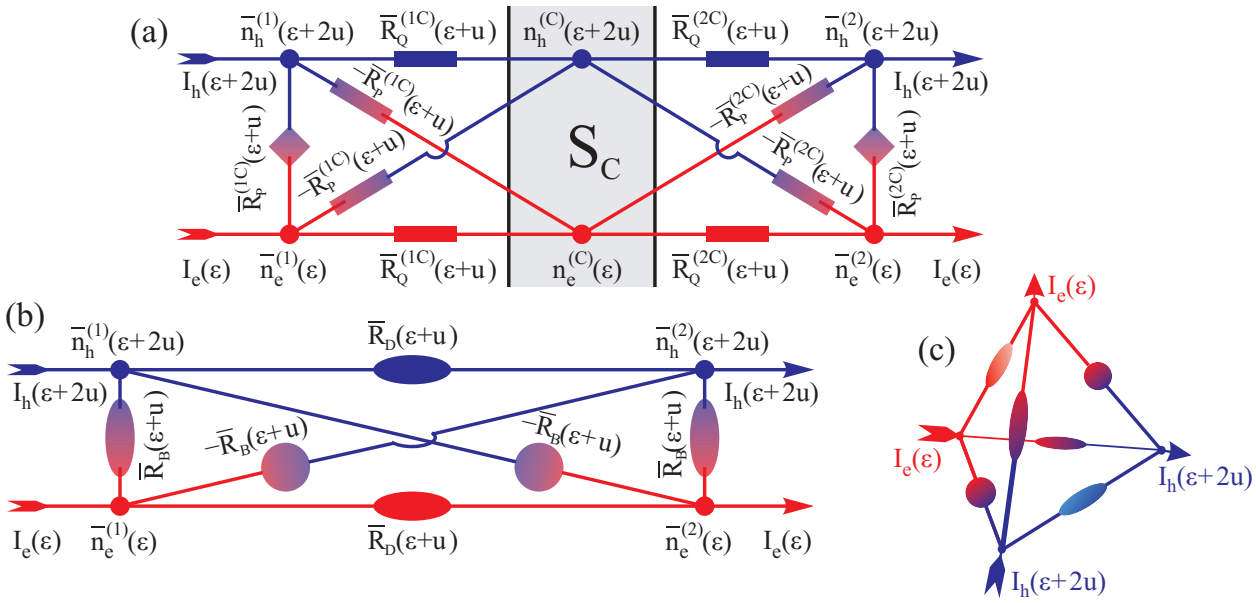


Рис. 14. (a) Эффективная схема, представляющая преобразование тока на NS границах центрального сверхпроводящего острова S_C. Сопротивления, R_P и R_Q относятся к андреевским и нормальным процессам, соответственно. Роль напряжений в узлах играют функции распределения электронов и дырок. (б) Иллюстрация граничных условий (1.68)–(1.70), см. электрическую цепь в виде пирамиды. Электронные и дырочные токи, поступающие с левой стороны пирамиды, текут в одном нормальном слое, правые токи текут в другом нормальном слое. Эффективное сопротивление $\bar{R}_D$ описывает «прямую» передачу квазичастиц от одного нормального слоя к другому через сверхпроводник, и сопротивление $\bar{R}_B$ относится к андреевским процессам. с) Эквивалентное трехмерное изображение электрической цепи (b).

превосходит размер куперовской пары, а ток квазичастиц с энергиями ниже щели преобразуется на границе NS в сверхток в S-островках и затем снова превращается в ток квазичастиц на противоположной SN-границе.

1.4.6. Рекуррентные соотношения

Мы показали, что существует прямая связь между эффективной электрической цепью и решением уравнений Узаделя с соответствующим образом выбранными граничными условиями. Эффективная схема, описывающая транспорт в SNSNS-массиве, показана на рис. 15. Мы выбираем направление протекания тока таким образом, чтобы токи электронов I_{e} и дырок I_{h} текли в противоположных направлениях. Выражение для полного тока тогда принимает вид:

$$\mathcal{I}(V) = -\frac{1}{2e}\int d\varepsilon\,(I_{\mathrm{e}} + I_{\mathrm{h}}). \tag{1.71}$$

Спектральные токи I_{e} and I_{h} удовлетворяют соотношениям: $I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = -I_{\mathrm{h}}(\varepsilon)|_{V\to -V}$. Аналогично, $n_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = n_{\mathrm{h}}(\varepsilon)|_{V\to -V}$, откуда следует, что $\mathcal{I}(-V) = -\mathcal{I}(V)$.

Записывая уравнения Кирхгофа для распределения потенциала в эффективной схеме на рис. 15, мы приходим к рекуррентным соотношениям, см. 1.4.8:

$$\begin{aligned}\mathcal{R}(\varepsilon,-\mathrm{u},-V)I_{\mathrm{h}}(\varepsilon)-\rho^{(\circ)}(\varepsilon-\mathrm{u})I_{\mathrm{e}}(\varepsilon-2\mathrm{u})-\\ \rho^{(\triangleright)}(\varepsilon)I_{\mathrm{e}}(\varepsilon)-\rho^{(\triangleleft)}(\varepsilon-V)I_{\mathrm{e}}(\varepsilon-V) = n_{\mathrm{F}}(\varepsilon)-n_{\mathrm{F}}(\varepsilon-V),\end{aligned} \tag{1.72}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{R}(\varepsilon,\mathrm{u},V)I_{\mathrm{e}}(\varepsilon)-\rho^{(\circ)}(\varepsilon+\mathrm{u})I_{\mathrm{h}}(\varepsilon+2\mathrm{u})-\\ \rho^{(\triangleright)}(\varepsilon)I_{\mathrm{h}}(\varepsilon)-\rho^{(\triangleleft)}(\varepsilon+V)I_{\mathrm{h}}(\varepsilon+2V) = n_{\mathrm{F}}(\varepsilon+V)-n_{\mathrm{F}}(\varepsilon).\end{aligned} \tag{1.73}$$

Здесь эффективное сопротивление $\mathcal{R} = R_1 + R_2 + \rho^{(\triangleright\circ\triangleleft)}$, где

$$\rho^{(\triangleright\circ\triangleleft)} = (1/2)\sum_{\alpha=\pm}\{\bar{R}^{(1\mathrm{L})}_{\alpha,\varepsilon} + \bar{R}^{(1\mathrm{C})}_{\alpha,\varepsilon+\mathrm{u}} + \bar{R}^{(2\mathrm{C})}_{\alpha,\varepsilon+\mathrm{u}} + \bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{\alpha,\varepsilon+\mathrm{V}}\}, \tag{1.74}$$

$$\rho^{(\circ)} = (1/2)\{\bar{R}^{(1\mathrm{C})}_{+} + \bar{R}^{(2\mathrm{C})}_{+} - \bar{R}^{(1\mathrm{C})}_{-} - \bar{R}^{(2\mathrm{C})}_{-}\}, \tag{1.75}$$

$$\rho^{(\triangleleft)} = (1/2)\{\bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{+} - \bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{-}\}, \tag{1.76}$$

$$\rho^{(\triangleright)} = (1/2)\{\bar{R}^{(1\mathrm{L})}_{+} - \bar{R}^{(1\mathrm{L})}_{-}\}. \tag{1.77}$$

Когда массив контактов находится в нормальном состоянии (или, если $|\varepsilon| \gg \Delta$), $\mathcal{R}$ сводится к нормальному сопротивлению, тогда как $\rho^{(\triangleleft)}$ и $\rho^{(\triangleright)}$ исчезают. Тогда можно найти из ур. (1.72)–(1.73), что $I_{\mathrm{h}}(\varepsilon) = [n_{\mathrm{F}}(\varepsilon) - n_{\mathrm{F}}(\varepsilon - V)]/\mathcal{R}$, и $I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = [n_{\mathrm{F}}(\varepsilon + V) - n_{\mathrm{F}}(\varepsilon)]/\mathcal{R}$, что вместе с ур. (1.71) сводится к закону Ома $\mathcal{I} = V/\mathcal{R}$.

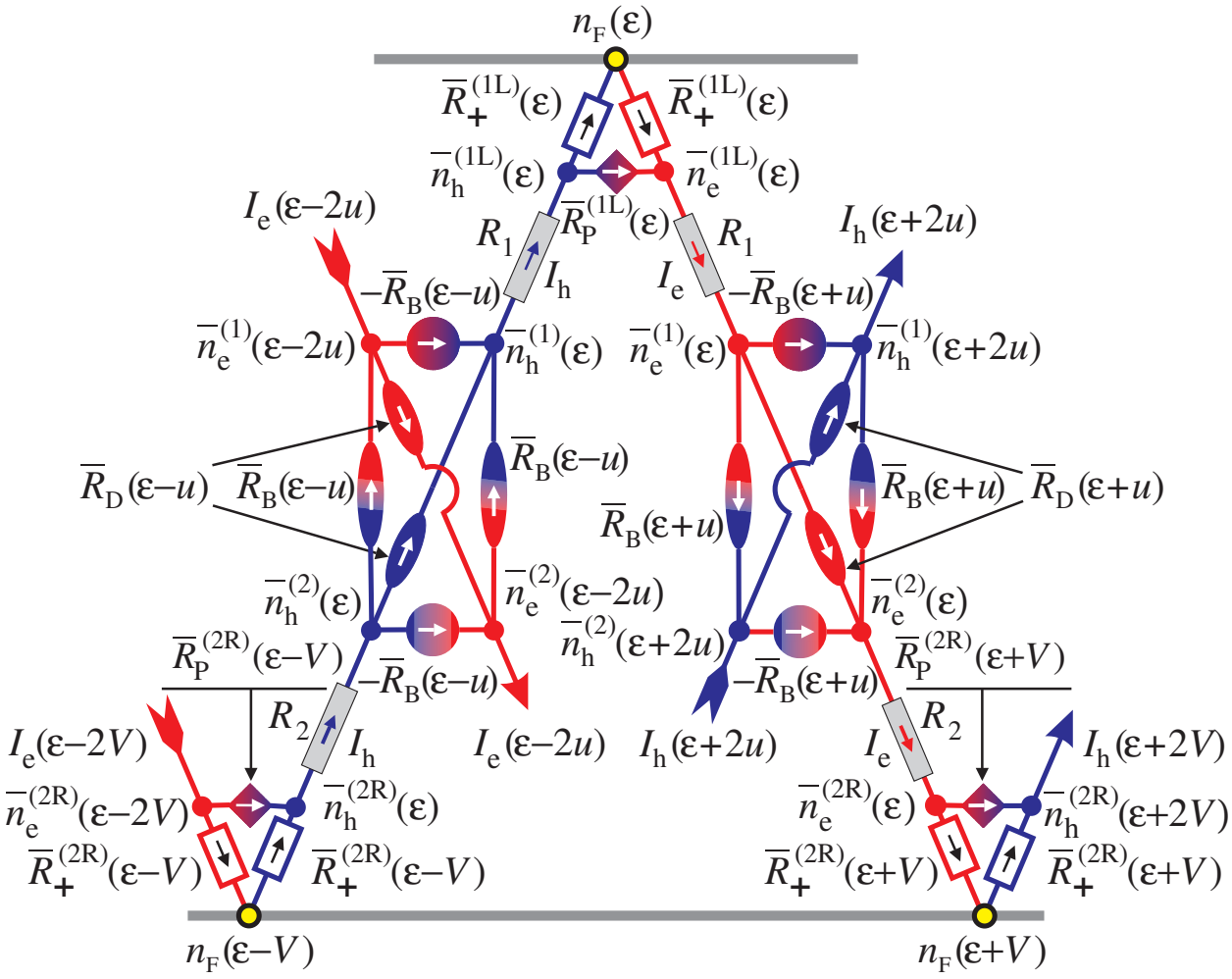


Рис. 15. Многократное андреевское отражение (MAR) в массиве SNSNS. На графике показана эффективная схема для квазичастичных токов I_e и I_h в энергетическом пространстве. Роль напряжений здесь играют функции распределения квазичастиц. Квадраты, треугольники и овалы описывают эффективные сопротивления, которые, в свою очередь, следуют из уравнений Узаделя и граничных условий к ним.

Легко найти потенциал островка в случае симметричного массива, когда равны вероятности прохождения всех NS-границ центрального сверхпроводника, а также вероятности прохождения границ нормальный метал-сверхпроводящий электрод, и $R_1 = R_2$. Тогда сопротивления $\bar{R}_\pm^{(1L)} = \bar{R}_\pm^{(1R)}$, $\bar{R}_\pm^{(1C)} = \bar{R}_\pm^{(2C)}$ и из соображений симметрии, $u = V/2$. Рекуррентные соотношения (1.72)-(1.73) становятся инвариантными относительно подстановки $I_e(\varepsilon - V) = I_h(\varepsilon)$ и сводятся к сотношению:

$$\mathcal{R}(\varepsilon, V) I_e(\varepsilon) - \rho^{(\triangleright)}(\varepsilon) I_e(\varepsilon - V) - \rho^{(\triangleleft)}(\varepsilon + V) I_e(\varepsilon + V) = n_F(\varepsilon + V) - n_F(\varepsilon), \tag{1.78}$$

где

$$\mathcal{R}(\varepsilon, V) \equiv \mathcal{R}(\varepsilon, V/2, V) - \rho^{(\circ)}(\varepsilon + V/2) = R_{\rm N}(\varepsilon) + (1/2)\sum_{\alpha=\pm}\{\bar{R}^{(1{\rm L})}_{\alpha,\varepsilon} + \bar{R}^{(2{\rm R})}_{\alpha,\varepsilon+{\rm V}}\}, \tag{1.79}$$

и $R_{\rm N}(\varepsilon) = R_1 + R_2 + \bar{R}^{(1{\rm C})}_{-,\varepsilon+{\rm V}/2} + \bar{R}^{(2{\rm C})}_{-,\varepsilon+{\rm V}/2}$.

Рекуррентное соотношение (1.78) аналогично полученному ранее для SNS контакта, см. [11, 213] и 1.4.9, но в нашем случае нормальное сопротивление $R_N(\varepsilon)$ становится зависящим от энергии [11]. Другими словами, симметричный SNSNS (два последовательных SNS контакта) те же транспортные свойства, что и SNS контакт (с точки зрения эффективной цепи, описывающей кинетику), но с энергетической зависимостью сопротивления нормальной части. Сопротивление $\bar{R}^{(1{\rm C})}_{-,\varepsilon}$ имеет особенности, когда энергия соответствует особенностям плотности состояний сверхпроводящего островка в центре SNSNS. Это и является причиной субгармонических особенностей при $2\Delta/V = n/2$, $n = 1, 2, \ldots$, в отличие от SNS контакта, где эти особенности проявляются при $2\Delta/V = n$. Как следует из .(1.79) необычные субгармонические особенности должны исчезнуть, если сопротивление нормального слоя значительно превышает сопротивление границ раздела SN. Тогда $R_1 \gg \bar{R}^{(1{\rm C})}_{-,\varepsilon+{\rm V}/2} + \bar{R}^{(2{\rm C})}_{-,\varepsilon+{\rm V}/2}$ и центральный сверхпроводящий островок SNSNS массива как бы «исчезает», и массив становится эквивалентен SNS с точки зрения транспортных свойств [11].

1.4.7. Результаты и обсуждение

Расчет вольт-амперных характеристик $\mathcal{I}(V)$ требует численного решения рекуррентных соотношений (1.72)–(1.73). Мы разработали вычислительную схему, позволяющую обойти неустойчивости, вызванные неаналитическим поведением спектральных токов $I_{\rm e(h)}(\varepsilon)$. Процедура заключается в следующем: во-первых, мы фиксируем определенную энергию ε и идентифицируем набор энергий, связанных через рекуррентные уравнения в данном интервале энергий, решая полученную подсистему уравнений. Затем мы повторяем процедуру до тех пор, пока не будет достигнута сходимость с относительной точностью не меньше $\delta\varepsilon = 10^{-5}\Delta$. Как правило, для каждого заданного напряжения необходимо решить до 10^6 линейных уравнений, но вычислительная сложность зависит от соизмеримости u и V.

На рисунке 16 показаны сравнительные результаты для SNSNS и двух SNS, соединенных последовательно (это соответствует случаю, когда размер центрального острова значительно превышает длину релаксации энергии, $L_{\rm C} > \ell_\varepsilon$). На рисунке показано дифференциальные сопротивления как функции приложенного напряжения, которые имеют ярко выраженные особенности, связанные с многократными андреевскими отраже-

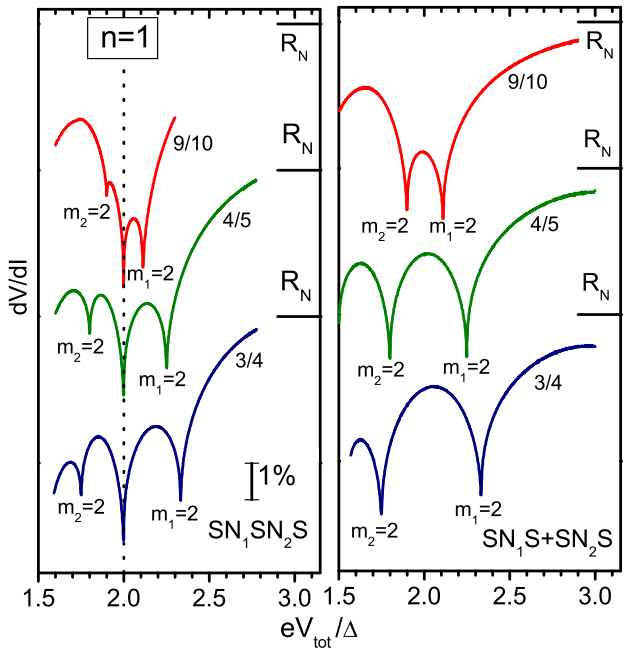


Рис. 16. Левая панель: дифференциальные сопротивления в зависимости от приложенного напряжения V_{tot} для SN_1SN_2S. Дороби $3/4$, $4/5$ и $9/10$ представляют отношения сопротивлений нормальных областей, R_1/R_2. Дифференциальное сопротивление dV/dI соединения SN_1SN_2S имеет особенности SAT при $V_{\text{tot}} = 2\Delta/e$ независимо от падения парциального напряжения. Главная особенность SAT в дифференциальном сопротивлении расположена между двумя дополнительными пиками, соответствующими отдельным процессам MAR, происходящим на стыках SN_1SN_2S для $m_1, m_2 = 2$. Положения этих особенностей зависят от R_1/R_2. Правая панель: соответствующие $dV/dI(V_1 + V_2)$ для двух последовательных переходов SN_1S и SN_2S, показано, как бы выглядели графики dV/dI в отсутствие процесса синхронизации, т. е., в случае, когда $L_C > \ell_\varepsilon$. Эти зависимости dV/dI были рассчитаны согласно теории [213] (с коэффициентом пропускания $W = 1$).

ниями квазичастиц (MAR). Главная особенность SAT в дифференциальном сопротивлении расположена между двумя дополнительными пиками, соответствующими отдельным процессам MAR, происходящим на стыках SN_1SN_2S для $m_1, m_2 = 2$. Положения этих особенностей зависят от R_1/R_2. Правая панель: соответствующие $dV/dI(V_1 + V_2)$ для двух последовательных переходов SN_1S и SN_2S, показано, как бы выглядели графики dV/dI в отсутствие процесса синхронизации, т. е., в случае, когда $L_C > \ell_\varepsilon$. Эти зависимости dV/dI были рассчитаны согласно теории [213] (с коэффициентом пропускания $W = 1$).

Резонансные напряжения, при которых проявляются сингулярности dV/dI, связанные с процессами синхронизованного андреевского прохождения квазичастиц (SAT), можно найти из рассмотрения квазичастичных траекторий на диаграммах в энергетическом пространстве. Такая диаграмма для первой субгармоники, $n = 1$, и отношения $R_1/R_2 = 3/4$ показана на рис. 10.

Достигнутое качественное понимание механизмов SAT (см. подпись к рис. 10) позволяет утверждать, что проявления SAT в эксперименте может быть еще более выраженными с ростом числа SNS-переходов в системе. Чтобы убедиться в этом, предположим, что сопротивления нормальных островков в цепи SNS-переходов случайным образом разбросаны вокруг их среднего значения R_0 и следуют гауссовой статистике со стандартным отклонением $\sigma_R = \sigma R_0$, где σ безразмерно. Соответственно, дисперсия распределения резонансных напряжений MAR характеризуется тем же σ, и особенности MAR размываются. Распределим падение напряжения $2\Delta/e$ между n последовательными островками. SAT-путь квазичастиц начинается у нижнего края сверхпроводящей щели на острове j, пересекает промежуточные сверхпроводящие островки $n-1$ и достигает края щели на $j+n$-ом острове в цепочке. Стандартное отклонение падения напряжения на островах n растет как $\sqrt{n}$, что приводит к отклонению напряжения на один островок $\propto 1/\sqrt{n}$, то есть дисперсия распределения V_n уменьшается с увеличением n: $\sigma_{SAT} = \sigma/\sqrt{n}$. В отличие от MAR-индуцированных особенностейсубгармонические пики при напряжениях V_n на соединение с увеличением n вследствие процессов SAT становятся более резкими и выраженными.

1.4.8. Приложение: Рекуррентные соотношения для квазичастичных токов и функций распределения

Законы Кирхгофа, применяемые для схемы на рис. 15, порождают следующую линейную систему уравнений:

$$I_{\mathrm{e}}(\varepsilon-2V) = \frac{\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{h},\varepsilon}-\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{e},\varepsilon-2V}}{\bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{P},\varepsilon-V}}+\frac{n_{\mathrm{F}}(\varepsilon-V)-\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{e},\varepsilon-2V}}{\bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{+,\varepsilon}}, \tag{1.80}$$

$$I_{\mathrm{h}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{h}}-\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{e},\varepsilon-2V}}{\bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{P},\varepsilon-V}}+\frac{\bar{n}^{(4)}_{\mathrm{h}}-n_{\mathrm{F}}(\varepsilon-V)}{\bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{+,\varepsilon-V}}, \tag{1.81}$$

$$I_{\mathrm{h}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(2)}_{\mathrm{h}}-\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{h}}}{R_2}, \tag{1.82}$$

$$I_{\mathrm{h}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(1)}_{\mathrm{h},\varepsilon}-\bar{n}^{(2)}_{\mathrm{h},\varepsilon}}{\bar{R}_{\mathrm{D},\varepsilon-u}}+\frac{\bar{n}^{(1)}_{\mathrm{e},\varepsilon-2u}-\bar{n}^{(2)}_{\mathrm{e},\varepsilon-2u}}{\bar{R}_{\mathrm{B},\varepsilon-u}}, \tag{1.83}$$

$$I_{\mathrm{e}}(\varepsilon-2u) = \frac{\bar{n}^{(2)}_{\mathrm{e},\varepsilon-2u}-\bar{n}^{(1)}_{\mathrm{e},\varepsilon-2u}}{\bar{R}_{\mathrm{D},\varepsilon-u}}+\frac{\bar{n}^{(2)}_{\mathrm{h},\varepsilon}-\bar{n}^{(1)}_{\mathrm{h},\varepsilon}}{\bar{R}_{\mathrm{B},\varepsilon-u}}, \tag{1.84}$$

$$I_{\mathrm{h}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{h}}-\bar{n}^{(1\mathrm{C})}_{\mathrm{h}}}{R_1} \tag{1.85}$$

$$I_{\mathrm{h}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{e}}-\bar{n}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{h}}}{\bar{R}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{P},\varepsilon}}+\frac{n_{\mathrm{F}}(\varepsilon)-\bar{n}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{h}}}{\bar{R}^{(1\mathrm{L})}_{+,\varepsilon}}, \tag{1.86}$$

и

$$I_{\mathrm{h}}(\varepsilon+2V) = \frac{\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{h},\varepsilon+2V}-\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{e}}}{\bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{P},\varepsilon+V}}+\frac{\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{h},\varepsilon+2V}-n_{\mathrm{F}}(\varepsilon+V)}{\bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{P},\varepsilon+V}}, \tag{1.87}$$

$$I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{h},\varepsilon+2V}-\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{e},\varepsilon}}{\bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{P},\varepsilon+V}}+\frac{n_{\mathrm{F}}(\varepsilon+V)-\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{e},\varepsilon}}{\bar{R}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{P},\varepsilon+V}}, \tag{1.88}$$

$$I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(2\mathrm{R})}_{\mathrm{e},\varepsilon}-\bar{n}^{(2\mathrm{C})}_{\mathrm{e},\varepsilon}}{R_2}, \tag{1.89}$$

$$I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(2\mathrm{C})}_{\mathrm{e},\varepsilon}-\bar{n}^{(1\mathrm{C})}_{\mathrm{e},\varepsilon}}{\bar{R}^{(12)}_{\mathrm{D},\varepsilon+u}}+\frac{\bar{n}^{(2\mathrm{C})}_{\mathrm{e},\varepsilon+2u}-\bar{n}^{(1\mathrm{C})}_{\mathrm{e},\varepsilon+2u}}{\bar{R}^{(12)}_{\mathrm{B},\varepsilon+u}}, \tag{1.90}$$

$$I_{\mathrm{h}}(\varepsilon+2u) = \frac{\bar{n}^{(1\mathrm{C})}_{\mathrm{h},\varepsilon+2u}-\bar{n}^{(2\mathrm{C})}_{\mathrm{h},\varepsilon+2u}}{\bar{R}^{(12)}_{\mathrm{D},\varepsilon+u}}+\frac{\bar{n}^{(1\mathrm{C})}_{\mathrm{e},\varepsilon}-\bar{n}^{(2\mathrm{C})}_{\mathrm{e},\varepsilon}}{\bar{R}^{(12)}_{\mathrm{B},\varepsilon+u}}, \tag{1.91}$$

$$I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(1\mathrm{C})}_{\mathrm{e},\varepsilon}-\bar{n}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{e},\varepsilon}}{R_1}, \tag{1.92}$$

$$I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) = \frac{\bar{n}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{e},\varepsilon}-\bar{n}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{h},\varepsilon}}{\bar{R}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{P},\varepsilon}}+\frac{\bar{n}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{e},\varepsilon}-n_{\mathrm{F}}(\varepsilon)}{\bar{R}^{(1\mathrm{L})}_{\mathrm{P},\varepsilon}}. \tag{1.93}$$

Уравнения (1.80)–(1.93) являются рекуррентными отношениями (т. е. отношениями, связывающими функции, зависящие от энергииε, с функциями, зависящими от $\varepsilon \pm V$) для токов и квазичастичных функций распределения.

Как следует из ур.(1.82),(1.85),

$$I_{\mathrm{h},\varepsilon}\left[R_1+R_2\right]=\bar{n}_{\mathrm{h}}^{(2\mathrm{C})}-\bar{n}_{\mathrm{h}}^{(2\mathrm{R})}+\bar{n}_{\mathrm{h}}^{(1\mathrm{L})}-\bar{n}_{\mathrm{h}}^{(1\mathrm{C})}. \tag{1.94}$$

Функции распределения, входящие в ур. (1.94), мы выражаем ниже через токи. Комбинируя ур. (1.83)–(1.84), можно получить:

$$\bar{n}_{\mathrm{h}}^{(1\mathrm{C})}-\bar{n}_{\mathrm{h}}^{(2\mathrm{C})}=\frac{\left[I_{\mathrm{h},\varepsilon}\bar{R}_{\mathrm{I},\varepsilon-u}+I_{\mathrm{e},\varepsilon-2u}\bar{R}_{\mathrm{D},\varepsilon-u}\right]\bar{R}_{\mathrm{D},\varepsilon-u}\,\bar{R}_{\mathrm{B},\varepsilon-u}}{\left(\bar{R}_{\mathrm{B},\varepsilon-u}\right)^2-\left(\bar{R}_{\mathrm{D},\varepsilon-u}\right)^2}. \tag{1.95}$$

В тоже самое время, из ур. (1.86),(1.93) следует, что

$$\bar{n}_{\mathrm{h},\varepsilon}^{(1\mathrm{L})}=n_{\mathrm{F}}(\varepsilon)+\bar{R}_{+,\varepsilon}^{(1\mathrm{L})}\frac{I_{\mathrm{e}}\bar{R}_{+,\varepsilon}^{(1\mathrm{L})}-I_{\mathrm{h}}\left(\bar{R}_{\mathrm{P},\varepsilon}^{(1\mathrm{L})}+\bar{R}_{+,\varepsilon}^{(1\mathrm{L})}\right)}{2\bar{R}_{+,\varepsilon}^{(1\mathrm{L})}+\bar{R}_{\mathrm{P},\varepsilon}^{(1\mathrm{L})}}, \tag{1.96}$$

и окончательно из ур. (1.80)–(1.81) мы можем получить:

$$\bar{n}_{\mathrm{h},\varepsilon}^{(2\mathrm{R})}=n_{\mathrm{F}}(\varepsilon-V)+\bar{R}_{+,\varepsilon-V}^{(2\mathrm{R})}\frac{-I_{\mathrm{e},\varepsilon-2V}\,\bar{R}_{+,\varepsilon-V}^{(2\mathrm{R})}+I_{\mathrm{h}}\left(\bar{R}_{+,\varepsilon-V}^{(2\mathrm{R})}+\bar{R}_{\mathrm{P},\varepsilon-V}^{(2\mathrm{R})}\right)}{2\bar{R}_{+,\varepsilon-V}^{(2\mathrm{R})}+\bar{R}_{\mathrm{P},\varepsilon-V}^{(2\mathrm{R})}}. \tag{1.97}$$

Комбинируя (1.94) и (1.95)–(1.97), найдем рекуррентные соотношения для токов (1.72). Аналогичная процедура позволяет вывести (1.73).

1.4.9. Приложение: электронный транспорт в SNS контактах

Ниже мы обсудим транспортные свойства соединений SNS и SNN ', чтобы продемонстрировать соответствие между нашей техникой и известными результатами, полученными ранее.

Рекуррентные соотношения (1.72)–(1.73) решают транспортную проблему в SNS-переходе в некогерентном режиме. В этом случае центрального сверхпроводящего острова нет, поэтому $\rho^{(\circ)}=0$, и мы должны удалить в эффективных электрических цепях-диаграммах сопротивления с индексами $(1C)$ и $(2C)$. Тогда

$$\mathcal{R}(\varepsilon,-V)I_{\mathrm{h}}(\varepsilon)-\rho^{(\triangleright)}(\varepsilon)I_{\mathrm{e}}(\varepsilon)-\rho^{(\triangleleft)}(\varepsilon-V)I_{\mathrm{e}}(\varepsilon-V)=n_{\mathrm{F}}(\varepsilon)-n_{\mathrm{F}}(\varepsilon-V), \tag{1.98}$$

$$\mathcal{R}(\varepsilon,V)I_{\mathrm{e}}(\varepsilon)-\rho^{(\triangleright)}(\varepsilon)I_{\mathrm{h}}(\varepsilon)-\rho^{(\triangleleft)}(\varepsilon+V)I_{\mathrm{h}}(\varepsilon+2V)=n_{\mathrm{F}}(\varepsilon+V)-n_{\mathrm{F}}(\varepsilon). \tag{1.99}$$

где, например,

$$\mathcal{R}(\varepsilon,V)=R_1+R_2+(1/2)\sum_{\alpha=\pm}\{\bar{R}_{\alpha,\varepsilon}^{(1\mathrm{L})}+\bar{R}_{\alpha,\varepsilon+\mathrm{V}}^{(2\mathrm{R})}\}. \tag{1.100}$$

Уравнения (1.98)–(1.99) инвариантны относительно преобразований, $I_{\mathrm{e}}(\varepsilon - V) \to I_{\mathrm{h}}(\varepsilon)$, если одновременно мы поменяем сопротивления, $\bar{R}^{(1\mathrm{L})}_{\pm,\varepsilon} \leftrightarrow \bar{R}^{(1\mathrm{R})}_{\pm,\varepsilon}$. Таким образом, имеет место соотношение, $I_e(\varepsilon - V) = I_h(\varepsilon)$, и мы получаем одно уравнение на I_e или I_h, как в [213]:

$$\mathcal{R}(\varepsilon, V) I_{\mathrm{e}}(\varepsilon) - \rho^{(\triangleright)}(\varepsilon) I_{\mathrm{e}}(\varepsilon - V) - \rho^{(\triangleleft)}(\varepsilon + V) I_{\mathrm{e}}(\varepsilon + V) = n_F(\varepsilon + V) - n_F(\varepsilon), \tag{1.101}$$

(Это справедливо для симметричного SNS, когда $\bar{R}^{(1\mathrm{L})}_{\pm,\varepsilon} = \bar{R}^{(1\mathrm{R})}_{\pm,\varepsilon}$).

Подводя итог, наше рассмотрение [рекуррентные соотношения (1.98)–(1.99)] сводится к известным результатам [213]в предельном случае, когда контакты симметричны и справедливо соотношение $I_{\mathrm{e}}(\varepsilon - V) = I_{\mathrm{h}}(\varepsilon)$.

1.5. Выводы к главе 1

Предложен метод проверки неравенств Белла в наноконтактах сверхпроводников и квазиодномерных проводников. Показано, что устройство, которое состоит из одностенной углеродной нанотрубки, соединенной на обоих концах с электродами в нормальном состоянии и соединенной в ее средней части со сверхпроводящей нанопроволокой, позволяет получать запутанные электронные пары.

Разработан и систематически проанализирован метод расчета статистики переноса заряда в квантовых проводниках. Показано, что корреляторы высоких порядков, определенные из полученных ранее квантовой и классической биномиальных функций распределения для электронов, в квантовом проводнике могут быть измеримыми величинами при различных способах измерения.

Проведен анализ перспектив андреевских квантовых точек для спиновых манипуляций и квантовых вычислений. Наши теоретические результаты кажутся достаточно многообещающими, чтобы начать подробные экспериментальные исследования и разработки в этом направлении.

Предложен способ “фильтрации” спинового и зарядового тока с помощью сверхпроводящего гибридного контакта.

Систематически исследован, как теоретически, так и экспериментально, джозефсоновский транзистор — это устройство, которое, теоретически, должно демонстрировать одновременно квантование заряда и фазовую когерентность.

Разработан и проанализирован метод расчета электронного транспорта в гибридных системах ферромагнетик-сверхпроводник с учетом доменной структуры ферромагнетика. Исследования бислоев типа SF показали, что их транспортные свойства часто сильно зависят от взаимодействие между магнитной структурой ферромагнетика и сверхпроводимостью. В частности, из-за ферромагнитных доменов могут возникать вихри

в сверхпроводящей пленке бислоя SF, а конфигурация доменов, в свою очередь, может зависеть от вихрей. Наличие доменных стенок на границе раздела ферромагнетик-сверхпроводник значительно увеличивает проводимость.

Разработана неравновесная теория электронного транспорта в массивах типа SNS (сверхпроводник – нормальный метал – сверхпроводник) контактов. Показано, что островки сверхпроводимости в таких системах действуют как андреевский ретранслятор. Неравновесный транспорт через массив SNSNS определяется синхронизованными андреевскими процессами на NS границах. Построенная теория является фундаментальной структурной единицей для общего количественного описания большого массива, состоящего из множества SNS-переходов.

Представленные результаты должны быть интересны для решения различных проблем в физике открытых систем, такие как разработка самосогласованных методов кинетических расчетов и анализа коллективных возбуждений, понимание роли квантовых флуктуаций и диссипации на когерентность и запутанность в таких системах.

Глава 2.

Квантование фотонов и плазмонов, локализованных в неравновесной среде

2.1. Введение к главе 2

Хорошо известно, что с увеличением уровня диссипации частота вынужденных колебаний классического осциллятора сначала уменьшается, а после достижении порогового значения константы затухания ($\gamma \sim \omega_0$), осцилляции исчезают вовсе, и система переходит в апериодический режим. Аналогично ведут себя многочастичные классические колебательные системы. Гораздо сложнее могут вести себя сильнокоррелированные открытые квантовые системы, теряющие энергию из-за взаимодействия с термостатом, но одновременно возбуждаемые сторонними источниками энергии. Исследование квантовой когерентности в таких системах на фоне диссипации имеет не только фундаментальное, но и прикладное значение (преобразование солнечной энергии, SERS, спектроскопия, нанотехнологии, оптика метаматериалов).

Со статьи Дж. Пендри [226] началась новое направление электродинамики — оптика метаматериалов, веществ, обладающих отрицательной диэлектрической и магнитной проницаемостями [227]. Вслед за этой работой, где предлагалась суперлинза с разрешением, превосходящим дифракционный предел, появилось множество предложений по использованию метаматериалов: маскировка (клокинг) [228,229], гиперлинзы [230–232], концентраторы энергии [233] и т.п. Хотя на сегодняшний день природные метаматерилы неизвестны, развитие нанотехнологий позволило создать искусственные оптические метаматериалы [234]. В основе принципа их действия лежит плазмонный резонанс металлических наночастиц. Существенным недостатком таких материалов являются недопустимо высокие потери. Таким образом, возникшие перспективы создания новых

метаматериалов с “фантастическими” свойствами в существенной степени ограничиваются гигантскими потерями, возникающими в таких средах. Пендри и сотрудники предложили компенсировать потери включением в метаматериал активных компонент с отрицательной мнимой частью диэлектрической проницаемости. Реально это означает введение в метаматериалы частиц активной (усиливающией) среды, в которой создается инверсная заселенность [232, 235, 236]. Несмотря на огромный интерес к проблеме, на сегодняшний день нет полной последовательной теории таких сред, учитывающей квантовые флуктуации и корреляции, что, в свою очередь, тормозит и прогресс эксперимента [237].

Одним из возможных решений проблемы высоких потерь энергии [238] является использование альтернативных материалов. Например, графен является хорошим кандидатом на плазмонику в ближней инфракрасной (ИК) области [42, 239–241]. В конце этой главы мы развиваем квантовую теорию графенового плазмонного генератора. Нами учтены квантовые корреляции и эффекты диссипации, позволяющие описать такие режимы квантового плазмонного усилителя, как поверхностный плазмонный излучающий диод и поверхностный плазмонный усилитель, путем вынужденного излучения излучения. Переключение между этими типами генерации возможно на месте с дисперсией уровня Ферми графена или частоты перехода усиления. Мы предоставляем явные выражения для константы диссипации и взаимодействия через параметры материала и находим спектр генерации и корреляционную функцию второго порядка, которая предсказывает лазерную статистику.

Создание композитных материалов для нового поколения наноразмерной элементной базы оптических информационных устройств предполагает, что передача сигналов осуществляется за счет поверхностных плазмонов. В качестве включений в таких композитах предполагается использовать спазеры (surface plasmon amplifier by stimulated emission of radiation). Малость размеров спазеров предполагает квантовое описание процессов излучения и генерации плазмонов в них. Спазер представляет собой систему инверсно возбужденных двухуровневых квантовых точек, окружающих плазмонные наночастицы. Принцип действия спазера аналогичен действию лазера, а роль фотонов выполняют поверхностные плазмоны, локализованные на наночастицах, играющих роль резонатора. В спазере происходит генерация и усиление ближних полей наночастиц, причем усиление поверхностных плазмонов происходит за счет безызлучательной передачи энергии от квантовых точек. В основе процесса лежит ближнепольное взаимодействие квантовых точек и плазмонных наночастиц.

Глава 2 направлена на исследование влияния неравновесных квантовых флуктуаций (шумов) на люминесценцию и спонтанное излучение в усиливающих плазмонных

структурах и метаматериалах на основе сильнокоррелированных спазеров. В настоящее время не существует теории спазерных сред, последовательно учитывающей неравновесные квантовые флуктуации. Ниже будут приведены результаты исследований влияния флуктуаций на характеристики квантовых систем с сильными взаимодействиями между спазерами, в частности, будут рассмотрены коллективные процессы самоорганизации в спазерных системах. Данные вопросы имеют важное значение при синтезе активных метаматериалов. Общей особенностью активных метаматериалов является то, что их излучение в широком диапазоне параметров определяется динамикой и синхронизацией образующих их спазеров. Ниже будет развит единый подход для описания всех этих явлений, включая моделирование на компьютерных кластерах и суперкомпьютерах.

Глава 2 организована следующим образом.

В разделе 2.2 излагается метод расчета динамики открытой системы типа спазера в сильном некогерентном режиме накачки в квантовом пределе, когда число фотонов порядка единицы. Рассмотрена ситуация, когда вновь излучённые фотоны оказываются в облаке ранее излученных фотонов, которые не находятся в состоянии термодинамического равновесия. В результате “запутанности” степеней свободы наночастицы со степенями свободы квантовой точки, в нанолазере интенсивность генерации возрастает в несколько раз. Фактически, такой неравновесный резервуар эффективно делает нанолазер “более квантовым”. Получено нелинейное и самосогласованное управляющее уравнение для матрицы плотности нанолазера.

В разделе 2.3 проведен систематический анализ механических напряжений, которые возникают в открытой системе типа спазера. Показано, что сила взаимодействия между наночастицей и двухуровневым атомом в спазере немонотонно зависит от расстояния между ними. Причиной немонотонности являются квантовые флуктуации и возбуждение высших мультипольных мод наночастицы. Разработан аналитический интерполяционный метод для приближённого вычисления механических напряжений в спазере на основе анализа особенностей спектральных корреляционных функций спазера в комплексном плоскости. Продемонстрировано, что численные и теоретические результаты хорошо согласуются между собой.

В разделе 2.4 рассмотрена динамика метамолекулы, состоящей из металлической частицы и атомов активной среды, во внешнем поле. Показано, что при определённых значениях амплитуды внешнего поля происходит сужение спектра флюоресценции метамолекулы. Причиной сужения спектра флюоресценции является квантовый стохастический резонанс системы при воздействии на неё когерентного сигнала.

Раздел 2.5 обобщает основные результаты главы.

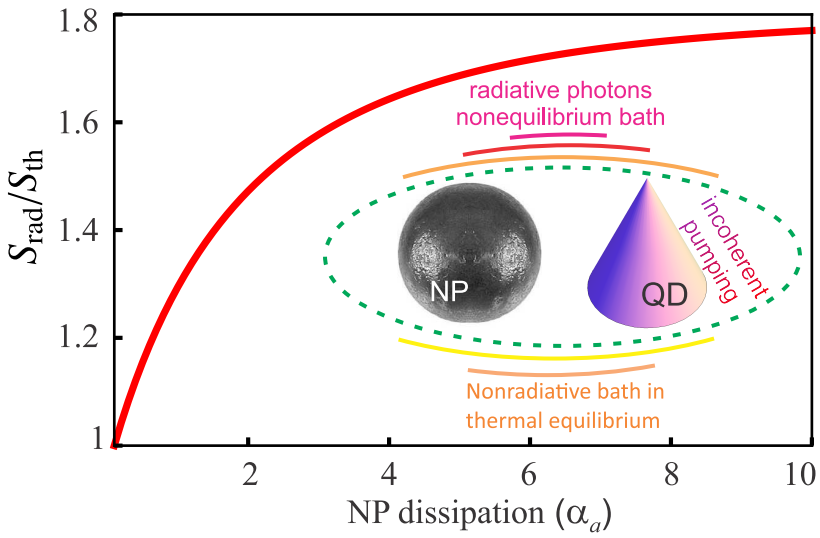


Рис. 1. На вставке схематично показана схема работы спазера, состоящего из металлической наночастицы и квантовой точки. На графике показано отношение энтропий запутывания $S_{\text{rad}}/S_{\text{th}} > 1$, характеризующее степень перепутывания степеней свободы плазмонов и квантовой точки, в зависимости от параметра, определяющего степень диссипации энергии спазера. Параметр α_a обратно пропорционален парциальному времени релаксации возбуждённого состояния наночастицы из-за взаимодействия с неравновесным термостатом; например, $\alpha_a = 0$ соответствует предельному случаю чисто теплового термостата. Статистика фотонов, излучаемых системой, не соответствует распределению Бозе-Эйнштейна, и газ этих фотонов эффективно образуют неравновесный термостат.

2.2. Спазер: квантовые флуктуации и запутывание

Плазмонный нанолазер (спазер) представляет собой когерентную неравновесную открытую наносистему [242]. Он состоит из квантовой точки (QD), расположенной вблизи металлической наночастицы (NP). Физический принцип работы спазера аналогичен физическому принципу работы лазера, только роль фотонов играют поверхностные плазмоны (SP), локализованные в NP (наночастица играет роль резонатора), см. рис. 2. Спазер генерирует и усиливает ближнее электромагнитное поле NP. Усиление SP возникает из-за безызлучательной передачи энергии от QD к NP. Этот процесс обычно обусловлен диполь-дипольным взаимодействием между QD и NP.

Можно выделить несколько каналов диссипации энергии нанолазера: один из них — это джоулево тепло, выделяемое в металлической наночастице, второй канал связан с излучением и поглощением фотонов, см. рис. 2. Диссипация энергии в этом канале зависит от распределения тепловых фотонов, которые прилетают к системе “издале-

ка", где расположен тепловой резервуар. Неравновесные фотоны генерируются самим нанолазером и имеют нетепловое распределение, определяемое матрицей плотности нанолазера. Нанолозер обычно помещают в (неоднородную) диэлектрическую матрицу. Мы рассматриваем случай, когда неравновесные фотоны не сразу покидают область пространства, где располагается нанолазер — из-за отражения от неоднородностей диэлектрической матрицы. Эти фотоны эффективно образуют неравновесный термостат.

Частота перехода между уровнями наночастицы и частота плазменного резонанса обычно больше, чем температура термостата, поэтому среднее число тепловых фотонов намного меньше единицы. Однако среднее число нетепловых фотонов обычно составляет порядка единицы или больше, в зависимости от накачки. Это может приводить к сильному влиянию неравновесных фотонов на динамику нанолазера, см. рис. 2.

Было бы естественно предположить, что, если квантовая система взаимодействует с термостатом, то это приводит к подавлению квантовых корреляций в системе, так как согласно флуктуационно-диссипативной теореме тепловой термостат индуцирует в спазере случайные ланжевеновские силы, и благодаря термостату возбуждённые состояния имеют конечное время жизни [243–245]. В случае неравновесного термостата эти рассуждения не до конца справедливы. Это приводит, в частности, к нелинейной зависимости среднего числа плазмонов от декрементов затухания. В главном уравнении для матрицы плотности нанолазера параметры самосогласованно зависят от чисел заполнения испускаемых фотонов. Таким образом, основные уравнения становятся нелинейными. В результате вклад в наблюдаемые квантовых флуктуаций возрастает.

Стандартный подход для количественного описания открытой диссипативной квантовой системы, такой как спазер, основан на решении уравнения на матрицу плотности системы [244, 246], которое в рассматриваемом случае имеет вид [244, 246, 247]

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho} = -i[\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{\mathcal{L}}\hat{\rho}, \tag{2.1}$$

где $\hat{\rho}$ — приведенная матрица плотности, $\hat{\mathcal{L}}$ — линдбладовский супероператор, а $\hat{H}_0$ — гамильтониан системы. $\hat{\mathcal{L}}$ описывает диссипацию и обычно не зависит от состояния системы для тепловых термостатов. Как правило, информация о термостате кодируется в c-числовых константах линдбладиана. В нашем случае неравновесный термостат зависит от состояния системы. Таким образом, параметры линдбладиана, ответственные за термостат, зависят от $\hat{\rho}$. Ситуация здесь аналогична, в некотором смысле, теории сверхпроводимости, где параметр "сверхпроводящая щель" входит в эффективный гамильтониан и самосогласованно определяется неким усреднением по этому гамильтониану [248].

Гамильтониан, описывающий поверхностные плазмоны: $\hat{H}_{\text{SP}} = \hbar\omega_{\text{SP}}\hat{a}^{\dagger}a$, где ω_{SP} —

частота плазмона и $\hat{a}^\dagger$ — оператор рождения плазмона в дипольной моде. Гамильтониан квантовой точки: $\hat{H}_{\mathrm{QD}} = \hbar\omega_{\mathrm{QD}}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}$, где ω_{QD} — частота перехода между уровнями, находящимися в резонансе с SP, а $\hat{\sigma}$ — оператор перехода между возбужденным $|e\rangle$ и основным $|g\rangle$ -состояниями QD. Взаимодействие между SP и QD в форме Джейнса-Каммингса [246]: $\hat{H}_i = \hbar\omega_{\mathrm{R}}\hat{a}^\dagger\hat{\sigma} + hc$, где константа связи ω_{R} — частота Раби. Итак, полный гамильтониан спайзера $\hat{H} = \hat{H}_{\mathrm{SP}} + \hat{H}_{\mathrm{QD}} + \hat{H}_i$ [242, 249, 250].

Супероператор Линдблада действует на матрицу плотности следующим образом: $\hat{\mathcal{L}}\hat{\rho} = \sum_j (\hat{V}_j\hat{\rho}\hat{V}_j^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{V}_j^\dagger\hat{V}_j\})$, где $\hat{V}_j$ — операторы перехода. Для квантовой точки операторы перехода имеют стандартный вид

$$\hat{V}^{\mathrm{th}}_{\sigma_{\mathrm{dump1}}} = \hat{\sigma}\sqrt{\frac{1+N_\sigma^{\mathrm{th}}}{\tau_\sigma^{\mathrm{th}}}}, \qquad \hat{V}^{(\mathrm{th})}_{\sigma_{\mathrm{dump2}}} = \hat{\sigma}^\dagger\sqrt{\frac{N_\sigma^{\mathrm{th}}}{\tau_\sigma^{\mathrm{th}}}}, \tag{2.2}$$

где $\tau_\sigma^{\mathrm{th}}$ — характерное время затухания. Здесь N_σ^{th} — среднее число квантов в тепловом термостате на частоте перехода QD. Аналогично записываются операторы перехода, действующие на степени свободы плазмона:

$$\hat{V}^{\mathrm{th}}_{a_{\mathrm{dump1}}} = \hat{a}\sqrt{\frac{2[1+N_a^{\mathrm{th}}]}{\tau_a^{\mathrm{th}}}}, \qquad \hat{V}^{\mathrm{th}}_{a_{\mathrm{dump2}}} = \hat{a}^\dagger\sqrt{\frac{2N_a^{\mathrm{th}}}{\tau_a^{\mathrm{th}}}}, \tag{2.3}$$

где τ_a^{th} — время затухания дипольного момента наночастиц, а N_a^{th} — среднее число квантов в тепловом термостате на частоте плазмонного резонанса. На оптической частоте и при комнатной температуре $N_\sigma^{\mathrm{th}} = N_a^{\mathrm{th}} = 0$, поэтому отличны от нуля только $\hat{V}^{\mathrm{th}}_{\sigma_{\mathrm{dump1}}}$ и $\hat{V}^{\mathrm{th}}_{a_{\mathrm{dump1}}}$.

Некогерентная накачка [244] описывается следующим супероператорам:

$$\hat{V}_{\sigma_{\mathrm{pump}}} = \hat{\sigma}^\dagger\sqrt{\frac{1}{\tau_p}}, \tag{2.4}$$

где τ_p — характерный масштаб времени, отвечающий за перекачку энергии.

Второй термостат связан с облаком неравновесных фотонов вокруг спазера, возникшем из-за дипольного излучения NP и QD:

$$\hat{V}^{\mathrm{rad}}_{\sigma_{\mathrm{dump1}}} = \hat{\sigma}\sqrt{\frac{1+N_\sigma^{\mathrm{rad}}}{\tau_\sigma^{\mathrm{rad}}}}, \qquad \hat{V}^{\mathrm{rad}}_{\sigma_{\mathrm{dump2}}} = \hat{\sigma}^\dagger\sqrt{\frac{N_\sigma^{\mathrm{rad}}}{\tau_\sigma^{\mathrm{rad}}}}, \tag{2.5}$$

для QD и

$$\hat{V}^{\mathrm{rad}}_{a_{\mathrm{dump1}}} = \hat{a}\sqrt{\frac{[1+N_a^{\mathrm{rad}}]}{\tau_a^{\mathrm{rad}}}}, \qquad \hat{V}^{\mathrm{rad}}_{a_{\mathrm{dump2}}} = \hat{a}^\dagger\sqrt{\frac{N_a^{\mathrm{rad}}}{\tau_a^{\mathrm{rad}}}}, \tag{2.6}$$

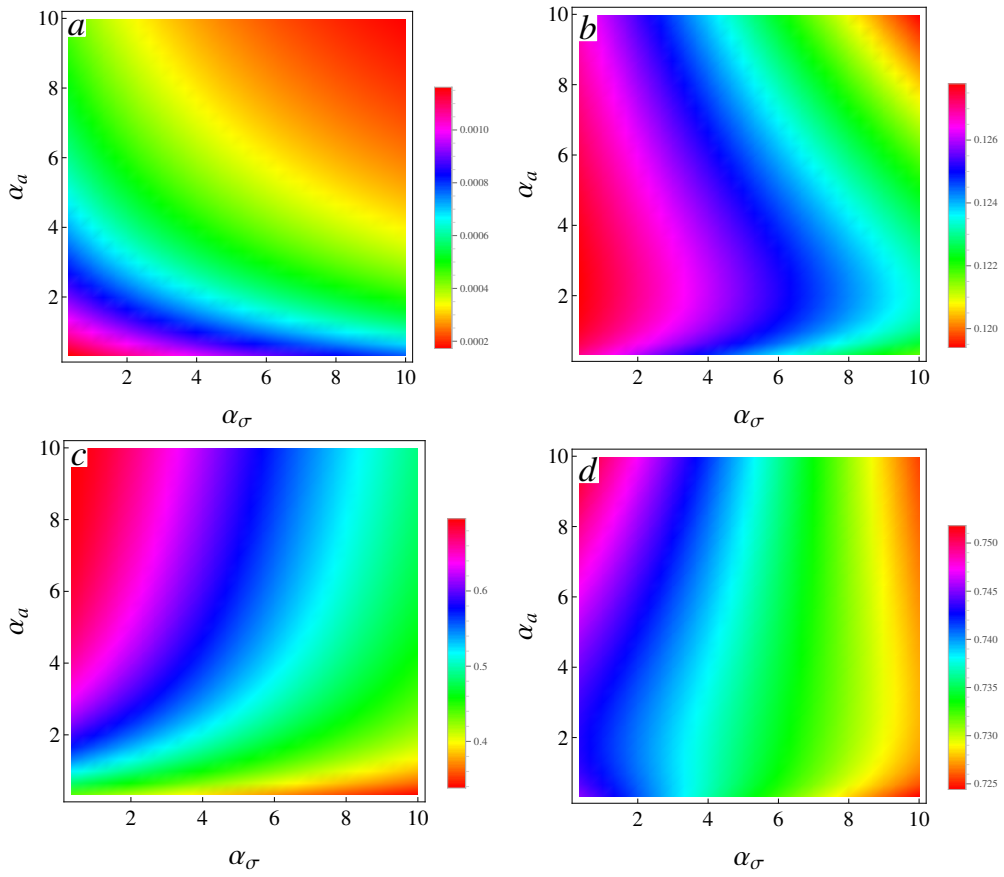


Рис. 2. Зависимость среднего числа плазмонов (a, b) и энтропии (c, d) от параметров, характеризующих диссипацию в NP (α_a) и QD (α_σ). Левые и правые графики соответствуют $\tau_a^{\text{th}} = 10^{-14}s$, $\tau_\sigma^{\text{th}} = 10^{-11}s$, $\tau_p = 10^{-12}s$ и $\tau_a^{\text{th}} = 10^{-12}s$, $\tau_\sigma^{\text{th}} = 10^{-12}s$, $\tau_p = 10^{-12}s$ (мы взяли типичные экспериментальные параметры). Градиенты цвета на графиках связаны с диссипацией энергии в неравновесном термостате.

для NP.

Супероператоры, приведенные выше, более или менее стандартные. Новым является то, что мы одновременно учитываем два типа термостатов, и состояние неравновесного фотонного термостата самосогласованно зависит от состояния спазера. Оператор электрического поля пропорционален дипольному моменту, который, в свою очередь, является линейной комбинацией операторов рождения и уничтожения плазмонов. Поэтому среднее число неравновесных фотонов должно быть пропорционально среднему числу плазмонов в NP. Коэффициент пропорциональности не универсален и зависит от деталей матричных элементов дипольного момента. Для простоты примем эту константу за единицу: качественно все наши результаты устойчивы относительно выбора величины этой константы. Тогда среднее число неравновесных фотонов должно быть

таким же, как среднее число поверхностных плазмонов в NP:

$$N_\sigma^{\rm rad} = N_a^{\rm rad} = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle \equiv {\rm tr}\left\{\hat{\rho}[N_{a,\sigma}^{\rm rad}]\hat{a}^\dagger \hat{a}\right\}. \tag{2.7}$$

Итак, теперь,

$$\hat{\mathcal{L}} = \hat{\mathcal{L}}[\hat{\rho}], \tag{2.8}$$

и основное уравнение (2.1) становится самосогласованным. Ниже мы приводим явный вид этого уравнения:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\hat{\rho} = -i[\hat{H}_{\rm JCM}, \hat{\rho}]_- + \frac{2}{\tau_a^{\rm rad}}[1 + \langle \hat{a}^\dagger \hat{a}\rangle]\left(\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{a}^\dagger\hat{a}\}_+\right) + \frac{2}{\tau_a^{\rm rad}}\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}\rangle\left(\hat{a}^\dagger\hat{\rho}\hat{a} - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{a}\hat{a}^\dagger\}_+\right) + \\
\frac{2}{\tau_a^{\rm th}}[1 + \langle n_{\rm th}\rangle]\left(\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{a}^\dagger\hat{a}\}_+\right) + \frac{2}{\tau_a^{\rm th}}\langle n_{\rm th}\rangle\left(\hat{a}^\dagger\hat{\rho}\hat{a} - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{a}\hat{a}^\dagger\}_+\right) + \\
\frac{1}{\tau_D^{\rm rad}}[1 + \langle \hat{a}^\dagger \hat{a}\rangle]\left(\hat{\sigma}_-\hat{\rho}\hat{\sigma}_+ - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_-\}_+\right) + \frac{1}{\tau_D^{\rm rad}}\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}\rangle\left(\hat{\sigma}_+\hat{\rho}\hat{\sigma}_- - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{\sigma}_-\hat{\sigma}_+\}_+\right) + \\
\frac{1}{\tau_D^{\rm th}}[1 + \langle n_{\rm th}\rangle]\left(\hat{\sigma}_-\hat{\rho}\hat{\sigma}_+ - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_-\}_+\right) + \frac{1}{\tau_D^{\rm th}}\langle n_{\rm th}\rangle\left(\hat{\sigma}_+\hat{\rho}\hat{\sigma}_- - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{\sigma}_-\hat{\sigma}_+\}_+\right) + \\
\frac{2}{\tau_s}(\hat{\sigma}_z\hat{\rho}\hat{\sigma}_z - \hat{\rho}) + \frac{1}{\tau_p}\left(\hat{\sigma}_-\hat{\rho}\hat{\sigma}_+ - \frac{1}{2}\{\hat{\rho}, \hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_-\}_+\right).
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Первый член соответствует взаимодействию между NP и QD. Второе и третье слагаемые, шестое и седьмое описывают диссипацию, обусловленную неравновесным фотонным термостатом. Здесь мы предполагаем, что $\langle n_{\rm rad}\rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a}\rangle$. Четвертый и пятый члены, а также восьмой и девятый соответствуют стандартной диссипации, связанной с тепловым термостатом. Наконец, предпоследний член описывает процессы сбоя фазы, а последний соответствует некогерентной накачке [244].

Здесь мы предполагаем, что дипольный момент NP намного больше, чем дипольный момент QD. Таким образом, наночастица в основном излучает фотоны. В более общей ситуации в уравнении (2.7) следует написать суперпозицию $\langle \hat{\sigma}_z\rangle$ и $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}\rangle$.

Можно более аккуратно проследить происхождение самосогласованных параметров в уравнениях Линдблада, если мы в явном виде выделим электрическое поле, связанное с «холодными» фотонами из теплового термостата, и электрическое поле, связанное с излучением спазером «горячих» фотонов:

$$\int d^3 r \frac{(\mathbf{E}_{\rm hot} + \mathbf{E}_{\rm cold})^2}{8\pi}, \tag{2.10}$$

где мы использовали принцип суперпозиции. Тогда следует, что гамильтониан взаимодействия

$$\int d^3 r \frac{\hat{\mathbf{E}}_{\rm hot} \cdot \hat{\mathbf{E}}_{\rm cold}}{4\pi}. \tag{2.11}$$

Каждый оператор электрического поля может быть разложен стандартным образом по операторам рождения и уничтожения: Тогда взаимодействие

$$\hat{H}_{\text{int}} \sim \sum_k (a_{k,\text{hot}} a^{\dagger}_{k,\text{cold}}) + h.c., \tag{2.12}$$

где$\langle a^{\dagger}_{k,\text{cold}} a_{k',\text{hot}} \rangle = 0$ и $\langle a^{\dagger}_{k,\text{cold(hot)}} a_{k',\text{cold(hot)}} \rangle = \delta_{k,k'} n_k^{\text{cold(hot)}}$. Здесь $n_k^{\text{cold(hot)}}$ играет роль функции распределения холодных (горячих) фотонов. Выше было показано, что $N^{\text{th(rad)}}$ можно отождествить со средним числом заполнения холодных (горячих) фотонов.

Подход с двумя термостатами в уравнениях Линдблада аналогичен методу Ландауэра-Буттикера [195, 251–254] в теории квантового транспорта в мезоскопических наносистемах. В модели Ландауэра-Буттикера наблюдаемые физические величины, описывающие явления переноса (например, оператор тока), раскладываются по электронным операторам рождения и уничтожения в формализме вторичного квантования, которые соответствуют разным электронным резервуарам [92, 255]. Основным допущением подхода Ландауэра-Буттикера является предположение, что матрица плотности электронной системы в представлении взаимодействия равна прямому произведению матриц плотности электронных резервуаров. Таким образом, например, электроны, поступающие в нанопроволоку из «холодного» резервуара, описываются одним типом операторов рождения и уничтожения, а электроны, поступающие в эту нанопроволоку из «горячего» резервуара, описываются другим набором операторов вторичного квантования.

Известно, что основное уравнение в форме Линдблада получается в рамках ряда приближений. Предположение о слабой связи позволяет разложить точное уравнение на матрицу плотности до второго порядка по константе взаимодействия между системой и термомтатом. Это эквивалентно борновскому приближению. Режим слабой связи предполагает, что взаимодействие между системой и термостатом много меньше частоты колебаний системы. Поскольку спазер функционирует на оптической частоте, $\omega_{\text{SP}} \sim 10^{15} s^{-1}$, то борновское приближение требует, чтобы константа взаимодействия была намного меньше ω_{SP} , Это условие выполняется для спазера, взаимодействующего с тепловым термометром [256]. В нашем случае среднее число излученных фотонов не намного превышает единицу, поэтому эффективная константа взаимодействия (константа взаимодействия умноженная на среднее число фотонов) все еще намного меньше ω_{SP}, как и для случай равновесного термостата. Поэтому борновское приближение остается верным.

Второе приближение — это условие марковсти, благодаря которому уравнение на матрицу плотности становится локальным по времени. Соответствующее физическое условие для этого приближения состоит в том, что время корреляции термостата неве-

лико по сравнению с временем релаксации системы. Когда фотон облучается спазером, он оказывается в облаке ранее излученных неравновесных фотонов, распределение которых оказывает обратное влияние на интенсивность излучения и на квантовое состояние спазера. Можно оценить времена корреляций этих неравновесных фотонов. Корреляция будет существенной между фотонами на расстоянии порядка размера спазера. Таким образом, время их корреляции: $t_{\text{cor}} \sim l_{\text{sp}}/c \sim 10^{-15}s$. Наименьшее время релаксации спазера имеет порядок $\tau_a \sim 10^{-14}s$. Из-за небольшого числа генерируемых плазмонов эта временная шкала существенно не изменяется. Таким образом, соотношение $t_{\text{cor}} \ll \tau_a$ остается верным.

Система осциллирует на оптических частотах, которые намного больше, чем константа связи системы с термостатом (следует отметить, что приближение вращающейся волны справедливо с точностью $\sim \gamma^2/\omega^2$, где γ — константа взаимодействия между системой и термомтатом, а ω — собственная частота системы, так называемый сдвиг Блоха-Зигера). Также отметим, что неравновесный характер термостата не нарушает этого соотношения из-за малого среднего числа плазмонов. Таким образом, членами в гамильтониане, не сохраняющими энергию, можно пренебречь, и поэтому мы снова приходим к приближению вращающейся волны. Следует также заметить, что самые горячие фотоны в неравновесном резервуаре имеют частоту порядка частоты плазмона, и это большая частота.

Численное решение ур. (2.9) проводилось в усеченном гильбертовом пространстве с максимальным числом плазмонов равным 100. Эта приближение оправдано тем, что среднее число плазмонов оказывается порядка единицы.

Выбранные нами параметры соответствуют типичному эксперименту, см., например, [257]. Рассматривается система с положительной накачкой и различным соотношением времен тепловой релаксации NP (τ_a^{th}) и QD (τ_σ^{th}). Исследуется влияние радиационных потерь на число плазмонов и энтропию запутывания. Для удобства введем следующие обозначения: $\alpha_a = \tau_a^{\text{th}}/\tau_a^{\text{rad}}$ и $\alpha_\sigma = \tau_\sigma^{\text{th}}/\tau_\sigma^{\text{rad}}$.

Первый изученный случай соответствует большим джоулевским потерям в металлической NP ($\tau_a^{\text{th}} = 10^{-14}s$) и малым тепловым потерям в QD ($\tau_\sigma^{\text{th}} = 10^{-11}s$), а амплитуда накачки меньше порогового значения [1], рис. 2. Энтропия запутывания определяется стандартной формулой $S = -\text{tr}(\hat{\rho}_{\text{NP}} \ln \hat{\rho}_{\text{NP}})$, где $\hat{\rho}_{\text{NP}} = \text{tr}_{\text{QD}}(\hat{\rho})$ согласно [258]. В такой ситуации число плазмонов уменьшается из-за потерь на излучение, потому что интенсивность таких потерь пропорциональна числу плазмонов. Но энтропия увеличивается из-за излучения, потому что неравновесный термостат взаимодействует и с NP, и

[1] Из уравнения Линдблада можно получить уравнение для значения некогерентной накачки $D_0 = \frac{\tau_\sigma/2-\tau_p}{\tau_\sigma/2+\tau_p}$, и из полуклассической теории следует, что порог накачки $D_{\text{th}} = 1/\omega_R^2\tau_a\tau_\sigma$.

с QD. Следует отметить, что максимуму энтропии соответствует относительно большие потери в NP, а большие потери на излучение QD не сопровождаются увеличением энтропии. Это связано с тем, что неравновесный термостат в основном сформирован NP-излучением, а не излучением QD.

Второй случай соответствует сопоставимому значению тепловых потерь NP и QD ($\tau_a^{\text{th}} = \tau_\sigma^{\text{th}} = 10^{-12}s$); амплитуда накачки немного больше порогового значения. В этом случае есть область параметров диссипации QD, при которых число плазмонов имеет экстремум, см. рис. 2. В то же время энтропия имеет минимум. Дальнейшее увеличение параметра диссипации QD вызывает уменьшение числа плазмонов и увеличение энтропии.

Можно экспериментально обнаружить неравновесные фотоны, излучаемые спазером, с помощью фотодетекторов и найти их спектр, среднее число и кумулянты. Эта информация позволила бы судить о квантовом состоянии спазера, например, проверить, что среднее число таких фотонов пропорционально среднему числу плазмонов. Из функции распределения фотона можно извлечь информацию о распределении плазмонов. Интерференционные эксперименты могут обнаруживать недиагональные элементы матрицы плотности фотонов.

Если подвести итоги, исследована динамика нанолазера в режиме сильной некогерентной накачки в квантовом пределе, когда среднее число фотонов порядка единицы. Рассмотрена ситуация, когда только что излученный фотон оказывается в некогерентном облаке ранее излученных фотонов, которые еще не успели термализоваться. Показано, что в результате квантового запутывания степеней свободы наночастицы и квантовой точки интенсивность генерации увеличивается в несколько раз. Фактически, возникает нетепловой (неравновесный) термостат, который эффективно делает нанолазер «более квантовым».

2.3. Механические напряжения внутри плазмонной метамолекулы: квантовые флуктуации и квазиконтинум мультипольных плазмонов

Плазмонный резонанс представляет собой коллективное колебание электронов в твердом теле или жидкости. В последние годы произошёл большой прогресс в различных приложениях физики плазмонов. В частности, было показано, что разрешающую способность и амплитуду сигнала рамановской спектроскопии молекулярных и биологических систем можно повысить на порядки с помощью плазмонов [259–262]. Эф-

фекты усиления полезного сигнала плазмонами наблюдались также в магнитооптике, оптоэлектронике [28, 257, 263–266], сканирующей ближнепольной оптической микроскопии [267, 268] и оптромеханике [269–272]. Помимо оптики и спектроскопии, существует важный вопрос о силах и напряжениях, которые плазмоны индуцируют на соседних с ними (квантовых) объектах. Ниже мы будем главным образом рассматривать молекулу, взаимодействующую с плазмонной наночастицей. Хорошо известно, что нейтральные наночастицы и/или молекулы в вакууме притягиваются друг к другу на относительно больших расстояниях («силы Ван-дер-Ваальса») и отталкиваются друг от друга на близком расстоянии порядка «размера атома» [94]. Можно показать, что квантовое взаимодействие между молекулой (или квантовой точкой) и наночастицей приводит к возникновению глубоких провалов (лакун) в силе взаимодействия как функции расстояния. Существует более или менее универсальная парадигма, что физические эффекты, связанные с мультиполями высокой степени, должны быть небольшими. Однако в данном случае в силу взаимодействия оказывает вклад не один дипольный плазмон, а весь квазиконтинуум мультиполей.

Ниже мы рассмотрим одну из простейших систем, в которой можно наблюдать немонотонную силу Ван-дер-Ваальса (VW): она состоит из почти сферической металлической наночастицы (NP) и двухуровневой системы (TLS), например, связанной с молекулой или квантовой точкой, см. рис. 3. Как известно, молекула может переходить в возбуждённое состояние под действием внешнего поля или в результате взаимодействия с другими молекулами. Двухуровневая система взаимодействует с плазмонной наночастицей посредством квантовых флуктуаций ее дипольного момента (диагональные элементы оператора дипольного момента равны нулю). Такая квантовая система, состоящая из молекулы и плазмонной наноструктуры, типична для ближнепольных микроскопов, где плазмонная наночастица размещена на игле сканирующего плазмонного ближнепольного микроскопа [273].

Сила взаимодействия между TLS и NP определяется безразмерным параметром α, пропорциональным недиагональному матричному элементу дипольного момента TLS, d_{eg}, где "g" обозначает основное состояние и "e" обозначает возбужденное состояние, см. рис. 3. Характерный энергетический масштаб в такой системе — это плазменная частота ω_{pl} и расстояние между уровнями TLS, ω_{TLS}. Здесь $\omega_{\mathrm{pl}} \sim \omega_{\mathrm{TLS}}$. Естественной единицей длины является радиус a наночастицы. Ниже будет показано, что $\alpha \sim |d_{\mathrm{eg}}|^2/\hbar\omega_{\mathrm{pl}}a^3$.

Можно аналитически найти выражение для волновой функции $\Psi(t)$ системы TLS + NP и вычислить в явном виде силу взаимодействия между TLS и NP. Образование глубоких ям в силе взаимодействия F показано на рис. 3. Дипольные плазмоны вносят основной вклад в VW-силу на больших расстояниях $r \gg a$, тогда сила $F \sim \alpha\hbar\omega_{\mathrm{TLS}}a^6/r^7$.

Экстраполируя это выражения F на меньшие расстояния, можно получить оценку для силы $\sim \alpha\hbar\omega_{\mathrm{TLS}}/a$. Однако точный расчёт дает гораздо большую величину силы, отмечающуюся на большой множитель $1/\alpha \gg 1$, поэтому на малых расстояниях $F \sim \hbar\omega_{\mathrm{TLS}}/a$, рис. 3. Кроме того, в экстремуме абсолютное значение силы может быть на порядок больше (за что отвечает параметр $\alpha^{1/3}$).

Известно, что вблизи наночастицы электрическое поле может стать очень большим в условиях плазменного резонанса [274]. Этот эффект детально исследован в дипольном приближении. Для вычисления силы потребуется выйти далеко за рамки дипольного приближения и учесть квадрупольные, ..., мультиполбные плазмоны [274–277]. Сила взаимодействия между плазмонными модами NP и дипольным моментом TLS зависит от расстояния между NP и TLS. Поэтому эффективная частота квантовых осцилляций системы (TLS + NP) также зависит от расстояния. Существует относительно большая энергетическая щель между более низколежащими плазмонными модами (например, дипольными, квадрупольными), но она становится все меньше и меньше для более высоких мод, см. рис. 4. Ниже будет показано, что когда эффективная частота осцилляций системы (TLS + NP) совпадает с частотой сгущения мультипольных плазмонных мод, то в этом случае реализуется «коллективный резонанс» и возникает провал в силе взаимодействия.

Взаимодействие молекулы и наночастицы: мультипольные плазмонны

Электрическое поле вблизи наночастицы можно найти в квазистатическом приближении, используя мультипольное разложение по сферическим гармоникам $Y_{lm}(\varphi,\theta)$, [278], где φ и θ — соответствующие углы сферической системы координат, а целые числа: $l = 0,1,\ldots$ — порядок сферической функции и $-l \le m \le l$. Мультипольные компоненты электрического поля для сферической наночастицы: $E_{lm} = \sqrt{4\pi\hbar\omega_l/2a(2l+1)}$, где a — радиус наночастицы. Здесь ω_l — частота плазмонного мултипольного резонанса. В модели Друде: $\omega_l = \omega_{\mathrm{pl}}\sqrt{\frac{l}{2l+1}}$, где ω_{pl} — плазменная частота металла, из которого изготовлены наночастицы, см., например, [274,278]. Важным следствием этого соотношения является конденсация плазмонных мод [279] вблизи точки $\omega_c = \omega_{\mathrm{pl}}/\sqrt{2}$, см. рис. 4. Ниже рассматривается случай, когда частота перехода TLS ω_{TLS} попадает в квазиконтинуум плазмонных мод вблизи ω_c. Следует отметить, что точка конденсации присутствует в спектре плазмонов наночастиц общего вида (не обязательно сферической формы) [280].

Наконец, мы можем написать оператор электрического поля:

$$\hat{E}_{lm} = -E_{lm}\nabla\varphi_{lm}\left(\hat{a}_{lm} + \hat{a}^{\dagger}_{lm}\right), \tag{2.13}$$

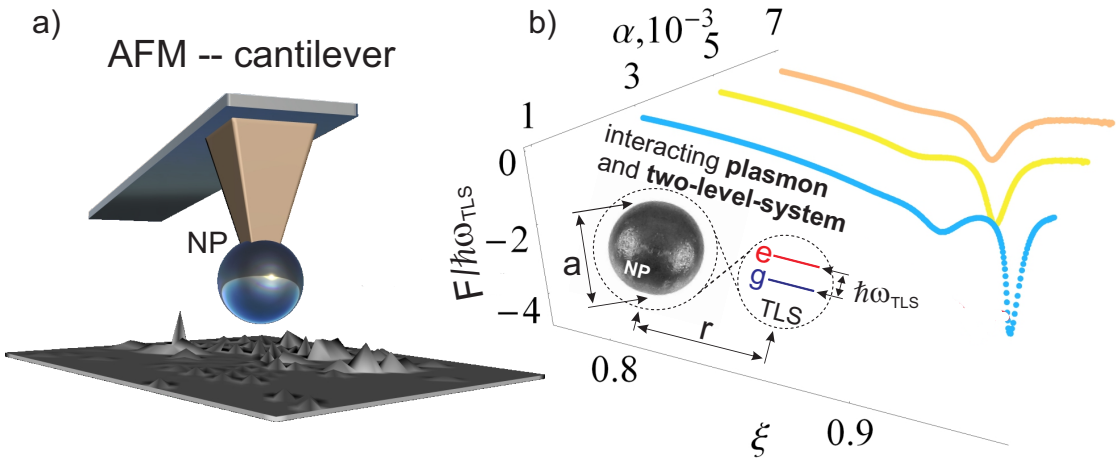


Рис. 3. а) Плазмонная наночастица на острие иглы атомно-силового микроскопа, сканирующего молекулы на подложке. б) сила Ван-дер-Ваальса между двухуровневой системой и плазмонной наночастицей как функция обратного расстояния $\xi = a/r$. На вставке показаны основные характеристики взаимодействующей плазмонной наночастицы и двухуровневой системы.

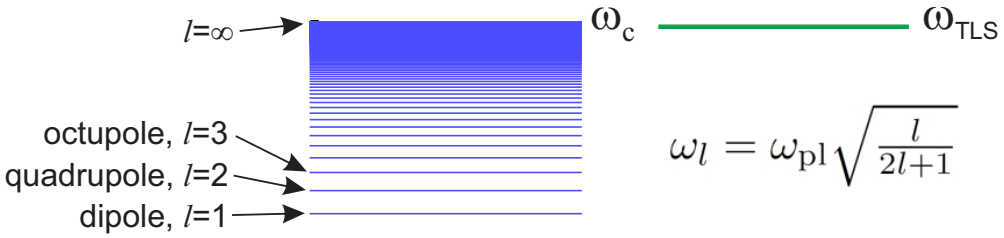


Рис. 4. Спектр плазмонных мультипольных мод, точка его конденсации ω_c и частота TLS ω_{TLS}.

где $\hat{a}_{lm}$ — оператор уничтожения плазмонов. Таким образом, гамильтониан для ближнего электромагнитного поля NP,

$$\hat{H}_{\text{NP}} = \sum_{lm} \hbar\omega_l \left(\hat{a}^{\dagger}_{lm}\hat{a}_{lm} + 1/2\right). \tag{2.14}$$

Для двухуровневого атома [281]:

$$\hat{H}_{\text{TLS}} = \hbar\omega_{\text{TLS}}\hat{\sigma}^{\dagger}\hat{\sigma}, \tag{2.15}$$

где $\hat{\sigma} = |g\rangle\langle e|$ — оператор перехода между возбужденным $|e\rangle$ и основным состоянием моллекулы, $|g\rangle$, см. вставку на рис. 2.

Дипольный момент атома $\hat{\mathbf{d}}_{\text{TLS}} = \mathrm{d}_{eg}\left[\hat{\sigma}(t) + \hat{\sigma}^{\dagger}(t)\right]$, где $\mathrm{d}_{eg} = \langle e|e\mathbf{r}|g\rangle$. Взаимодействие между квантовой точкой и электромагнитным полем, $\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}}\cdot\hat{\mathbf{E}}$. В приближении вра-

щающейся волны:

$$\hat{V} = \hbar \sum_{lm} \gamma_{lm} (\hat{a}_{lm}^{\dagger} \hat{\sigma} + \hat{\sigma}^{\dagger} \hat{a}_{lm}), \tag{2.16}$$

где γ_{lm} — константы взаимодействия.

Рассмотрим случай, когда дипольный момент коллинеарен линии, соединяющей NP и TLS. Тогда диполь TLS взаимодействует только с симметричными конфигурациями полей NP с $m = 0$. Итак, $\gamma_{l,m\neq 0} = 0$ и

$$\left|\gamma_{l,m=0}\right|^2 = \alpha \omega_{\text{pl}}^2 \xi^{2(l+2)} (l+1)^2 l^{1/2} / (2l+1)^{1/2}, \tag{2.17}$$

$$\alpha = \frac{|d_{eg}|^2}{2\omega_{\text{pl}} \hbar a^3}. \tag{2.18}$$

Обсудим ограничения для α. Для типичных квантовых точек и плазмонных наночастиц $\mu = 20$ Debye [282] и $\omega_{\text{pl}} = 1.370 \cdot 10^{16}\,\text{s}^{-1}$ для частиц золота ($\omega_{\text{pl}} = 1.366 \cdot 10^{16}\,\text{s}^{-1}$ для серебряных [283]). Итак, $\alpha \ll 1$. Ниже будет показано, что в действительности ограничения на α значительно более слабые.

Решение уравнения Шредингера

Гамильтониан $\hat{H} = \hat{H}_{\text{TLS}} + \hat{H}_{\text{NP}} + \hat{V}$. Напишем гамильтониан в явном виде при произвольной расстройке.

$$\hat{H} = \hbar \omega_{\text{TLS}} \hat{\sigma}^{\dagger} \hat{\sigma} + \hbar \sum_{l} \omega_l \hat{a}_l^{\dagger} \hat{a}_l + \hbar \sum_{l} \gamma_l (\hat{a}_l^{\dagger} \hat{\sigma} + \hat{\sigma}^{\dagger} \hat{a}_l), \tag{2.19}$$

где $\omega_l \equiv \omega_{l,m=0}$. В этом выражении первые два члена соответствуют энергиям невзаимодействуюзих свободных TLS и NP, соответственно, где ω_{TLS} и ω_{NP} — частоты TLS и NP, соответственно. Третий член соответствует взаимодействию между NP и TLS, здесь γ_l — константы взаимодействия между NP и TLS, см. ур. (2.17):

$$|\gamma_l|^2 = \frac{|d_{\text{TLS}}|^2 \omega_{pl}}{2\hbar a^3} \xi^{2l+4} (l+1)^2 \sqrt{\frac{l}{2l+1}}. \tag{2.20}$$

Будем искать решение уравнения Шредингера с гамильтонианом $\hat{H}$ в виде:

$$\Psi(t) = A(t) e^{-i\omega_{\text{TLS}} t} |e, 0\rangle + \sum_{l} B_l(t) e^{-i\omega_l t} |g, 1_l\rangle \tag{2.21}$$

с начальным условием, $\Psi(t=0) = |e, 0\rangle$. [Это означает, что $\Psi(t)$ соответствует запутанному состоянию NP–TLS, кроме начального момента времени $t = 0$.]

Подставляя (2.21) в уравнение Шредингера, находим A и B:

$$A(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{i}\exp(-\mathrm{i}\omega t)}{\omega-\sum_{l>0}\frac{|\gamma_l|^2}{\omega-\Delta_l+i0}}\frac{d\omega}{2\pi},\qquad B(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{i}\exp(-\mathrm{i}\omega t)\exp(-\mathrm{i}\Delta_l t)}{(\omega-\Delta_l)(\omega-\sum_{l>0}\frac{|\gamma_l|^2}{\omega-\Delta_l+i0})}\frac{d\omega}{2\pi} \tag{2.22}$$

где $\Delta_l=\omega_{pl}\left(\sqrt{\frac{l}{2l+1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\Delta$, и $\Delta=\omega_c-\omega_{\mathrm{TLS}}$. Учитывая, что $A(t)=\int_{-\infty}^{\infty}A(\omega)\exp(-i\omega t)\frac{d\omega}{2\pi}$,

$$A(\omega)=\frac{i}{\omega-\Sigma(\omega)},\qquad \Sigma=\sum_{l>0}\frac{|\gamma_l|^2}{\omega-\Delta_l+i0}, \tag{2.23}$$

где $\Delta_l=\omega_l-\omega_{\mathrm{TLS}}$. Аналогично, $B_l(t)=\int_\omega B_l(\omega)e^{-i(\omega-\Delta_l)t}$, и $B_l(\omega)=\gamma_l A(\omega)/(\omega-\Delta_l+i0)$.

Сила, действующая на TLS, равна

$$F=-\langle\Psi|\nabla\hat{V}|\Psi\rangle. \tag{2.24}$$

Сила взаимодействия может быть эквивалентно выражена следующим образом: $F(r,t)\equiv\langle-\nabla_r\hat{H}\rangle_\Psi$, где $\langle\ldots\rangle_\Psi$ является усреднением по волновой функции Ψ. Также можно написать силу в терминах уровней E_n полного гамильтониана $\hat{H}$, где n обозначение соответствующих квантовые чисел. Тогда $F(r,t)=\sum_n p_n(r,t)\nabla_r E_n(r)$. Здесь $p_n(r,t)$ — вероятность, что состояние $|n\rangle$ заполнено: $p_n=|\langle\Psi|n\rangle|^2$.

Сила $F(r,t)$ быстро осциллирует на частотах порядка ω_{pl}. Усредним полученную силу во времени. После простой алгебры получаем следующее явное выражение:

$$\begin{aligned}F(\xi,\Delta)=&\sqrt{\frac{|d_{TLS}|^2\hbar\omega_{pl}}{2a^5}}\sum_{l>0}(l+2)(l+1)l^{1/4}(2l+1)^{-1/4}\xi^{l+3}\\&\int_0^\infty dt\exp(i(\omega_{\mathrm{TLS}}-\omega_l)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{i}\exp(-\mathrm{i}\omega t)}{\omega-\sum_{l>0}\frac{|\gamma_l|^2}{\omega-\omega_{pl}\left(\sqrt{\frac{l}{2l+1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-\Delta+i0}}\frac{d\omega}{2\pi}\\&\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{i}\exp(-\mathrm{i}\omega t)\exp(-\mathrm{i}\Delta_l t)}{(\omega-\omega_{pl}\left(\sqrt{\frac{l}{2l+1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-\Delta)(\omega-\sum_{l>0}\frac{|\gamma_l|^2}{\omega-\omega_{pl}\left(\sqrt{\frac{l}{2l+1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-\Delta+i0})}\frac{d\omega}{2\pi}+c.c.\end{aligned} \tag{2.25}$$

Эта формула проиллюстрирована на рис. 3 и 8.

Исследуем особенности $E_{\mathrm{TLS}}=\langle\hat{H}_{\mathrm{TLS}}\rangle_{\Psi,t}$, где дополнительный индекс t означает усреднение также и по времени. E_{TLS} имеет довольно простую аналитическую форму, в отличие от силы, и имеет похожее немонотонное поведение с расстоянием. Из ур. (2.23) следует, что

$$E_{\mathrm{TLS}}/\hbar\omega_{\mathrm{TLS}}=\langle|A(t)|^2\rangle_t=\sum|\operatorname{res}A(\omega)|^2, \tag{2.26}$$

где “ res ” обозначает вычет, а сумма берется по всем вычетам. Усреднённое по времени возмущение имеет сходную структуру: $\langle \hat{V} \rangle_{\Psi,t} = \sum_l \gamma_l V_l$, где

$$V_l = 2\,\mathrm{Re} \sum{}' \mathrm{res}[A(\omega)]\,\mathrm{res}^*[B_l(\omega)]. \tag{2.27}$$

Здесь $\sum'$ обозначает сумму по общим полюсам $A(\omega)$ и $B_l(\omega)$ [это множество полюсов совпадает с полюсами $A(\omega)$, как следует из ур. (2.23)]. Соответственно, усредненная по времени сила,

$$F(r) = \sum_l V_l \nabla_r \gamma_l. \tag{2.28}$$

Сначала рассмотрим асимптотическое поведение E_{TLS} на большом расстоянии $\xi = a/r \ll 1$. Тогда главный вклад в сумму знаменателя в уравнениях (2.23)–(2.26) дается членом с $l = 1$, что соответствует диполь-дипольному взаимодействию. Итак, полюсы подынтегрального выражения определяются уравнением $\omega = \frac{|\gamma_{l=1}|^2}{\omega - \Delta_{l=1}}$, которое имеет следующие корни: $\omega_0 = -\gamma_{l=1}^2/\Delta_{l=1}$ и $\omega_1 = \Delta_{l=1} + \gamma_{l=1}^2/\Delta_{l=1}$. Положительный полюс ω_0 дает основной вклад, см. рис. 5, и $E_{\mathrm{TLS}}/\hbar\omega_{\mathrm{TLS}} \approx |\mathrm{res}\, A(\omega_0)|^2 \approx 1 - 2\gamma_{l=1}^2/\Delta_{l=1}^2$. Первое слагаемое в E_{TLS}, соответствует средней энергии свободной TLS (нормированной на $\hbar\omega_{\mathrm{TLS}}$). Второй вклад связан с взаимодействием с NP. Выполняя аналогичные вычисления, можно найти, что на большом расстоянии

$$F(r) = -\frac{D}{r^7}, \quad D \approx 6a^6\gamma_{l=1}^2(\xi = 1)/\Delta_1 \sim \alpha a^6 \hbar\omega_{\mathrm{pl}}. \tag{2.29}$$

Из квантовой механики известно, что два флуктуирующих диполя притягиваются на больших расстояниях с силой, пропорциональной $1/r^7$. Именно это здесь и получилось.

Вычисляя численно силу в общем случае, см. рис. 3, мы предположили для простоты, что частота TLS совпадает с точкой конденсации резонансных частот NP: $\omega_{\mathrm{TLS}} = \omega_c = \omega_{\mathrm{pl}}/\sqrt{2}$, поэтому $\Delta_l \approx -\omega_{\mathrm{pl}}/(4\sqrt{2}l)$. Однако наши выводы остаются качественно действительными при $|\omega_{\mathrm{TLS}} - \omega_c| \lesssim \omega_{\mathrm{pl}}$; более подробно этот вопрос будет рассмотрен ниже. Связано это с тем, что сингулярное поведение $\Sigma(\omega)$ вблизи $\omega = \Delta_l$ определяет структуру $A(\omega)$, и из-за этого сила качественно мало меняется при варьировании $\omega_{\mathrm{TLS}} - \omega_c$.

Как следует из рис. 2 и 5а, зависимость $E_{\mathrm{TLS}}(\xi = a/r)$ становится очень немонотонной при $\alpha \ll 1$ и $\xi \lesssim 1$. Провалы в E_{TLS} становятся все более узкими и глубокими, когда α уменьшается. Аналогично ведет себя сила взаимодействия TLS и NP.

Численные расчёты, см. рис. 5, показывают, что провалы в $E_{\mathrm{TLS}}(\xi = a/r)$ возникают, когда полюса $A(\omega)$ сближаются при некоторых ξ. Например, первый провал соответствует сближению двух наименьших отрицательных полюсов ω_1 и ω_2, см. уравнение (2.23). Отрицательные полюсы пересекаются вблизи $\omega = -1/l$, где $l = 1, 2, \ldots$. [Здесь

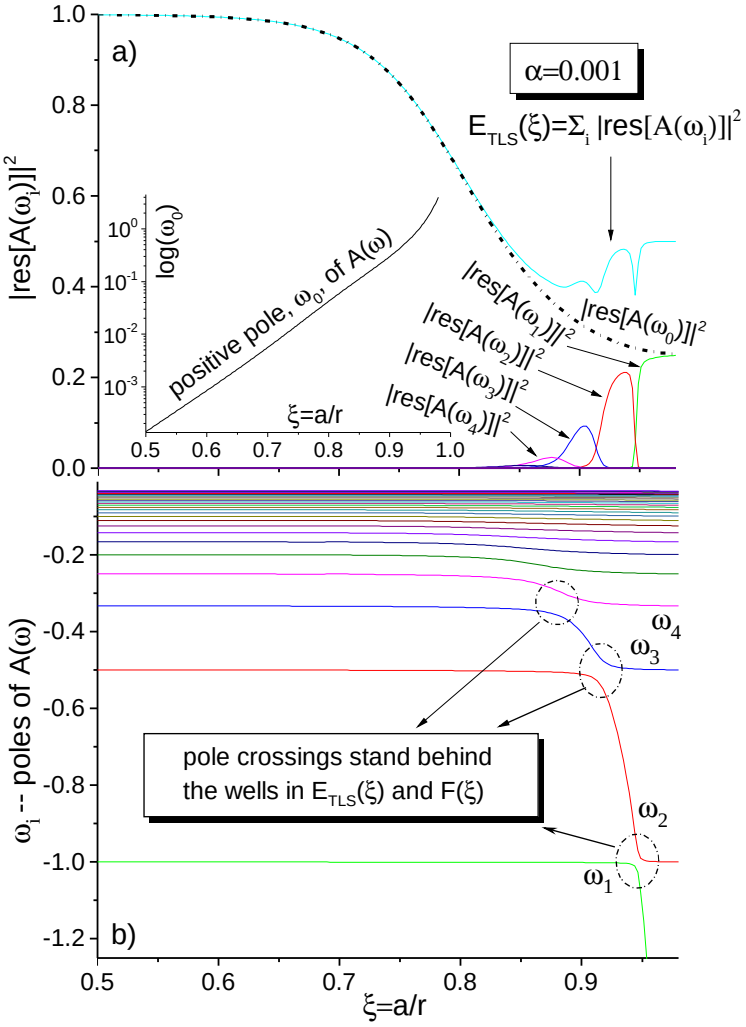


Рис. 5. a) Среднее значения гамильтониана молекулы, E_{TLS}, выражается через квадраты абсолютных значений вычетов $A(\omega)$. При $\xi = a/r \to 0$ только один полюс дает главный вклад в E_{TLS}. b) Провалы в зависимости $E_{\text{TLS}}(r)$ возникают тогда, когда два полюса сближаются. Чем меньше α, тем ближе полюса в этих точках. Значение $\alpha = 0.001$ соответствует типичным экспериментальным параметрам: $\omega_{\text{pl}} \sim 10^{16}\,\text{s}^{-1}$, $d_{eg} \sim 30\,\text{D}$ и $a = 5\,\text{nm}$.

и далее мы выбираем $\omega_{\text{pl}}/4\sqrt{2}$ как нормировочный множитель для полюсов.] Это согласуется со структурой $\Sigma(\omega,\, xi)$. Рассмотрим более детально полюса ω_1 и ω_2 в районе их сближения, которое происходит при $\omega \approx -1$. В $\Sigma(\omega, \xi)$ можно выделить два вклада:

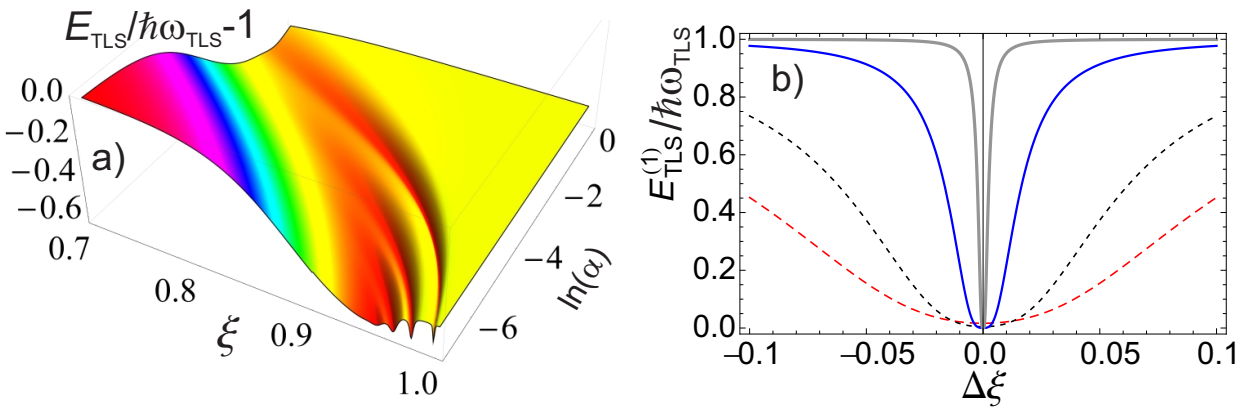


Рис. 6. а) $E_{\mathrm{TLS}}/\hbar\omega_{\mathrm{TLS}} - 1$ как функция $\xi = a/r$ и $\ln(\alpha)$. Если $r \gg a$, то E_{TLS} затухает как $-1/r^6$. При $r \gtrsim a$, $E_{\mathrm{TLS}}(\xi)$ — немонотонная функция. б) Провалы в $E^{(1)}_{\mathrm{TLS}}/\hbar\omega_{\mathrm{TLS}}$ при $\alpha = \{0, 001, 0.01, 0.05, 0.1\}$ (сверху вниз).

“сингулярный” и гладкий $f(\xi)$, состоящий из бесконечного множества мультиполей:

$$\Sigma(\omega, \xi) \approx \frac{\alpha\xi^6}{\omega + 1} + f(\xi), \tag{2.30}$$

$$f(\xi) = \alpha\xi^4 \sum_{l=2}^{\infty} \frac{l^2 \xi^{2i}}{-1 + \frac{1}{l}}. \tag{2.31}$$

Полюсы являются корнями уравнения $\omega - \Sigma(\omega, \xi) = 0$. Теперь мы можем приближено решить уравнение для $\omega_{1,2}$, когда эти полюса сближаются:

$$[\omega + f(\xi)](\omega + 1) - \alpha\xi^6 = 0. \tag{2.32}$$

Заметим, что $\alpha \ll 1$, поэтому последнее слагаемое следует считать возмущением.

Сумма в f может быть приближено вычислена, если $\xi \to 1$:

$$f(\xi) \approx \alpha/(1 - \xi)^3. \tag{2.33}$$

При некотором $\xi_0 \lesssim 1$, $f(\xi_0) = 1$. Решим (2.32) вблизи $\xi = \xi_0$. Тогда $f(\xi) \approx 1 + \Delta\xi 2\beta$, где $2\beta = \partial_\xi f(\xi)|_{\xi=\xi_0}$ и $\Delta\xi = \xi - \xi_0$. Тогда $\omega = -1 + \Delta\omega$. Решая уравнение (2.32) для $\Delta\omega$, получаем $\Delta\omega_{1,2} = \beta\Delta\xi \pm \sqrt{(\beta\Delta\xi)^2 + \alpha^2}$.

Аналогично найдем асимптотику $E^{(1)}_{\mathrm{TLS}}$ в области немонотонности:

$$E^{(1)}_{\mathrm{TLS}} = \sum_{\sigma=1,2} \left(1 + \alpha\xi_0^6/(\Delta\omega_\sigma)^2\right)^{-2}. \tag{2.34}$$

Уравнение (2.34) хорошо воспроизводит форму провала в $E^{(1)}_{\mathrm{TLS}}$. Ширина провала порядка $1/\beta \sim (1 - \xi_0)^4/\alpha$. Из формулы (2.33) следует, что $1 - \xi_0 \sim \alpha^{1/3}$. Итак, мы находим для ширины провала оценку, $\alpha^{1/3}$. Эти асимптотические формулы хорошо согласуются

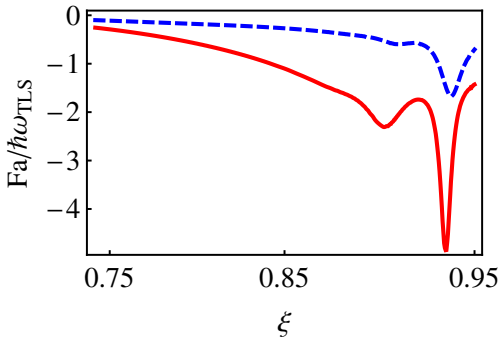


Рис. 7. Среднее значение силы между NP и TLS. Сила усредняется по времени до $t = 10^{-13}s$ (красная сплошная линия) и до $t = 10^{-12}s$ (синяя пунктирная линия). Разница между кривыми связана с учетом затухания.

с численными расчетами. Следует подчеркнуть, что ключевой вклад в ур. (2.34) дает множество мультиполей вблизи точки сгущения, дающее основной вклад в $f(\xi)$. Для силы взаимодействия все аналогично.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Оценки параметров.

В оптическом диапазоне частот $\gtrsim 10^{15}\,\mathrm{s}^{-1}$, если радиус наночастицы $a \sim 30\,\mathrm{nm}$, то $F \sim \hbar\omega_{\mathrm{TLS}}/a \sim 10\,\mathrm{pN}$. Это тот же порядок или даже немного больше, чем в типичном оптомеханическом эксперименте [284]. Но можно взять гораздо меньшую наночастицу с $a \gtrsim 5\,\mathrm{nm}$ и получить гораздо большую силу.

Полюса ω_l.

Полюсами ω_l (с точностью до константы) являются уровни энергии $\hat{H}$. В предельном случае $r \gg a$, ω_l совпадают с уровнями $\hat{H}_0 = \hat{H}_{\mathrm{TLS}} + \hat{H}_{\mathrm{NP}}$, соответствующего состояниям $|e, n_l\rangle$, $n_l = 0, 1$, а при конечном r уравнение $\omega = \Sigma(\omega)$ воспроизводит стандартные результаты стационарной теории возмущений по $\hat{V}$ для уровней энергии. Немонотонное поведение силы (E_{TLS}) с расстоянием, которое мы получили, связано с почти вырожденными уровнями, которые «отталкивают» друг друга [94].

Эффекты, связанные с диссипацией.

Мы подразумевали выше, что система TLS и NP замкнутая; поэтому соответствующие полюса оказались лежащими на действительной оси. Но эта система открытая [285]. Например, в золотой наночастице поверхностный плазмон имеет время жизни порядка

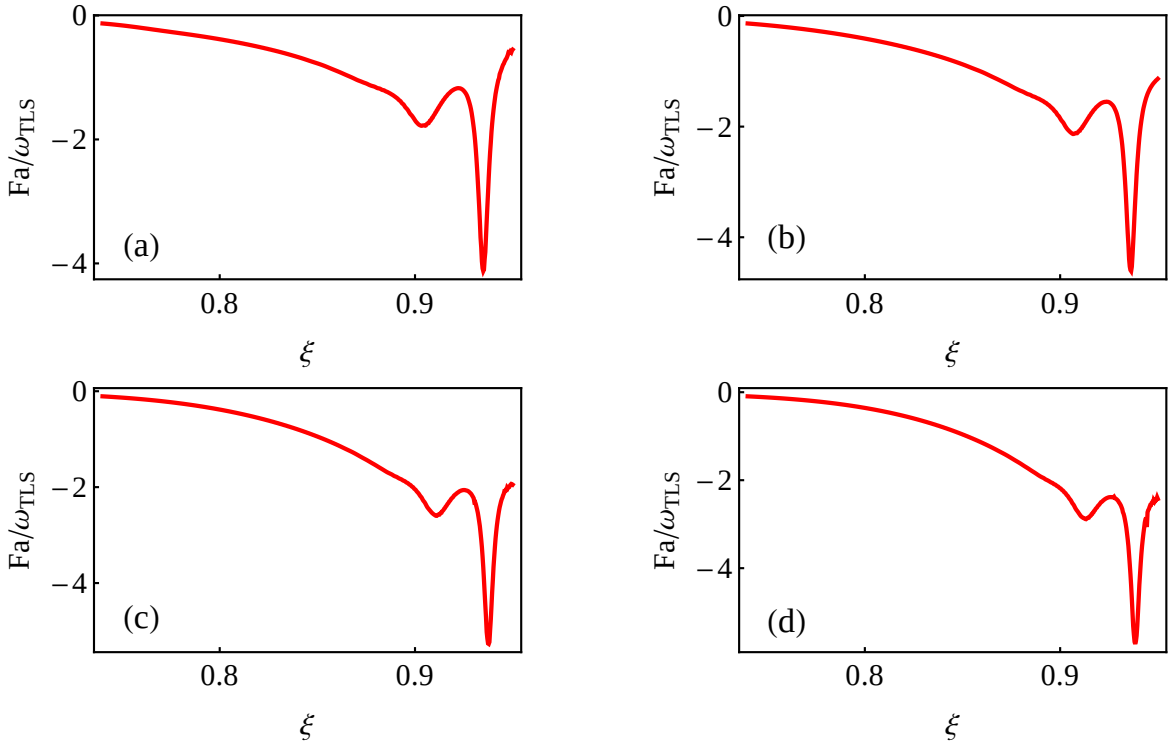


Рис. 8. Зависимость силы взаимодействия от $\xi = a/r$ при различных значениях расстройки между TLS и частотами конденсации плазмонных мультиполей. a) $\Delta = -5 \cdot 10^{-2}\omega_c$ b) $\Delta = -2.5 \cdot 10^{-2}\omega_c$ c) $\Delta = 2.5 \cdot 10^{-2}\omega_c$ d) $\Delta = 5 \cdot 10^{-2}\omega_c$. Провалы в силе взаимодействия довольно устойчивы к выбору расстройки.

10 fs [286]. Радиационные потери энергии в дипольном режиме существенны в относительно больших наночастицах ($r > 25$ нм). Потери в мультипольных модах высокого порядка связаны в основном с выделением джоулева тепла, что на порядок меньше радиационных потерь. Чтобы учесть диссипацию энергии, необходимо добавить в определение $\Sigma(\omega)$, см. (2.23), i/τ_l вместо $i0$, где τ_l — характерное время жизни.

Тепловые потери в мультипольных плазмонных модах составляют порядка $10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$, а радиационные потери в дипольной моде $10^{13}\,\mathrm{s}^{1}$. Эта оценка позволяет найти $\tau_{l=1}$ и $\tau_{l>1}$. Частота колебаний силы взаимодействия TLS и NP составляет порядка $\sim 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$. Константа $\alpha\omega_c \gtrsim 10^{13} s^{-1}$. Исходя из этого и учитывая, что $\alpha = \frac{|d_{\mathrm{eg}}|^2}{2\omega_{\mathrm{pl}}\hbar a^3}$, можно получить оценку: $\alpha \gtrsim 10^{-3}$. Графики на рис. 7 показывают, что даже при $\alpha = 10^{-3}$ имеются глубокие провалы в силе взаимодействия при учете затухания.

Влияние расстройки: $\omega_{\mathrm{TLS}} - \omega_c \neq 0$. Выше рассматривался случай нулевой расстройки, $\omega_{\mathrm{TLS}} - \omega_c = 0$. Теперь мы обсудим влияние на силу, действующую между TLS и NP, bp-pf несогласованности частоты перехода TLS и частоты конденсации мультипольных мод

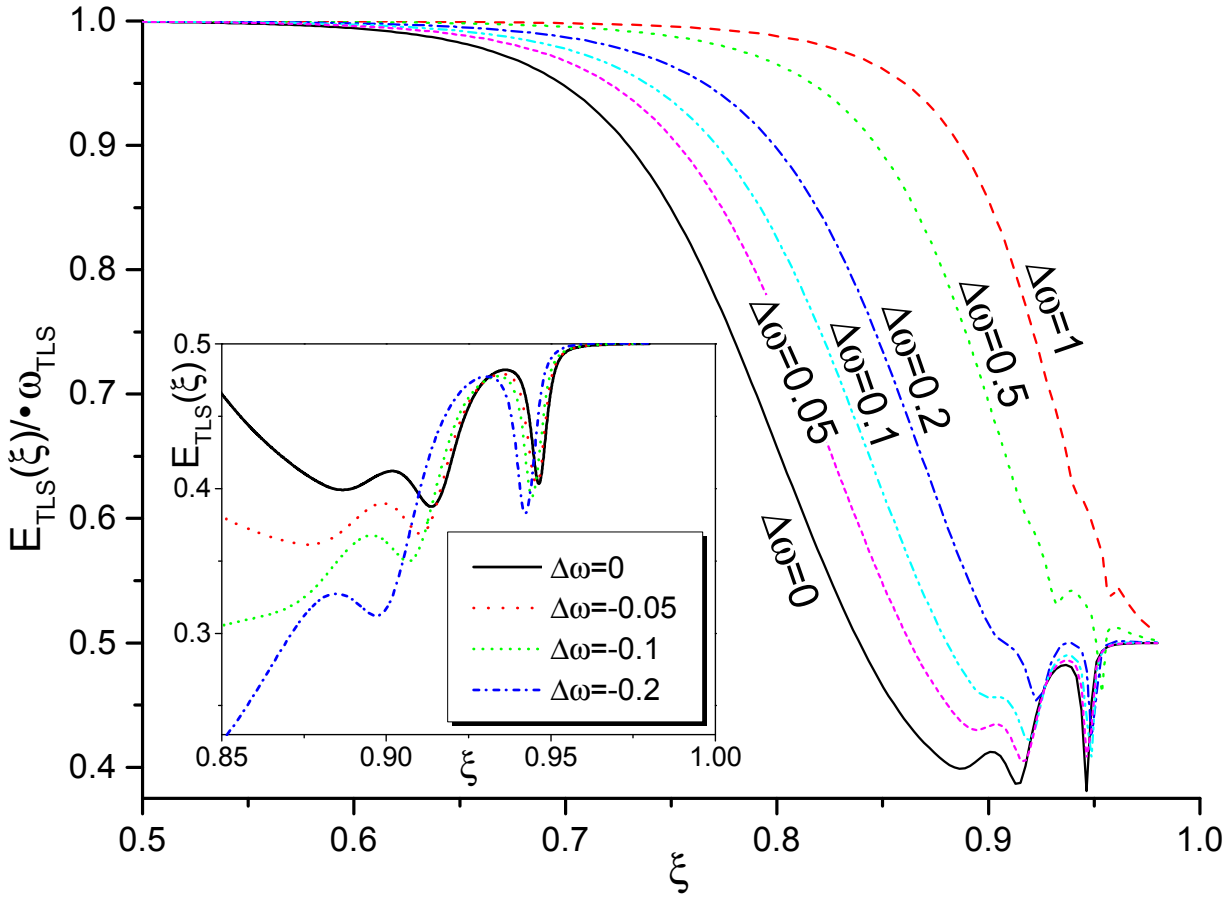


Рис. 9. E_{TLS} как функция обратного расстояния при конечной частотной расстройке. Здесь $\Delta\omega = 4\sqrt{2}(\omega_{\mathrm{TLS}} - \omega_c)\omega_{\mathrm{pl}}$. Лакуны в E_{TLS} довольно устойчивы к расстройке.

NP. Итак, теперь $\omega_{\mathrm{TLS}} - \omega_c \neq 0$.

На рис. 1 показаны графики силы, соответствующие ненулевой расстройке. На рис. 9 показано также E_{TLS}. Как следует из этих графиков, частотная расстройка количественно влияет на степень немонотонности графиков, однако качественно поведение силы и E_{TLS} меняется мало.

Энтропия запутывания. Интересно исследовать поведение энтропии запутывания для системы NP-TLS:

$$S = -\mathrm{Tr}(\rho_{\mathrm{TLS}} \log \rho_{\mathrm{TLS}}), \tag{2.35}$$

где $\rho_{\mathrm{TLS}} = \mathrm{Tr}_{\mathrm{NP}}(\rho)$. На рис. 10 показана зависимость от расстояния энтропии запутывания. Из рисунка следует, что энтропия не имеет выраженных провалов или максимумов там, где их имеет сила взаимодействия. Увеличение энтропии на малых расстояниях можно объяснить «включением» плазмонных мод все более высокого порядка, когда

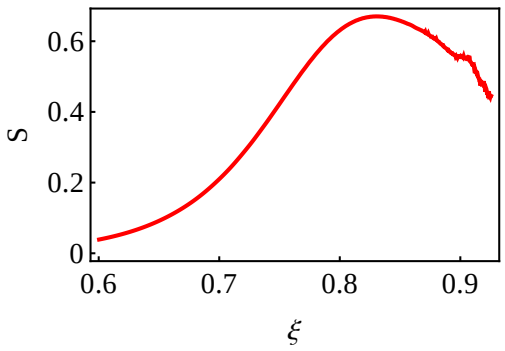


Рис. 10. Зависимость энтропии запутывания от $\xi = a/r$.

расстояние становится все меньше и меньше.

Выводы

Исследована зависимость силы от расстояния между плазмонной наночастицей и двухуровневой системой. Показано, что сила аномально возрастает в определённом узком диапазоне расстояний. Объяснена физическая причина немонотонной зависимости силы от расстояния, связанная с квантовыми флуктуациями дипольного момента и квазиконтинуумом мультипольных плазмонных резонансов. Экспериментальное наблюдение этого эффекта возможно вдали от равновесия, например, при импульсной когерентной накачке системы.

2.4. Плазмонная метамолекула: аномальное сужение спектральной линии в режиме сильной диссипации вдали от равновесия

Метамолекула, состоящая из бозонной моды, взаимодействующей с двухуровневой системой

Мы рассматриваем метамолекулу, состоящую из бозонной моды, взаимодействующей с двухуровневой системой: это может быть, например, наночастица с возбужденным плазмоном, взаимодействующая с квантовой точкой. Нас будет интересовать диапазон параметров, соответствующий сильным корреляциям, когда взаимодействие между бозонной модой и двухуровневой системой, внешняя когерентная накачка и диссипация не малы. Численное моделирование показывает, что эта система флуоресцирует, даже когда диссипация больше амплитуды накачки, что также сопровождается сужением

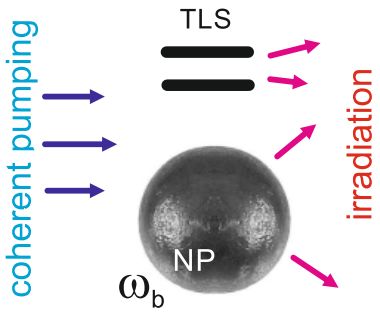


Рис. 11. Возможная реализация метамолекулы, состоящей из плазмонной моды, локализованной в металлической наночастице, взаимодействующей с двухуровневой системой (атомом, молекулой или квантовой точкой).

ее спектральной линии. Этот эффект может быть связан с квантовым стохастическим резонансом. Ниже будет показано, что флуоресценция соответствует конечному диапазону амплитуд накачки с резким нижним порогом и сопровождается расщеплением функции Вигнера.

Сильнокоррелированные бозонные моды и системы дискретного спектра в последнее время привлекают большое внимание в связи с потенциальными приложениями в квантовой оптике [287–289], химии [290], и биологии, что включает в себя, нанолазеры [257, 263, 264, 291–293], кубиты, квантовые шаттлы [294], холодные атомы, плазмонные детекторы и биосенсоры [295]. Современные технологии позволяют уменьшить размер носителя бозонной моды до нанометровых размеров. Такие плазмонные наносистемы часто называют «метамолекулами» [296–299]. Здесь мы рассматриваем метамолекулу как плазмонную наносистему, взаимодействующую с квантовой точкой.

В большинстве случаев коррелированные бозонные моды и системы дискретного спектра в первом приближении могут быть сведены к классу моделей тип Джейнса-Каммингса (JCM) [300]. Они хорошо изучены, за исключением диапазона параметров, в котором нет четко определенного малого или большого параметра взаимодействия, или существует высокий уровень диссипации и происходят колебания большой амплитуды. В этих случаях требуются значительные дополнительные вычислительные усилия [301, 302]. Для приложений, упомянутых выше, этот диапазон параметров довольно типичен. В реальных системах шум всегда присутствует. Обычно это серьезная проблема, особенно для приложений, связанных с квантово-когерентными эффектами [303, 304]. Ниже будет показано, что шум и диссипация при определённых условиях могут эффективно увеличивать когерентность в метамолекуле.

В простейшем случае модель (JCM) соответствует открытой системе, состоящей из бозонной моды, взаимодействующей с двухуровневой системой [246, 247]. Электромаг-

нитная мода в нанорезонаторе или плазмон в наноструктуре может служить бозонной модой, в то время как основное и возбужденное состояния молекулы или квантовой точки могут выполнять роль двухуровневой системы [287–289, 305]. В интересующей нас области сильных корреляций и большой диссипации частота Раби порядка параметра диссипации. Из флуктуационно-диссипативной теоремы следует, что диссипация всегда сопровождается шумовыми стохастическими процессами. Вдали от равновесия это рассуждение тоже справедливо. Чтобы исследовать открытую сильнокоррелированную систему вдали от равновесия, были выполнены численные расчёты методом динамического Монте-Карло [301,306,307], которые показали, что метамолекула при когерентной накачке испытывает что-то вроде динамического «фазового перехода», обусловленного шумом, сопровождающегося сужением на порядок спектральная линия флуоресценции, усилением отношения сигнал/шум и расщеплением функции Вигнера (она играет роль эффективного «параметра порядка»). С экспериментальной точки зрения этот режим флуоресценции может найти широкое применение, где сильный шум является неизбежной проблемой.

Динамика метамолекулы в марковском приближении определяется уравнением Линдблада [307]:

$$d\hat{\rho}/dt = -i\left[\hat{H},\hat{\rho}\right] + \frac{\gamma_b}{2}(2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^{+} - \hat{\rho}\hat{a}^{+}\hat{a} - \hat{a}^{+}\hat{a}\hat{\rho}) + \frac{\gamma_a}{2}(2\hat{\sigma}\hat{\rho}\hat{\sigma}^{+} - \hat{\rho}\hat{\sigma}^{+}\hat{\sigma} - \hat{\sigma}^{+}\hat{\sigma}\hat{\rho}), \qquad (2.36)$$

где γ_a и γ_b — скорости диссипации двухуровневой системы и бозонной моды, соответственно, и $\hat{H} = \hat{H}_b + \hat{H}_a + \hat{V}_{a-w} + \hat{V}_{b-w} + \hat{V}_{a-b}$. Здесь $\hat{H}_b = \omega_b \hat{a}^{+}\hat{a}$ — гамильтониан бозонной моды ($\hat{a}$ — оператор аннигиляции), $\hat{H}_a = \omega_a \hat{\sigma}^{+}\hat{\sigma}$ — гамильтониан двухуровневой системы ($\hat{\sigma} = |g\rangle\langle e|$ — оператор перехода из возбужденного состояния $|e\rangle$ в основное $|g\rangle$), $\hat{V}_{ba} = \Omega_R(\hat{a}^{+}\hat{\sigma} + \hat{\sigma}^{+}\hat{a})$ — взаимодействие между бозонной модой и двухуровневой системой (TLS), где Ω_R — частота Раби. Когерентная накачка описывается $\hat{V}_{aw} = \Omega_a(\hat{\sigma} + \hat{\sigma}^{+})$ и $\hat{V}_{bw} = \Omega_b(\hat{a}^{+} + \hat{a})$. Мы выбрали систему единиц, где $\hbar = 1$.

Уравнение (2.36) интенсивно исследовалось в последние десятилетия как аналитически, так и численно. Однако ощутимого прогресса в интересующей нас области сильных корреляций и высокой степени диссипации не было достигнуто. Кроме того, в этой области параметров система находится между квантовыми и классическими режимами, поскольку среднее число бозонов, $N = \langle \hat{a}^{\dagger}\hat{a}\rangle$, хоть и больше единицы, но еще недостаточно велико для применимости полуклассических методов или разложения типа $1/N$ [308].

В работе [257] продемонстрирована экспериментальная реализация плазмонного нанолазера. Этот эксперимент фактически представляет собой изучение метамолекулы, где роль бозонов играет плазмон в металлической наночастице, см. рис. 11, а двухуров-

невая система образована квантовой точкой. В этом эксперименте $\gamma_b \sim 10^{12} - 10^{14} s^{-1}$. Из-за сильной локализации поля в плазмонной моде константа взаимодействия Раби может иметь тот же порядок величины, что и параметр скорости затухания плазмонной моды [274]: $\Omega_R \sim 10^{12} - 10^{13} s^{-1}$. Следует отметить, что в этом эксперименте было много двухуровневых систем в резонансе с плазмоннами, а в нашей модели имеется только одна двухуровневая система. Другое отличие — накачка: в эксперименте система управлялась импульсами длительностью 5 нс, в то время как мы рассматриваем когерентную накачку. (Эффективно у нас тоже импульсная накачка с длиной импульса, сопоставимой с экспериментальной. Этого мы добились, выбирая фиксированной длину траекторий в методе динамического Монте-Карло.) Типичная интенсивность лазерного поля составляет $\sim 10^3 - 10^4$В/м. Для реалистичных полупроводниковых квантовых точек скорость релаксации порядка $\gamma_a \sim 10^9 - 10^{11} s^{-1}$ [257]. Альтернативная реализация метамолекулы — атом или молекула в нанорезонаторе [287–289, 305, 309], см. рис. 11 а.

Итак, в численных расчетах мы выбираем $\gamma_a = 10^{11} s^{-1}$ и $\Omega_R = 10^{13} s^{-1}$. Скорость затухания бозонной моды $\gamma_b \in (0.5 \cdot 10^{13} s^{-1}, 4 \cdot 10^{13} s^{-1})$. Также мы выбираем $\Omega_b = 10\Omega_a \equiv \Omega$, что соответствует более интенсивному взаимодействию между внешним полем и метамолекулой [257]. Абсолютное значение константы взаимодействия Ω с внешним полем будет варьироваться от $5 \cdot 10^{12} s^{-1}$ до $1 \cdot 10^{13} s^{-1}$, что соответствует экспериментально достижимой амплитуде лазерного поля, $\simeq 10 - 100$В/м. В моделировании мы нормируем

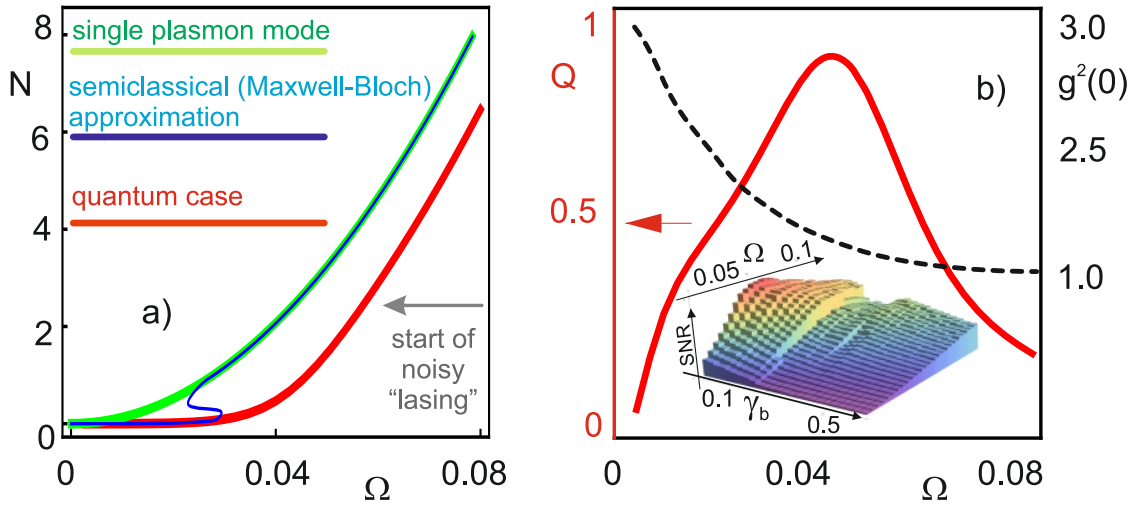


Рис. 12. Метамолекула вблизи порога "лазирования": a) среднее число бозонов N, b) параметр Манделя (красная кривая) и функция когерентности (черный пунктир). Максимум соответствует порогу, где появляется флуоресценция с узкой линией. Вставка показывает в произвольных единицах отношение сигнал/шум (SNR). Оно обратно пропорционально ширине линии флуоресценции.

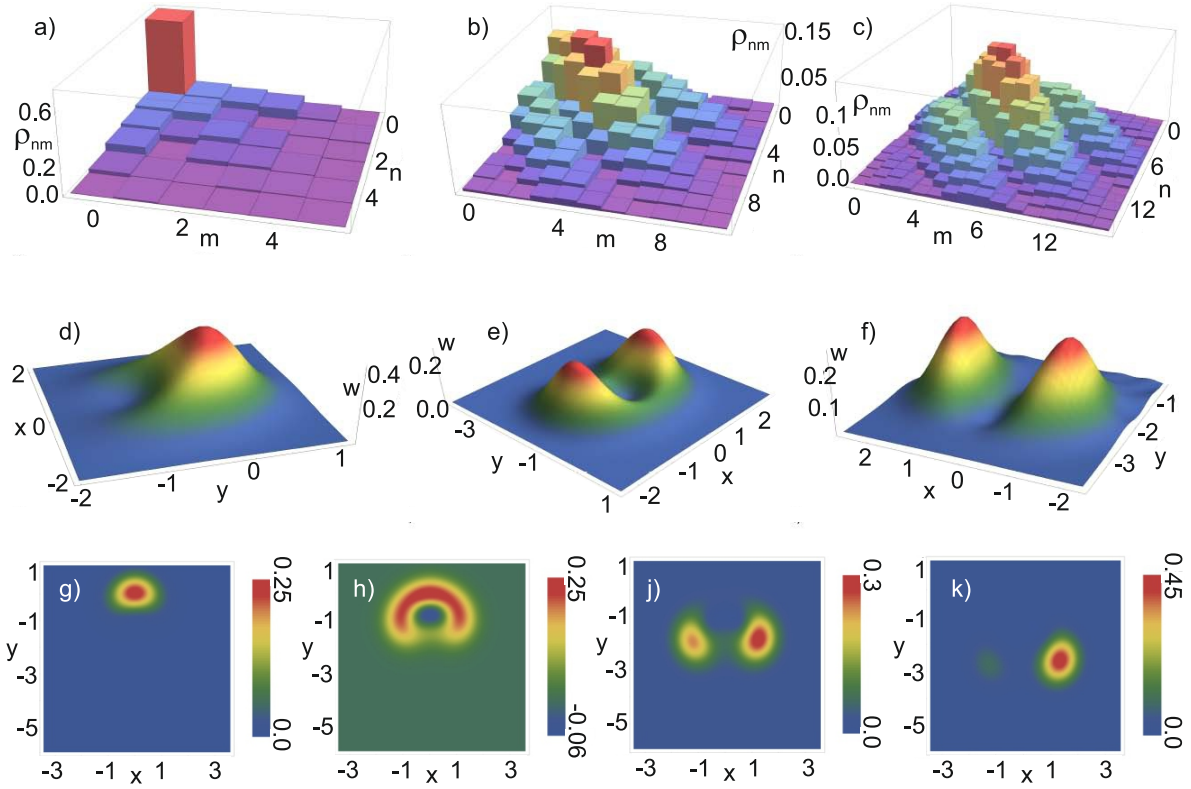


Рис. 13. Метамолекула выше порога “лазирования”. (a)–(c) Стационарная редуцированная бозонная матрица плотности в представлении чисел заполнения. Ее мультимодальность соответствует узкополосному режиму флуоресценции («генерация»). Графики (d)–(f) соответствуют функции Вигнера, где x и y — вещественная и мнимая часть когерентного состояния. Расщепление функции Вигнера на два пика соответствует режиму узкой линии флуоресценции. Графики (a), (d), (b), (e) и (c), (f) были получены при $\Omega = 0.04, 0.06, 0.08$. Графики плотности (нижний ряд) показывают функцию Вигнера при (g) $\Omega = 0.03$, (h) $\Omega = 0.05$ (В центре “атолла” функция Вигнера отрицательна, т. е. это неклассическое состояние), (j) $\Omega = 0.07$ и (k) $\Omega = 0.09$.

все значения на 10^{-14}с. Фактически изучается область параметров $\gamma_a \simeq \Omega_R \simeq \Omega \gg \gamma_\sigma$. Также мы предполагаем точный резонанс между бозонной модой и двухуровневой системой.

Что происходит за пределами этих параметров? На вставке к рис. 12b показано отношение сигнал/шум при изменении γ_b; на самом деле, любая точка этого графика соответствует режиму флуоресценции с узкой линией.

Для решения уравнения (2.36) был использован квантовый алгоритм Монте-Карло, где уравнение Линдблада сводится к кусочно-детерминированному процессу на квантовых траекториях [301,306,307]. Была написана на языке Фортран программа для таких

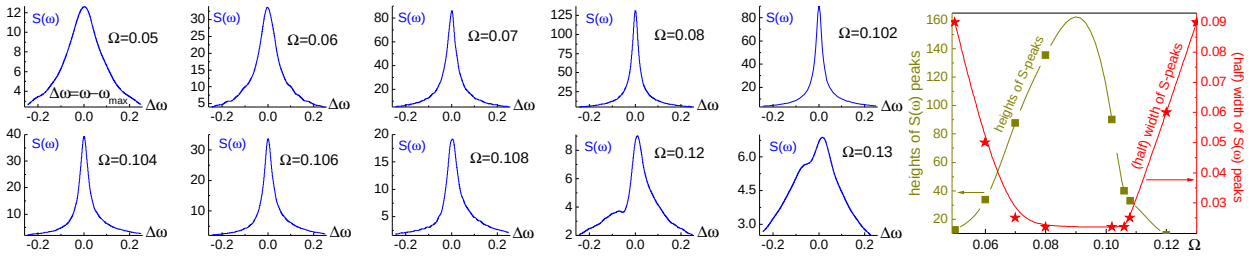


Рис. 14. Спектральная функция бозонной моды.

расчётов, адаптированная под суперкомпьютерный кластер. В численных вычислениях размерность гильбертова пространства в бозонном секторе $N \approx 100$; этого более чем достаточно, см. рис. 13(a)–(c), где пики показывают наиболее вероятное N.

На первом этапе исследовалась эволюция среднего числа бозонов N с амплитудой накачки Ω для определения диапазона параметров, где N начинает возрастает, что может соответствовать узколинейной флуоресценции. На рис. 12 показан график N не только в квантовом случае, соответствующем точному решению главного уравнения (2.36), но для сравнения на рис. 12 показаны результаты известных приближенных решений для N: 1) полуклассическое приближение и 2) «невзаимодействующий» случай, соответствующий динамике бозонной моды во внешнем поле, но без взаимодействия с двухуровневой системой.

Полуклассическое решение уравнения (2.36) подразумевает полное пренебрежение квантовыми флуктуациями. Как следует из рис. 12a, в этом случае существует гистерезис (бистабильность). Точное решение (красная кривая) (2.36) не показывает гистерезиса: оно исчезает из-за сильных квантовых флуктуаций [300]. Вне области бистабильности значение инверсии населенности, $\langle[\hat{\sigma}^+, \hat{\sigma}]_-\rangle > 0$. Таким образом, двухуровневая система может накачиваться с использованием только монохроматической внешней волны в условиях сильной диссипации бозонов [310].

Важную роль в нашей задаче играют квантовые флуктуации, которые характеризует параметр Манделя $Q = (\langle\hat{N}^2\rangle - \langle\hat{N}\rangle^2)/\langle\hat{N}\rangle - 1 = \langle\hat{N}\rangle(g^{(2)}(0) - 1)$, где $\hat{N} = \hat{a}^+\hat{a}$ и $g^{(2)}(\tau) = \langle\hat{a}^+(t+\tau)\hat{a}^+(t+\tau)\hat{a}(t)\hat{a}(t)\rangle$. Q имеет максимум при амплитуде возбуждающего поля, соответствующей началу режима флуоресценции, см. рис. 12b.

Рис. 12 показывает линейный рост N выше порога флюаресценции. На рис. 13 (a)–(c) показана приведенная матрица плотности в представлении числа заполнения для разных значений амплитуды когерентного поля Ω. При малых Ω, значительно ниже перехода к режиму флуоресценции с узкой линией, в диагональной матрице плотности имеется один ярко выраженный пик, соответствующий $N = 0$. Выше перехода матрица плотности становится недиагональной. На рис. 13 (a)–(c) показаны детали расщепле-

ния матрицы плотности. Такое поведение матрицы плотности означает существенно нетепловое состояние системы. Важный вопрос, насколько когерентны бозонные моды и излучение в этом состоянии, на него мы ответим ниже. При больших значениях Ω матрица плотности снова становится диагональной. Это конец режима тонкой линии флуоресценции.

Несколько более информативной является эволюция функции Вигнера, представленная на рис. 13(d)–(f). При очень малой амплитуде накачки функция Вигнера имеет только один пик, расположенный вблизи состояния с нулевым числом квантов бозоннов. Над порогом, рис. 13 (h), она имеет форму «атолла», а «синяя дыра» соответствует отрицательным значениям функции Вигнера. Похожее поведение известно для открытых систем типа Джейнса-Камингса при когерентном возбуждении бозонной моды [302]. Но здесь рассматривается обобщенный гамильтониан, в котором также учитывается когерентная накачка двухуровневой системы. Затем мы видим, что функция Вигнера сначала расщепляется на два узких пика (режим линейной флуоресценции), рис. 13 (j), но, переходя к большим значениям амплитуды накачки, мы видим, что левый пик Вигнера функция исчезает, и остается только правый, рис. 13 (k). Такое поведение должно соответствовать концу режима флуоресценции.

Наконец, рассмотрим спектры бозонных коррелятороов, $S(t) = \langle \hat{a}^+(t+\tau)\hat{a}(t)\rangle$. Графики на рис. 14 иллюстрируют наличие нижнего и верхнего порогов области, где ширина линии флуоресценции сужается.

Возможной интерпретацией сужения линии флуоресценции является когернетная “лазерная” генерация: в системе есть хорошо определенный порог и инверсия заселенности, и спектральная линия выше порога сужается. Это указывает на то, что когерентность выходного сигнала системы возрастает. В [311] были сформулированы три критерия лазерной генерации: 1) переход к генерации должен сопровождаться нелинейной зависимостью числа бозонов от внешнего возбуждения, 2) ширина линии излучения должна сильно уменьшаться в режиме генерации и 3) функция когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$ должна стремиться к единице. В нашей модели флуоресценция в режиме «узкой спектральной линии» имеет все эти свойства.

Если вернуться к реальным экспериментам, то следует отметить, что наша метамолекула имеет много общего с нанолазерами, где бозонная мода, как и у нас, соответсвовала поверхностному плазмону, локализованному в металлической наночастице, в то время как массив полупроводниковых квантовых точек или молекулы красителя играли роль активной среды [257, 291, 292]. В экспериментах [257, 291, 292] наблюдалось аналогичное сужения спектральной линии, и было обнаружено пороговое поведение. Правда, использовалась импульсная накачка. Однако обычная длительность импульса

накачки составляла около 10 ns. Хотя все характерные времена нанолазера намного короче (наносекунды). Таким образом, эта импульсная накачка может быть хорошо аппроксимирована когерентной накачкой. Следует также отметить, что недавно в другом эксперименте была найдена флуоресценция при когерентной накачке [312].

В заключение, описано поведение метамолекул вдали от равновесия при когерентной накачке. Показано, что флуоресценция при сильной диссипации сопровождается сужением спектральной линии на порядок и расщеплением функции Вигнера. Этот эффект может найти применение в квантовых системах, где сильный шум из-за больших потерь является неизбежной проблемой, как в плазмонике.

Квазисредние в открытых неравновесных системах

В мультистабильных системах (несколько конкурирующих стационарных состояний), когда характерное время перехода между состояниями достаточно велико, необходимо вводить понятия квазисредних, чтобы описывать метстабильный состояния с большим временем жизни [313]. Типичный пример такого рода – ферромагнетик (например, реализующийся в модели Изинга, $H = -J\sum_{<ij>}\sigma_i\sigma_j$). Свободная энергия изинговоского ферромагнетика имеет два минимума, соответствующих двум направлениям намагниченности. Если искать стационарную матрицу плотности “в лоб” в строго нулевом внешнем поле, например, используя уравнения Линблада, это приведет к абсурдному результату с нулевой средней намагниченностью $m = \langle\sigma_i\rangle \equiv 0$ при любой температуре: нет ферромагнетизма. Если же решать задачу методом динамического Монте-Карло, аналогично тому, как мы делали выше, то ферромагнетизм в модели Изинга будет немедленно найден, так как монте-карловская траектория выберет случайно какой-нибудь из минимумов свободной энергии и правильно учтет все флуктуации вблизи этого минимума, связанные с конечной температурой. Нефизический результат $m = 0$ метод Монте-Карло вряд ли даст при низких температурах по сравнению с температурой перехода в ферромагнитное состояние, так как для траектории потребуется практически бесконечное (экспоненциально большое) время, чтобы перескочить в другой минимум энергии, соответствующий противоположному направлению намагниченности. Обычно траектория имеет фиксированную длину, меньшую времени перемагничивания, и наблюдаемые физические величины получаются усреднением по большому числу траекторий одинаковой длины.

Выше мы следовали такой же стратегии и вычисляли квазисредние, соответствующие долгоживущим метастабильным состояниям в диссипативных неравновесных системах, используя метод Монте-Карло [314]. Следы метастабильных состояний могут

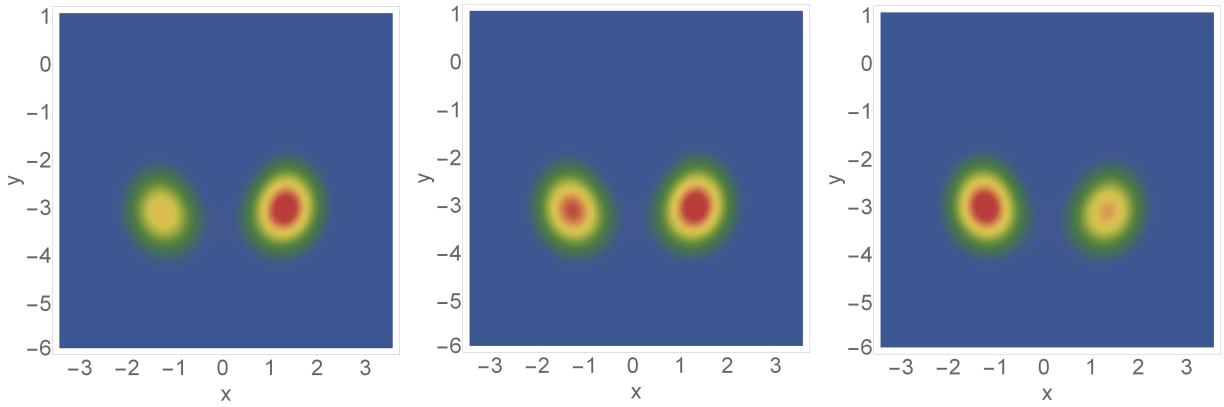


Рис. 15. Функция Вигнера бозонов в метамолекуле при $t_{\text{traj}} \sim t_{\leftrightarrow}$. Здесь x и y — действительная и мнимая часть когерентного состояния. при заданных начальных условиях для траектории в методе Монте-Карло можно выбирать, в какой минимум попадет траектория, меняя комплексную фазу в гамильтониане взаимодействия.

быть видны на графиках функции Вигнера. Приведем типичный график здесь, см. рис. 15. Левая яркое пятно на графике — это одно из метастабильных состояний, второе пятно, правее — это другое метастабильное состояние. Можно показать, что эти метастабильные состояния с хорошей точностью являются когерентными состояниями.

Как уже было сказано, монтекарловская траектория выбирает один из минимумов энергетического ландшафта метамолекулы и учитывает квантовые флуктуации вокруг этого минимума. Вероятность перехода траектории в другой минимум зависит от соотношения длины траектории t_{traj} и времени перехода $t_{\leftrightarrow}$ между метастабильными состояниями. В задаче про метамолекулу t_{traj} порядка 1 ns: на бóльших временах плазмонная наночастица плавится, а время $t_{\leftrightarrow}$ обратно пропорционально минимальному собственному значению оператора Лиувилля.

Если $t_{\text{traj}} \gg t_{\leftrightarrow}$ мотекарловская траектория собирает квантовые флуктуации вблизи не одного, а двух метастабильных состояний метамолекулы (таких состояний у метамолекулы, рассмотренной выше, всего два). На практике это неравенство означает $t_{\text{traj}} > 10^3 t_{\leftrightarrow}$. В этом режиме ширина спектральной линии $\propto t_{\leftrightarrow}$. При определенной интенсивности накачки $t_{\text{traj}} \lesssim t_{\leftrightarrow}$. Тогда мотекарловская траектория больше времени начинает проводить вблизи одного из стационарных состояний. В этот момент ширина спектральной линии начинает увеличиваться.

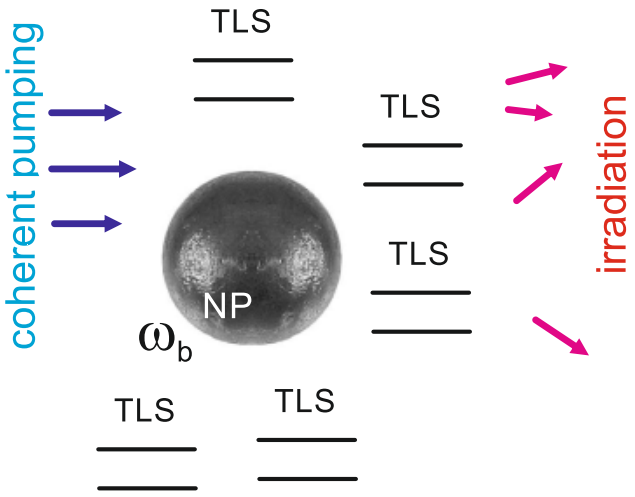


Рис. 16. Метамолекула, состоящая из бозонной моды, взаимодействующей с несколькими двухуровневыми системами

Метамолекула, состоящая из бозонной моды, взаимодействующей с массивом двухуровневых системам

Выше рассматривалась метамолекула, состоящая из бозонной моды, взаимодействующей с одной двухуровневой системой. Ниже будет кратко описан более реалистичный случай, когда бозонная мода взаимодействует в резонансе не с одной, а с несколькими двухуровневыми системами. гамильтониан такой системы имеет вид:

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H},\hat{\rho}\right] + \frac{\gamma_{\text{pl}}}{2}\left(2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^{+} - \hat{a}^{+}\hat{a}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}^{+}\hat{a}\right) + \sum_{k}\frac{\gamma_{\text{am}}^{\text{decay}}}{2}\left(2\hat{\sigma}_{k}\hat{\rho}\hat{\sigma}_{k}^{+} - \hat{\sigma}_{k}^{+}\hat{\sigma}_{k}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}_{k}^{+}\hat{\sigma}_{k}\right) + \\ + \sum_{k}\frac{\gamma_{\text{am}}^{\text{dephasing}}}{2}\left(\hat{\sigma}_{z,k}\hat{\rho}\hat{\sigma}_{z,k} - \hat{\rho}\right) + \sum_{k}\frac{\gamma_{\text{am}}^{\text{pump}}}{2}\left(2\hat{\sigma}_{k}^{+}\hat{\rho}\hat{\sigma}_{k} - \hat{\sigma}_{k}\hat{\sigma}_{k}^{+}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}_{k}\hat{\sigma}_{k}^{+}\right). \quad (2.37)$$

Здесь $\hat{\rho}$ — матрица плотности метамолекулы. Первый член в ур. (2.37) описывает эрмитову гамильтонову динамику, где

$$\hat{H} = \hbar\omega_{\text{pl}}\left(\hat{a}^{+}\hat{a} + \frac{1}{2}\right) + \sum_{k}\hbar\omega_{\text{am}}\hat{\sigma}_{k}^{+}\hat{\sigma}_{k} + \sum_{k}\hbar\Omega_{\text{R}}(k)\left(\hat{a}^{+}\hat{\sigma}_{k} + \hat{a}\hat{\sigma}_{k}^{+}\right), \quad (2.38)$$

содержит три вклада: гамильтониан бозонной моды, двухуровневые системы и взаимодействия между ними. Здесь $\hat{a}^{+}$ и $\hat{a}$ операторы рождения и уничтожения бозонной моды, $\hat{\sigma}_{k} = |g_{k}\rangle\langle e_{k}|$ и $\hat{\sigma}_{k}^{+} = |e_{k}\rangle\langle g_{k}|$ операторы перехода k-ой двухуровневой системы, $\Omega_{\text{R}}(k)$ — частота Раби, описывающая взаимодействие между бозонной модой и активной средой (ниже мы обсуждаем ее зависимость от k), ω_{pl} — частота бозонной моды. Остальные слагаемые в ур. 2.38 описывают взаимодействие системы с внешней средой. Например,

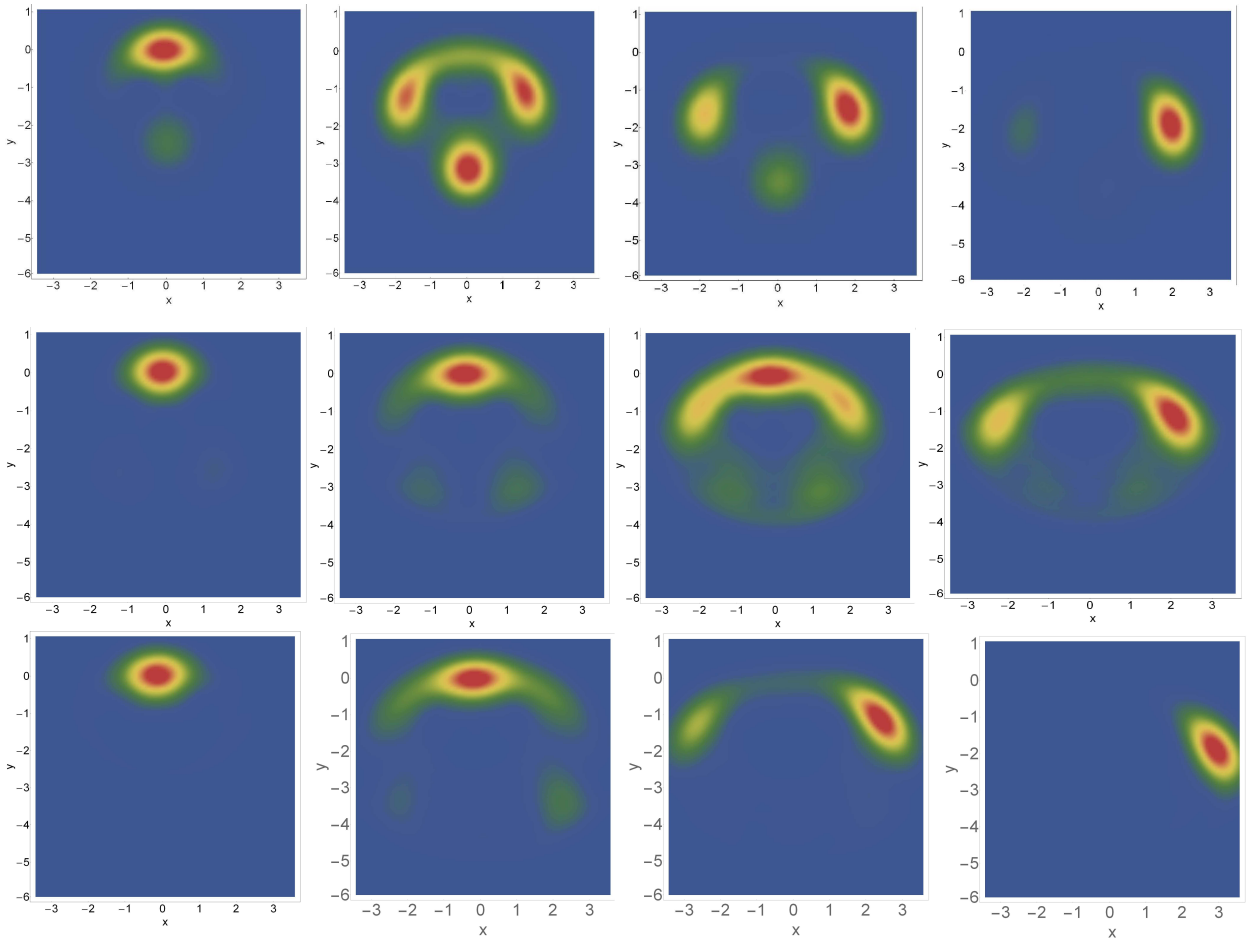


Рис. 17. Характерное поведение матрицы плотности (функции Вигнера) для 2,3,4 и 5 взаимодействующих атомов. Параметры аналогичны рис. 13 и 15. Важно то, что число стационарных состояний (пятен) не пропорционально числу атомов, несмотря даже на то, что дисперсия параметров гамильтониана, характеризующих атомы, порядка средних значений этих параметров.

константы γ_{pl} и $\gamma_{\text{am}}^{\text{decay}}$ отвечают за затухание бозонной моды и двухуровневой системы, $\gamma_{\text{am}}^{\text{dephasing}}$ описывает дефазировку. Последнее слагаемое описывает некогерентную накачку двухуровневой системы с интенсивностью, пропорциональной $\gamma_{\text{am}}^{\text{pump}}$.

Сначала рассмотрим случай чисто когерентной накачки, как в ур. (2.36), рассмотренном выше. В этом случае в гамильтониан (2.38) добавляются соответствующие слагаемые: $\hat{V}_{aw} = \Omega_a(\hat{\sigma} + \hat{\sigma}^+)$ и $\hat{V}_{bw} = \sum_k \Omega_b(k)(\hat{a}^+ + \hat{a})$. Рассмотрим случай, когда все $\Omega_b(k)$ одного порядка и параметры модели соответствуют области сильных корреляций и большой диссипации, когда частота Раби порядка параметра диссипации. Тогда, вопреки интуитивным ожиданиям, интенсивность флюоресценции быстро насыщается с ростом числа взаимодействующих атомов активной среды. Оптимальное число атомов

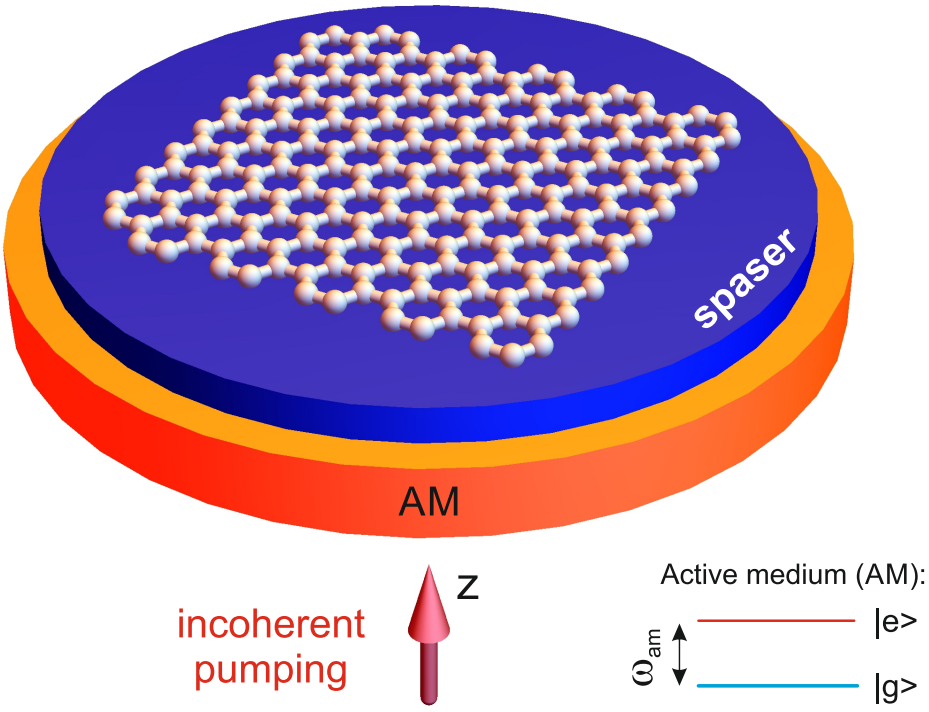


Рис. 18. Плазмонный квантовый усилитель на основе графена.

при котором достигается насыщение, порядка 5, как показывают численные расчёты. Большее число взаимодействующих атомов не меняет интенсивность излучения и ширину спектральной линии, но только сдвигает порог, при котором возникает флоуресценция с аномально узкой линией. Мультимодальность матрицы плотности практически такая же, как в случае одного атома, см. рис. 17. Пятна на рис. 17 соответствуют стационарным состояниям. Параметры были выбраны аналогично рис. 13 и 15. Важно то, что число стационарных состояний (пятен) не пропорционально числу атомов, несмотря даже на то, что дисперсия параметров гамильтониана, характеризующих атомы, была выбрана специально порядка средних значений этих параметров [315].

Предположим теперь, что все атомы имеют одинаковую частоту перехода и константы взаимодействия. Тогда атомы можно считать идентичными и ввести коллективные операторы $\hat{J} = \sum_k \hat{\sigma}_k$, $\hat{J}^+ = \sum_k \hat{\sigma}_k^+$, and $\hat{J}_z = \sum_k \hat{\sigma}_{z,k}$. С помощью этих операторов и предположения об идентичности атомов, можно переписать ур. (2.37):

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H},\hat{\rho}\right] + \frac{\gamma_{\text{pl}}}{2}\mathcal{L}[\hat{a},\hat{a}^+] + \frac{\gamma_{\text{am}}^{\text{decay}}}{2}\mathcal{L}[\hat{J},\hat{J}^+] + \frac{\gamma_{\text{am}}^{\text{dephasing}}}{2}\mathcal{L}[\hat{J}_z,\hat{J}_z^+] + \frac{\gamma_{\text{am}}^{\text{pump}}}{2}\mathcal{L}[\hat{J}^+,\hat{J}], \quad (2.39)$$

где $\mathcal{L}[\hat{A},\hat{A}^+] = 2A\hat{\rho}\hat{A}^+ - \hat{A}^+\hat{A}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{A}^+\hat{A}$.

Полученные уравнения легко решить численно и показать, что в случае некогерентной накачки данная система имеет, аналогично метамолекуле, режим когерентно-

го излучения. Если бозонная мода соответствует плазмонам, то данная система может служить когерентным источником плазмонов, см. рис. 18.

2.5. Выводы к главе 2

Разработан и систематически проанализирован метод расчета динамики открытой системы типа спазера или метамолекулы.

Предложен метод нелинейного самосогласованного уравнения Линдблада, который позволил описывать спазер, работающий вблизи и ниже порога, учитывая квантовые флуктуации и корреляции. Выполнено сравнение квантового и полуклассического подхода к описанию метаматериалов на основе спазеров.

Написан эффективный численный код для решения модели типа Джейнса-Каммингса, которая описывает взаимодействие двухуровневой системы с модой электромагнитного поля, а также систему взаимодействующих спазеров. Проведен анализ многовременных корреляционных функций излучаемого спазером электромагнитного поля и исследование его квантовых и когерентных свойств.

Исследована динамика спазера, представляющего собой нанолазер в сильном некогерентном режиме накачки в квантовом пределе, когда число фотонов порядка единицы. Рассмотрена ситуация, когда вновь излучённые фотоны оказываются в облаке ранее излученных фотонов, которые не находятся в состоянии термодинамического равновесия. В результате “запутанности” степеней свободы наночастицы со степенями свободы квантовой точки в нанолазере интенсивность генерации возрастает в несколько раз. Фактически, такой неравновесный резервуар эффективно делает нанолазер “более квантовым”. Получено нелинейное и самосогласованное управляющее уравнение для матрицы плотности нанолазера.

Рассмотрено взаимодействие между сферической металлической наночастицей и двухуровневым атомом. Показано, что сила взаимодействия между наночастицей и двухуровневым атомом немонотонно зависит от расстояния между ними. Причиной немонотонности является возбуждение высших мультипольных мод наночастицы.

Рассмотрена динамика метамолекулы, состоящей из металлической частицы и атома, во внешнем поле. Показано, что при определённых значениях амплитуды внешнего поля происходит сужение спектра флюоресценции метамолекулы. Причиной сужения спектра флюоресценции является квантовый стохастический резонанс системы при воздействии на неё когерентного сигнала. Предложен плазмонный квантовый усилитель на основе графена и показано, что его свойствами можно управлять in situ. Для выполнения задач были развиты и применены новые оригинальные теоретические подходы,

включая компьютерное моделирование на компьютерных кластерах и суперкомпьютерах.

Представленные результаты должны быть интересны для решения различных проблем в физике открытых систем, как разработка самосогласованных методов кинетических расчетов и анализа коллективных возбуждений, понимание влияния квантовых флуктуаций и диссипации на когерентность и запутанность в таких системах. Исследование излучения и поглощения света (люминесценция, спонтанное излучение и сверхизлучение) в таких системах имеет не только фундаментальное, но и прикладное значение (преобразование солнечной энергии, SERS, спектроскопия, нанотехнологии, оптика метаматериалов). Поэтому мы надеемся, что представленные исследования будут полезны для смежных областей физики конденсированного состояния, материаловедения, химической физики, физической химии и физики мягкой материи.

Глава 3.

Взаимовлияние электронных корреляций и сегнетоэлектричества в гранулированных наноструктурах:

3.1. Введение к главе 3

Исследование свойств наносистем в настоящее время является одним из ключевых направлений физики конденсированного состояния. Особенный интерес представляют магнитные, ферроэлектрические и комбинированные системы [316–327]. Это связано с появлением целого ряда новых фундаментальных физических явлений, возникающих в таких системах при переходе к нанометровым размерам, а также с многочисленными приложениями, в которых такие системы могут быть использованы. Например, новые устройства памяти, источники и приемники электромагнитного и акустического излучения нанометрового размера, преобразователи частот и другие устройства микро(нано)электроники, и даже наномоторы. Количество различных типов магнитных, ферроэлектрических и комбинированных наносистем огромно [328–337]. Поэтому в последнее время тематика, связанная с ферроэлектричеством в наноструктурах, особенно вдали от равновесия, стала одним из актуальных направлений исследований [338–347].

Здесь следует отметить, что интерес к подобным системам вызван не только высоким промышленным потенциалом, связанным, как было упомянуто выше, например, с возможностью создания нового поколения ячеек компьютерной памяти, уникальных детекторов и т.д. С фундаментальной точки зрения, ферроэлектрические явления проявляются на наномасштабах совсем не так, как в макроскопических образцах. Особенно это касается гибридных наносистемах, где ферроэлектрические степени свободы мо-

гут взаимодействовать с электронами проводимости. Кроме того, что наиболее важно, этим взаимодействием можно эффективно управлять [32–37, 40]. Один из ключевых вопросов физики гибридных сегнето-электро-наносистем, это —- внешний контроль их физических свойств. В настоящее время существует как минимум два принципиально различных подхода для решения этой задачи [348–362]. Первый основан на влиянии спин-поляризованного электрического тока на магнитную систему, через которую он течет. Второй предполагает использование электрического поля для влияния на магнитную подсистему, через эффекты магнито- и электрострикции в композитных системах ферромагнетик/ферроэлектрик или кристаллах мультиферроиков, или через эффекты аккумуляции зарядов на границе слоистых систем ферромагнетик/ферроэлектрик.

Ниже предлагается принципиально новый (третий) подход [32–37, 40, 363]: один из наиболее перспективных и естественных способов управлять наносегнетоэлектричеством — использовать «наноконденсаторы», подводя контакты к наносегнетоэлектрикам, аналогично тому, как это делается сейчас в наноэлектронике. В этом случае, возникает сильная обратная связь: заряды, наведенные ферроэлектриками, начинают сильно взаимодействовать с электронами проводимости в контактах. Усиливается этот эффект еще и тем, что на наноконденсаторах проявляются эффекты квантования заряда («кулоновская блокада»). Но в результате должен возникать эффект памяти в вольт-амперной характеристике контактов, а это как раз то, что необходимо для создания ферроэлектрических ячеек памяти.

Существует несколько базовых принципов, на которых основана теория фазовых переходов [364, 365]. Один из них заключается в том, что критические индексы фазового перехода определяются только симметрией и, естественно, не могут зависеть от температуры. Существует и другая парадигма, которая относится к фазовым переходам второго рода: в большинстве случаев, фаза, обладающая большей симметрией (т.е. включающая в себя все симметрии другой фазы), соответствует более высоким температурам [366]. Это правило не столь строгое и из него существуют исключения. Например, в нижней точке Кюри сегнетовой соли, фаза, соответствующая меньшей температуре, обладает ромбической симметрией, в то время как фаза, соответствующая большей температуре, обладает моноклинной симметрией. Можно предложить другой случай нарушения этого правила, связанный с взаимовлиянием кулоновской блокады, ферромагнетизма и сегнетоэлектричества — гранулированный композитный мультиферроик, состоящий из ферромагнитных металлических наногранул, помещенных в ферроэлектрическую матрицу. Можно показать, что эффекты кулоновской блокады приводят к взаимодействию магнитных и ферроэлектрических степеней свободы. В такой системе парамагнитная фаза может на фазовой диаграмме располагаться ниже по темпера-

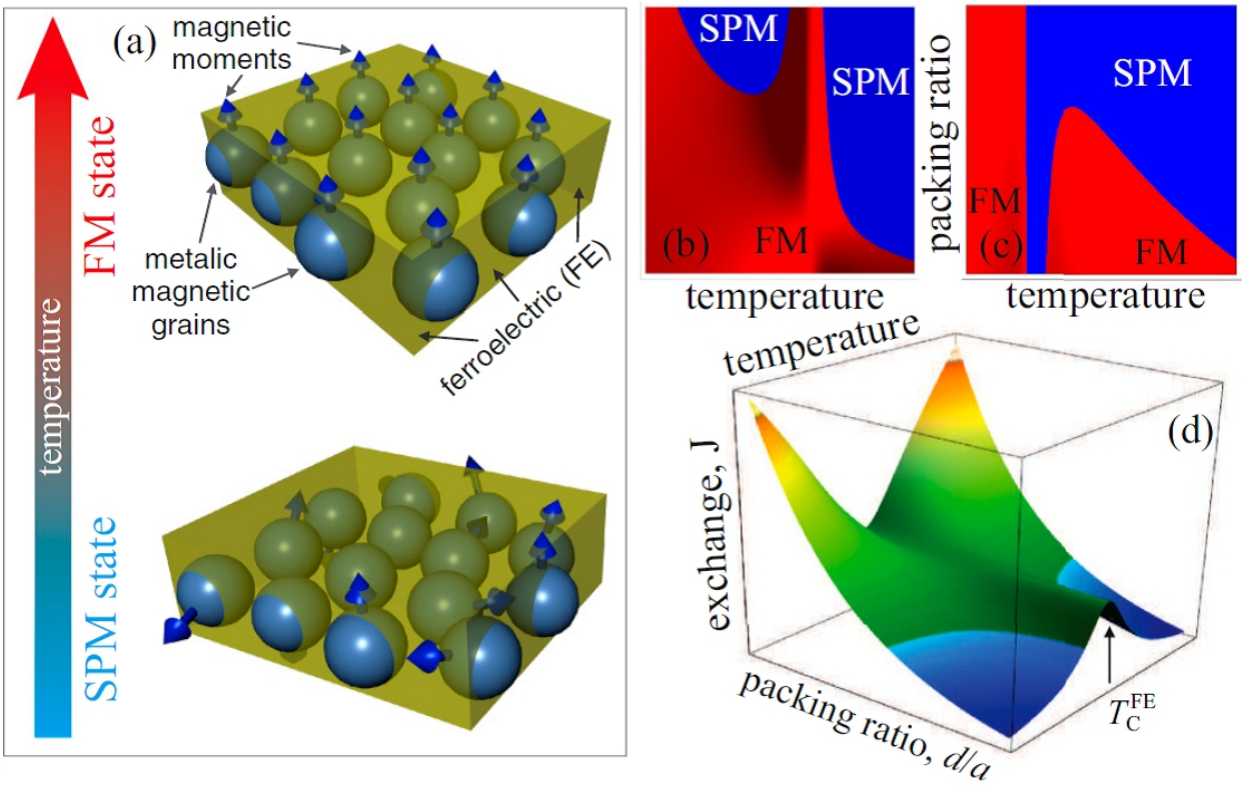


Рис. 1. Гранулированный композитный мультиферроик, состоящий из ферромагнитных металлических наногранул, помещенных в ферроэлектрическую матрицу. В такой системе парамагнитная фаза может на фазовой диаграмме располагаться ниже по температуре, чем ферромагнитная фаза.

туре, чем ферромагнитная фаза [32–37, 40], см. рис. 1. Помимо фазовой диаграммы, гранулированный композитный мультиферроик интересен транспортными свойствами, связанными с влиянием ферромагнетизма и ферроэлектричества на туннелирующие между гранулами электроны. Ниже будет детально рассмотрен простейший пример, одноэлектронный транзистор с ферроэлектрическими изоляторами.

С помощью моделирования методом Монте-Карло можно показать [363], что магнито-дипольное взаимодействие не подавляет ферромагнитное состояние, вызванное взаимодействием сегнетоэлектрической матрицы и магнитной подсистемы. Тем не менее, наличие магнито-дипольного взаимодействия влияет на переход порядок-беспорядок: в зависимости от силы магнито-дипольного взаимодействия переход из ферромагнитного в суперпарамагнитное состояние сопровождается либо образованием магнитных вихрей, либо доменов противоположной намагниченности. Необычный цикл температурного гистерезиса происходит в композитных мультиферроиках из-за немонотонного поведения обменного взаимодействия в зависимости от температуры. Происхождение

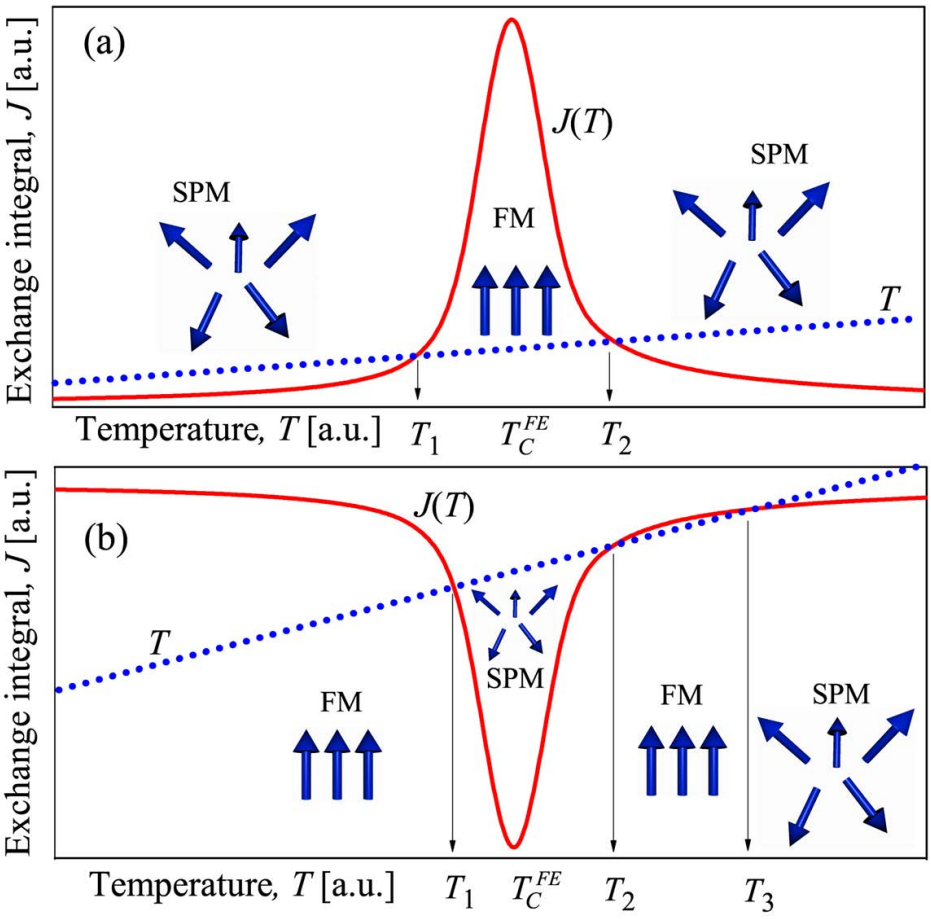


Рис. 2. Возможная зависимость обменного интеграла J от температуры.

этого гистерезиса связано с наличием устойчивых по отношению к тепловым флуктуациям магнитных доменов, которые устойчивы к тепловым флуктуациям.

Основной вклад в обменный интеграл между магнитными моментами соседних двух гранул можно оценить следующим образом:

$$J \propto \sum \int \int \Psi_1^*(\vec{r}_2)\Psi_2^*(\vec{r}_1)\frac{e^2}{\varepsilon|\vec{r}_1-\vec{r}_2|}\Psi_1(\vec{r}_1)\Psi_2(\vec{r}_2)d^3r_1 d^3r_2,$$

где Ψ волновые функции электронов, индексы у координат обозначают первую и вторую гранулу, суммирование ведется формально по всем волновым функциям. Основной вклад в интеграл вносят хвосты волновых функций электронов в пространстве между гранулами. Сегнетоэлектрик экранирует заряды «хвостов». Качественно этот эффект можно описать, вводя феноменологическую константу ε, которая может отличаться от диэлектрической проницаемости объемного сегнетоэлектрика.

Вблизи температуры Кюри доменов, зажатых в пространстве между гранулами, поляризация относительно легко меняет направление, и сегнетоэлектрик эффективно экранирует заряды «на поверхности» гранул. В этом случае диэлектрическая константа

ϵ очень велика (она может легко достигать значений в несколько тысяч). J в этом диапазоне температур может как подавляться, так и, наоборот, увеличиваться, так как длина локализации волновых функций электронов немонотонно зависит от ϵ [363], см. рис. 2.

Глава 3 организована следующим образом:

В разделе 3.2 делается первый шаг в исследовании влияния сегнетоэлектричества на квантовый электронный транспорт в наносистемах с сильным кулоновским взаимодействием. В рамках теории среднего поля рассмотрен одноэлектронный транзистор (ОЭТ) в режиме сильной кулоновской блокады. Показано, что поляризация сегнетоэлектрика в конденсаторах ОЭТ больше не является внешним параметром, но она должна быть самосогласованно рассчитана вместе с вероятностями перескока электрона, что приводит к новым физическим эффектам, связанным с кинетикой переноса заряда. Эти явления возникают в основном за счет эффективного экранирования электрического поля гранулы поляризацией сегнетоэлектрического среды, а не из-за поляризации вероятностей туннелирования. При малых значениях тянущего напряжения поляризацию сегнетоэлектрика можно переключать, изменяя заряд гранулы всего на один квант заряда. В этом случае транспортные свойства ОЭТ демонстрируют неустойчивость (эффект памяти).

В разделе 3.3 в рамках теории среднего поля рассматривается ОЭТ, где поляризация диэлектриков в конденсаторах строго линейно зависит от внешнего поля, но она не успевает подстраиваться под быстрые изменения напряжения на конденсаторах туннельных контактов. Показано, что период кулоновских осцилляций кондактанса как функции напряжения на затворе сильно зависит от поляризуемости диэлектрика. Предсказан эффект памяти в вольт-амперных характеристиках. Показано, что в общем случае $I(V) \neq -I(-V)$.

В разделе 3.4 рассматривается ОЭТ с сегнетоэлектриком в конденсаторе затвора, через который не происходит туннелирование электронов. Основным свойством большинства одноэлектронных устройств с квазинепрерывным спектром квазичастиц на нанограунле является периодичность их транспортных характеристик по напряжению затвора. Это свойство является устойчивым даже в случае размещения сегнетоэлектрических изоляторов в туннельных переходах между гранулой, источником и стоком. Показано, что размещение сегнетоэлектрика внутри конденсатора затвора нарушает эту периодичность. Вольт-амперные характеристики такого ОЭТ зависят от поляризации сегнетоэлектрика и демонстрируют гигантский гистрезис (с большой петлей), даже если сам сегнетоэлектрик не имеет гистерезиса. Эффект памяти делает ОЭТ перспективным устройством для приложений, например, в качестве ячейки памяти.

В разделе 3.5 рассмотрена динамическая теория ОЭТ, выходящая за рамки теории

среднего поля и обобщающая результаты предыдущих разделов. Показано, что электронный транспорт в одноэлектронном транзисторе представляет собой динамический случайный процесс. Этот процесс был явно смоделирован в реальном времени, учитывая самосогласованно динамику поляризации диэлектриков в туннельных контактах. При варьировании времени релаксации заряда и времен релаксации поляризации наблюдалось ослабление эффектов кулоновской блокады, когда эти характерные масштабы времени имеют один порядок. Оказалось, что наиболее сильно эффекты кулоновской блокады проявляются тогда, когда время релаксации поляризации много меньше или много больше, чем характерное время релаксации заряда. В последнем случае термодинамические флуктуации поляризации могут несколько подавлять амплитуду пиков проводимости кулоновской блокады по сравнению со случаем быстрой поляризации.

Раздел 3.6 обобщает основные результаты.

3.2. Влияние сегнетоэлектричества на квантовый электронный транспорт в одноэлектронном транзисторе в режиме сильной кулоновской блокады: теория среднего поля

В последнее время наносистемы на основе сегнетоэлектриков (СЭ) стали интенсивно исследоваться, так как оказалось, что на наномасштабах ферроэлектрики проявляют себя не совсем стандартно, не так, как в объемных образцах. Кроме того, такие наносистемы имеют потенциальные приложения в микроэлектронике, особенно в энергонезависимых запоминающих устройствах, в терагерцовых источниках и в производстве современных (нано) конденсаторов [348–362]. Например, в туннельных контактах сегнетоэлектрики могут значительно влиять на электронный транспорт. Благодаря сильной зависимости вероятности туннелирования электрона от поляризации СЭ и изменению ориентации ферроэлектрика под действием электрического поля, в туннельном контакте может иметь место эффект гигантского электросопротивления [355, 367].

Ниже рассматривается влияние процессов переноса электронов на поляризацию сегнетоэлектрика [350,358]. На первый взгляд, один электрон вряд ли может значительно влиять на макроскопический эффект, такой как сегнетоэлектричество. Тем ни менее, будет показано, что это не совсем верно. Взаимодействие сегнетоэлектричества и квантового электронного транспорта в наносистемах может осуществляться посредством эффектов кулоновской блокады. Поляризация СЭ в этом случае больше не является внешним параметром, но она должна быть самосогласованно рассчитана совместно с вероятностями туннелирования электронов в единицу времени. Следует отметить, что описываемые ниже эффекты возникают в основном за счёт перераспределения избыточного заряда по металлической грануле, вызванным сегнетоэлектриками, а не из-за зависимости от поляризации вероятностей туннелирования электронов.

Сегнетоэлектрики характеризуются поляризацией $\mathbf{P}$, направление и величину которой можно менять внешним электрическим полем $\mathcal{E}$, если оно больше поля переключения СЭ $\mathcal{E}_s$. Основное состояние объёмного СЭ образца обычно не поляризовано однородно, но разбито на домены, чтобы минимизировать электростатическую энергию, аналогично объёмным ферромагнетикам. [368]

На наномасштабах СЭ обычно однодоменный. Воздействовать на его поляризацию можно, прикладывая достаточно сильное напряжение к металлическим наноиглам: [350] Например, существует хорошо отработанный способ детектирования и переориентации доменов в СЭ пленках посредством электрического поля наконечника “игл” туннельного микроскопа. [350, 355, 358, 369–371]

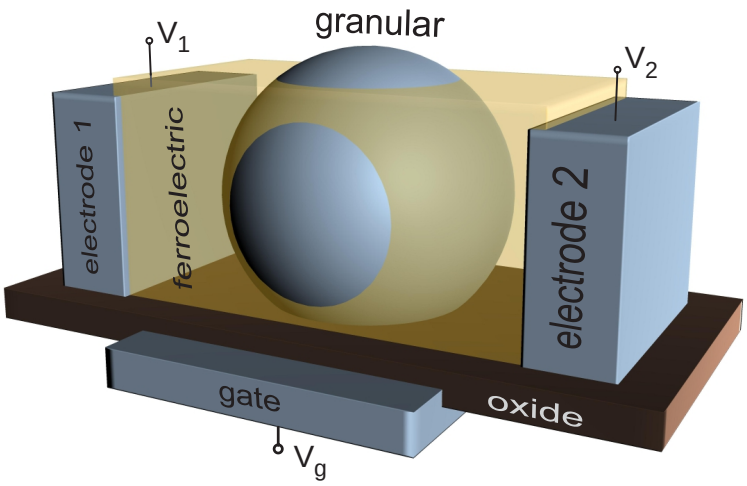


Рис. 3. Эскиз одноэлектронного транзистора с СЭ туннельными контактами.

Ниже будет показано, что переориентация поляризации СЭ может быть осуществлена, если поместить всего один квант заряда на металлическую наногранулу. Вблизи такой гранулы создается достаточно сильное электрическое поле, которое может достигать $\mathcal{E} \approx 1$ MV/cm. Типичный СЭ имеет поле переключения именно такого порядка величины. [350, 358]

Исследуется одноэлектронный транзистор, где ток течёт между двумя электродами, стоком и истоком, имеющими напряжения V_1 и V_2, соответственно, см. рис. 2. Между этими электродами располагается металлическая наночастица. Третий электрод, “затвор”, контролирует число избыточных зарядов на островке. Предполагается, что электростатическая энергия E_c кванта заряда, помещённого на гранулу, является характерным энергетическим масштабом задачи. Предполагается, что $E_c \gg T$, где T температура. Показанный на рис. 2 прибор является стандартным одноэлектронным транзистором (ОЭТ) [32–37, 40, 372–375] с одним важным исключением: электроны туннелируют через СЕ изоляторы.

Туннельные контакты между наногранулой и электродами являются одновременно конденсаторами с сегнетоэлектрической прослойкой, см. эквивалентную электрическую схему на рис. 5. Как правило, сегнетоэлектрик, помещённый в конденсатор, выбирает направление поляризации перпендикулярно к электродам. Эта конфигурация минимизирует электростатическую энергию благодаря эффекту экранирования поляризации электродов. Направление поляризации можно переключать, прикладывая напряжение к конденсатору. В ОЭТ потенциалы электродов и потенциалы затвора фиксированы. Потенциал наногранулы Ф может быть найден из решения электростатической задачи. Потенциал Ф, зависит не только от напряжений на электродах и емкостей, но и от веро-

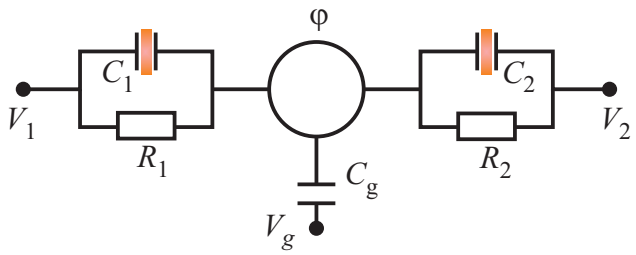


Рис. 4. Эффективная схема ОЭТ, показанного на рис. 2. Ферроэлектрические изоляторы показаны оранжевым цветом.

ятности $p(n)$ найти n избыточных квантов заряда на грануле, а также и от поляризации сегнетоэлектриков. Поляризации сегнетоэлектрических слоев, в свою очередь, зависят от потенциала гранулы и $p(n)$. Таким образом, необходимо решить самосогласованную задачу.

Решение этой самосогласованной задачи сильно зависит от параметров, описывающих релаксацию поляризации сегнетоэлектриков: как быстро поляризация может измениться при внезапном приложении внешнего поля. Ниже мы сосредоточимся на случаях, когда оба сегнетоэлектрических слоя имеют времена релаксации намного большие, чем времена зарядки-разрядки гранулы ОЭТ.

Ниже мы рассмотрим основные свойства ОЭТ, показанного на рис. 2, 5. Сегнетоэлектрическая поляризация $\mathbf{P}$ в конденсаторах перераспределяет избыточный заряд по металлической грануле. На поверхности наночастицы индуцируется заряд с поверхностной плотностью $\mathbf{P}\cdot\mathbf{n}$, [368], где $\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности гранулы. Избыточный заряд на нанограну ле определяется следующим выражением:

$$ne = \sum_i \left\{ C_i \left[\phi(n) - V_i\right] + \int_i d\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{P}_i \right\}, \tag{3.1}$$

где n — число квантов заряда, e — заряд электрона, $\phi(n)$ — потенциал нанограну лы, C_i, $i = 1, 2, g$ — емкости. Интегрирование ведется по поверхности нанограну лы, которая выполняет роль обкладок конденсатора, см. рис. 5.

Транспорт в ОЭТ изучается при фиксированном напряжении электродов Иными словами, электроды считаются присоединёнными к идеальному источнику напряжения. Потенциал гранулы $\phi(n)$ ищется из ур. (3.1). Следуя “ортодокасальной” модели [372–375], можно найти вероятности $p(n)$ найти n избыточных зарядов на грануле. В стационарном случае $p(n)$ удовлетворяет уравнению детального баланса

$$p(n)\Gamma_{n\to n+1} = p(n+1)\Gamma_{n+1\to n}, \tag{3.2}$$

где вероятности переходов в единицу времени $\Gamma_{n\to n+1}(\langle\phi\rangle)$ описывают изменение заряда

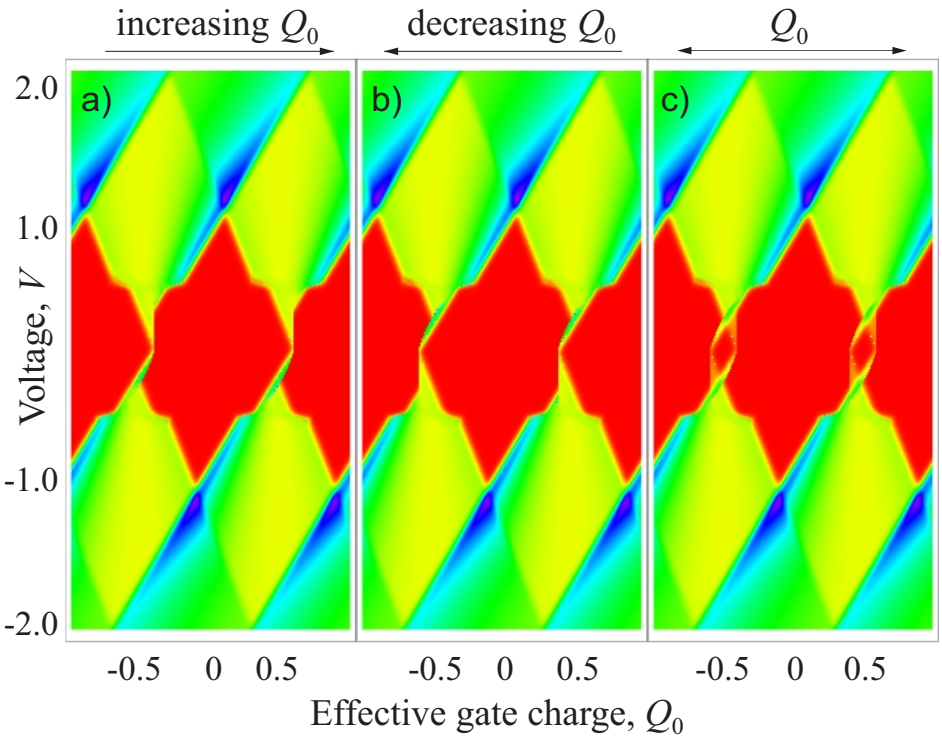


Рис. 5. График плотности распределения кондактанса как функции напряжения на затворе и напряжения V между стоком и истоком. Здесь $V_{1,2} = \mp V/2$. Рис. (a) и (b) отличаются направлением изменения $Q_0 = -C_g V_g$ со временем. Рис. (c) показывает, что произойдет, если изменить Q_0 циклически. Безразмерная температура равна $T = 0.01$. Все остальные параметры соответствуют рис. 7.

гранулы с n на $n+1$, см приложение 3.4.5. Вычисляя Γ, мы пренебрегаем зависимостью вероятностей туннелирования от направления ориентации поляризации СЭ, однако этот эффект нетрудно включить в рассмотрение. Наши оценки показывают, что учет этой зависимости только усилит эффекты, которые мы получили.

Электрический ток может быть найден в терминах вероятностей перехода следующим образом

$$I = e\sum_{n=-\infty}^{\infty} p(n)\left[\Gamma^{(1)}_{n\to n-1} - \Gamma^{(1)}_{n\to n+1}\right] = e\sum_{n=-\infty}^{\infty} p(n)\left[\Gamma^{(2)}_{n\to n+1} - \Gamma^{(2)}_{n\to n-1}\right]. \tag{3.3}$$

Здесь верхний индекс Γ относится к определённому туннельному контакту, см. приложение 3.4.5. Решая ур. (3.1)-(3.26) самосогласованно, мы находим ток I.

Поляризация $\mathbf{P}$ СЭ чувствительна к электрическому полю, и ее направление может быть изменено на противоположное достаточно сильным полем. Характерный масштаб времени жизни заряда на островке $\tau_e = R_\Sigma C_\Sigma$, где $C_\Sigma = \sum_i C_i$ и $R_\Sigma = R_1 + R_2$ — суммарная

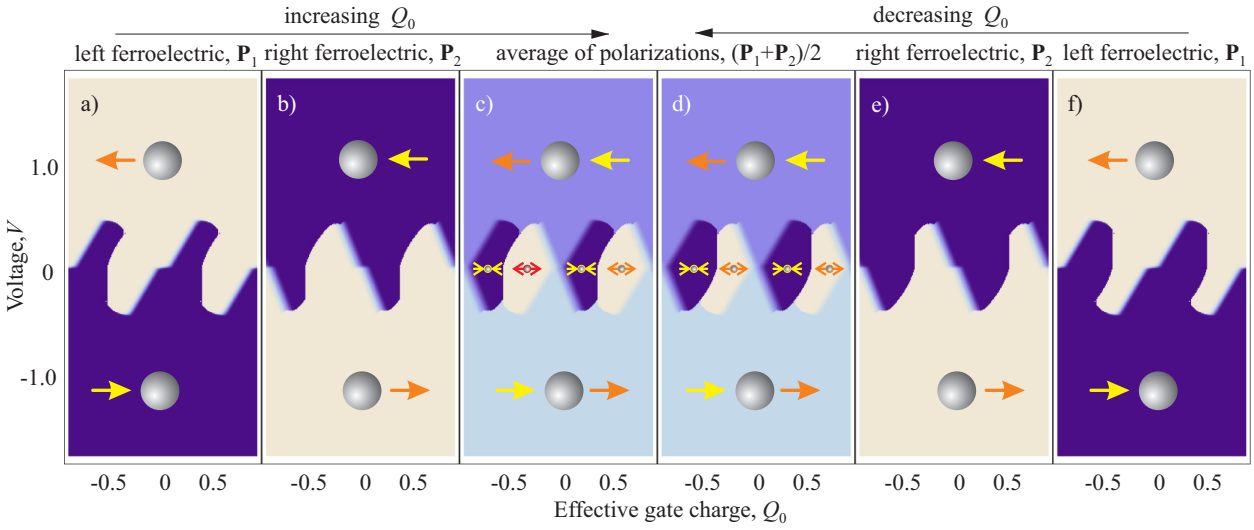


Рис. 6. "Фазовая диаграмма" ОЭТ в (Q_0, V)-пространстве, где градиенты цвета показывают поляризацию. Стрелки показывают поляризацию правого (левого) СЭ, соответственно. Рис. (a) и (b) показывают поляризацию при возрастающем и убывающем напряжении затвора Q_0. Рис. (e) and (f) соответствуют отрицательному направлению изменения Q_0. Рис. (c) и (d) показывают среднее арифметическое средних поляризаций левого и правого СЭ. Параметры графика соответствуют рис. 5, кроме q_i^0: $q_1^0 = 0.03$, и $q_2^0 = 0.06$ в ур. (3.7).

емкость и суммарное сопротивление, соответственно. Масштаб времени, характеризующий изменение поляризации, τ_{P}, может быть больше или меньше τ_e. Оба случая важны экспериментально, и мы будем обсуждать их ниже.

Здесь мы рассмотрим следующую простую модель, описывающую зависимость поляризации от внешнего поля [353, 376]

$$P(\mathcal{E}) = P^0 \tanh\left(\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_s}\right), \tag{3.4}$$

где $\mathcal{E}_s$ поле насыщения СЭ. Аналогичную зависимость для P можно написать в терминах напряжения на обкладках конденсатора $P(V) = P^0 \tanh(V/V_s)$, где $V_s = \mathcal{E}_s d$ и d — характерное расстояние между электродами конденсатора. Соотношение (3.73) описывает насыщение P при больших полях и линейный отклик при малых полях с восприимчивостью $\chi_e = P^0/\mathcal{E}_s$, $\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_s$. Уравнение (3.73) пренебрегает спонтанной поляризацией и гистерезисом $P(\mathcal{E})$. Такое упрощающее предположение справедливо для СЭ с малым порогом переключения по сравнению с полем, создаваемым гранулой. Ниже будет показано, что даже в отсутствие гистерезиса СЭ сопротивление ОЭТ имеет гистерезис. Наличие гистерезиса в $P(\mathcal{E})$ только усилит этот эффект.

3.2.1. Безразмерные единицы

Ниже используются следующие единицы для обезразмеривания наблюдаемых: $2E_c = e^2/C_\Sigma$ — единица энергии и температуры ($k_B = 1$). Все заряды измеряются в единицах элементарного заряда e, так что заряд электрона равен -1. Единица емкости равна $e^2/2E_c$, так что $C_\Sigma = 1$. В качестве единицы сопротивления мы выбираем сопротивление левого контакта R_1, см. рис. 2-5. Кондактанс G обезразмеривается $1/R_1$.

3.2.2. Метод среднего поля: быстрая зарядка (разрядка) ОЭТ и медленная релаксация поляризации.

Итак рассматривается предел быстрой релаксации заряда на грануле и медленного СЭ, $\tau_\text{Р} \gg \tau_e$. В этом случае поляризация СЭ в конденсаторах определяется средним напряжением на обкладках конденсатора. Средний потенциал гранулы равен

$$\langle\phi\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p(n)\phi(n). \tag{3.5}$$

Ниже будет видно, что $\langle\phi\rangle$ и $p(n)$ зависят от поляризации СЭ, что автоматически делает напряжения на конденсаторах и $\langle\phi\rangle$ зависящими от поляризаций. Таким образом, мы имеет самосогласованную задачу.

Мы полагаем $V_1 = -V/2$ и $V_2 = V/2$ для напряжений на стоке и истоке, решаем Eq. (3.1) для потенциала гранулы вместе с ур. (3.73) и находим, что

$$\phi(n) = \frac{e}{C_\Sigma}\left\{ne - \left[Q_0 + q_\text{fe} + (C_1 - C_2)\frac{V}{2}\right]\right\}, \tag{3.6}$$

$$q_\text{fe} = q_1^0 \tanh\left(\frac{\langle\phi\rangle + \frac{V}{2}}{V_s}\right) + q_2^0 \tanh\left(\frac{\langle\phi\rangle - \frac{V}{2}}{V_s}\right), \tag{3.7}$$

где $Q_0 = -C_g V_g$, $q_i^0 = P_i^0 S_i$, $i = 1, 2$ и S_i — эффективная площадь обкладок конденсатора. Заметим, что параметр q_i^0 положительный. Сравнивая ур. (3.6) ортодоксальной теорией ОЭТ [374,375], найдем, что благодаря СЭ, напряжения на затворе Q_0 сдвигается на q_fe, см 3.4.5.

Начнём наше исследование с приближённого решения ур. (3.5). В качестве превого шага предположим, что а) индуцированный СЭ суммарный заряд много меньше кванта заряда, $|q_\text{fe}| \ll |e|$ и б) напряжение между стоком и истоком много меньше зарядовой энергии: $eV \ll E_c$. Если напряжение на затворе соответствует “точке вырождения” $(Q_0/e - 1/2) \ll 1$ и $(Q_0 + q_\text{fe})/e - 1/2 \ll 1$, только один избыточный электрон может находится на грануле. Тогда согласно ортодоксальной теории, см. 3.3.7

$$\frac{e\langle\phi\rangle}{E_c} = \tanh\left(\frac{E_c}{T}\frac{[\delta Q_0 + q_\text{fe}(\langle\phi\rangle)]}{e}\right) - 2\frac{\delta Q_0 + q_\text{fe}(\langle\phi\rangle)}{e}. \tag{3.8}$$

Для простоты рассмотрим случай $\delta Q = 0$, $V = 0$, и $V_s = 0$, где ур. (3.8) имеет тривиальное решение $\langle\phi\rangle = 0$ и два нетривиальных решения

$$\langle\phi\rangle = \pm\frac{E_c}{e}\left\{\tanh\left(\frac{E_c}{T}\frac{q_1^0+q_2^0}{e}\right) - 2\frac{q_1^0+q_2^0}{e}\right\}. \tag{3.9}$$

Уравнение (3.9) хорошо согласуется с численными результатами, показанными на рис. 7 для изменения среднего потенциала гранулы с параметром Q_0. Данный график периодичен по Q_0, аналогично тому, как ведет себя средний потенциал гранулы ОЭТ в отсутствие СЭ. Однако существуют области на рис. 7, где параметр Q_0 соответствует нескольким значениям среднего потенциала $\langle\phi\rangle$. Эта неопределённость приводит к гистерезису среднего тока.

Число решений ур. (3.8) зависит от параметров системы V_s, E_c, и q_0. Петля гистерезиса, показанная на рис. 7, соответствует случаю трех решений ур. (3.8). Критерий возникновения гистерезиса следующий:

$$\frac{q_0}{V_s} \geq \frac{e^2}{E_c}\left(\frac{E_c}{T} - 2\right)^{-1}. \tag{3.10}$$

Ширина гистерезиса дается следующим выражением:

$$\Delta Q_0/2 \approx \frac{q_0}{V_s}\frac{E_c}{e} - \frac{eT}{E_c}. \tag{3.11}$$

Рис. 8 показывает изменение петли гистерезиса кондактанса с параметром V_s. Оказывается, что при увеличении V_s петля гистерезиса уменьшается, и эффект памяти совершенно пропадает выше определённого критического значения V_s, см, например, ур. (3.10). Этот вывод качественно согласуется с простым физическим соображением, что система с большим напряжением V_s требует больших электрических полей для переориентации СЭ.

Петля гистерезиса видна даже тогда, когда $q_{\text{fe}} = \alpha_q\langle\phi\rangle$. Т.е. когда поляризация СЭ линейно зависит от среднего электрического поля.

Уравнение (3.10) может быть переписано через диэлектрическую восприимчивость $\chi_D \approx \alpha_q d/a^2$ следующим образом $\chi_D > e^2Ta^2/dE_c^2$. Таким образом, любой медленный диэлектрик со статической восприимчивостью χ_D в конденсаторах ОЭТ будет приводить к гистерезису ВАХ.

Кондактанс ОЭТ как функция Q_0 показан на рис. 7(b)–(c). Он периодичен по Q_0 аналогично ОЭТ без СЭ. Однако, присутствие СЭ нарушает симметрию пиков кондактанса и их форму., см. рис. Fig. 7(b)–(c). При значениях Q_0, когда $\frac{d\langle\phi\rangle}{dQ_0} \to \infty$, происходит скачок кондактанса на другую ветвь, что полностью согласуется с теорией ветвления решений нелинейных уравнений [377].

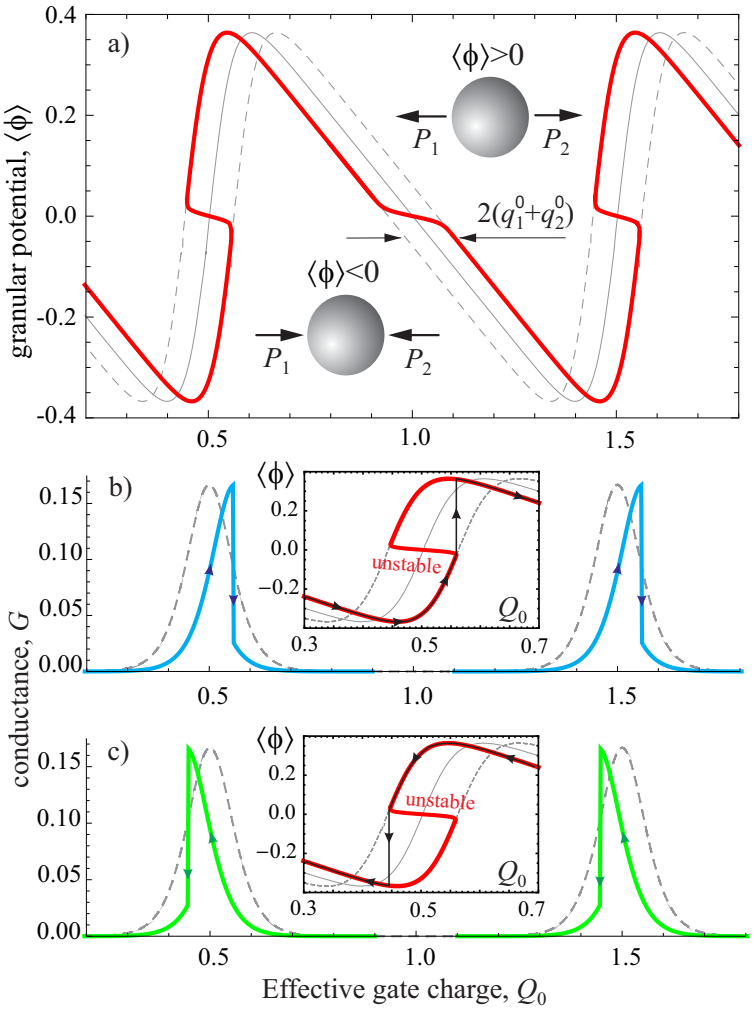


Рис. 7. а) Средний потенциал гранулы $\langle\phi\rangle$ для напряжений $V \to 0$ как функция параметра Q_0. Если $\langle\phi\rangle < 0$, поляризации обоих СЭ обращены в сторону наночастицы. Если же, $\langle\phi\rangle > 0$, они имеют противоположное направление. Графики построены при следующих значениях параметров: $q_1^0 = q_2^0 = 0.03$, $T = 0.03$, $C_1 = 0.3$, $C_2 = 0.5$, $C_g = 0.2$, и $R_2 = 2R_1$. Безразмерные единицы определены в разделе 3.4.1. Почти линейные участки потенциала $\langle\phi\rangle$ шириной $2(q_1^0+q_2^0)$ соответствуют электрическим полям в обоих конденсаторах меньшим, чем поле $\mathcal{E}_s^{(1,2)}$ в ур. (3.73). Непрерывная серая кривая соответствует потенциалу $\langle\phi\rangle$ для $q_1^0 = q_2^0 = 0$. (b)–(c) Кондактанс ОЭТ, как функция $Q_0 = -C_g V_g$. На графиках виден эффект памяти. Графики (b) и (c) отличаются направлением изменения Q_0, которое показано стрелками. Серая пунктирная кривая соответствует ОЭТ без СЭ. Вставки: черные кривые показывают изменение потенциала $\langle\phi\rangle$. “Прыжки” с одной ветви графика $\langle\phi\rangle$ на другую соответствуют вертикальным линиям на графиках для кондактанса.

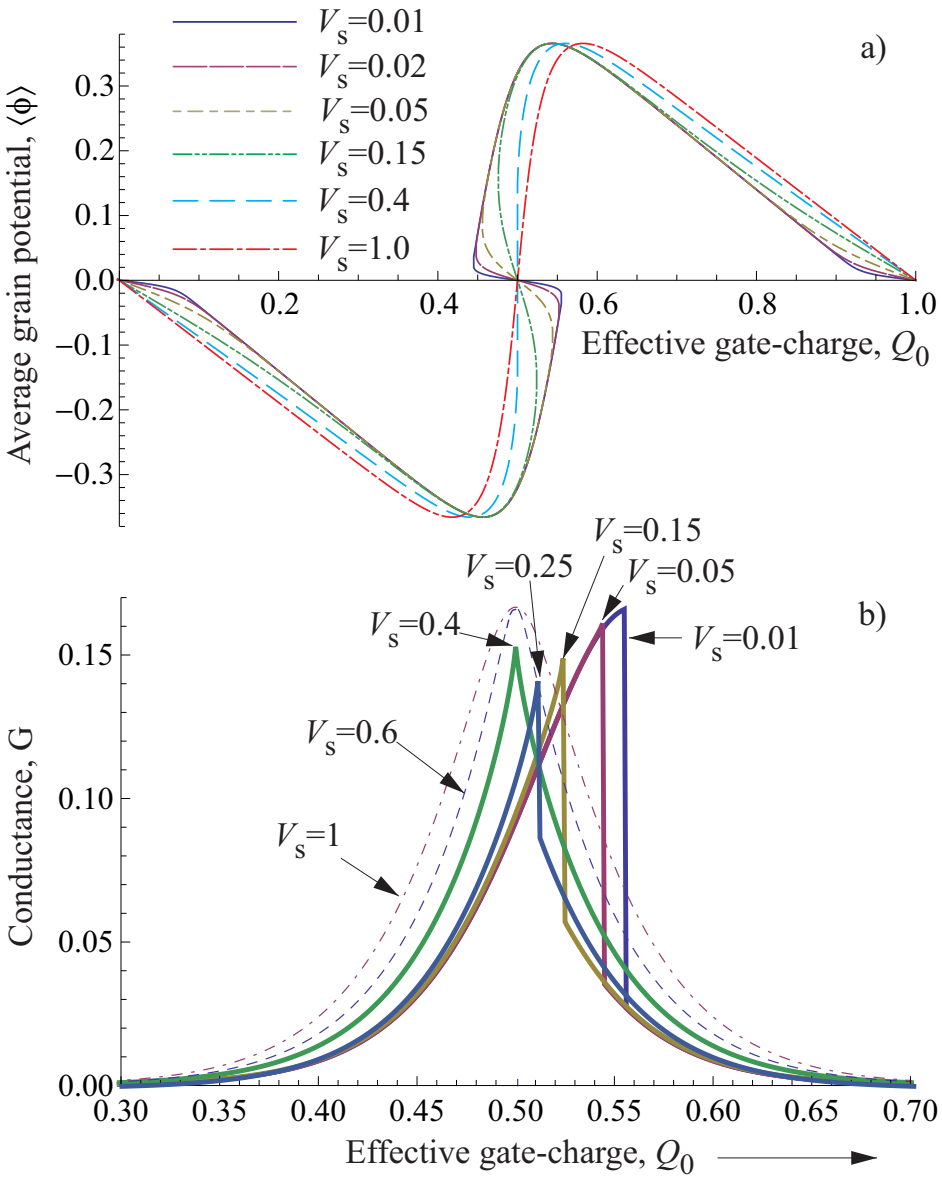


Рис. 8. Средний потенциал гранулы a) и кондактанс b) как функции параметра Q_0 для различных значений V_s. Все параметры (кроме V_s) такие же, как на рис. 7. С увеличением V_s петля гистерезиса становится уже, а потом совсем пропадает выше определённого порога.

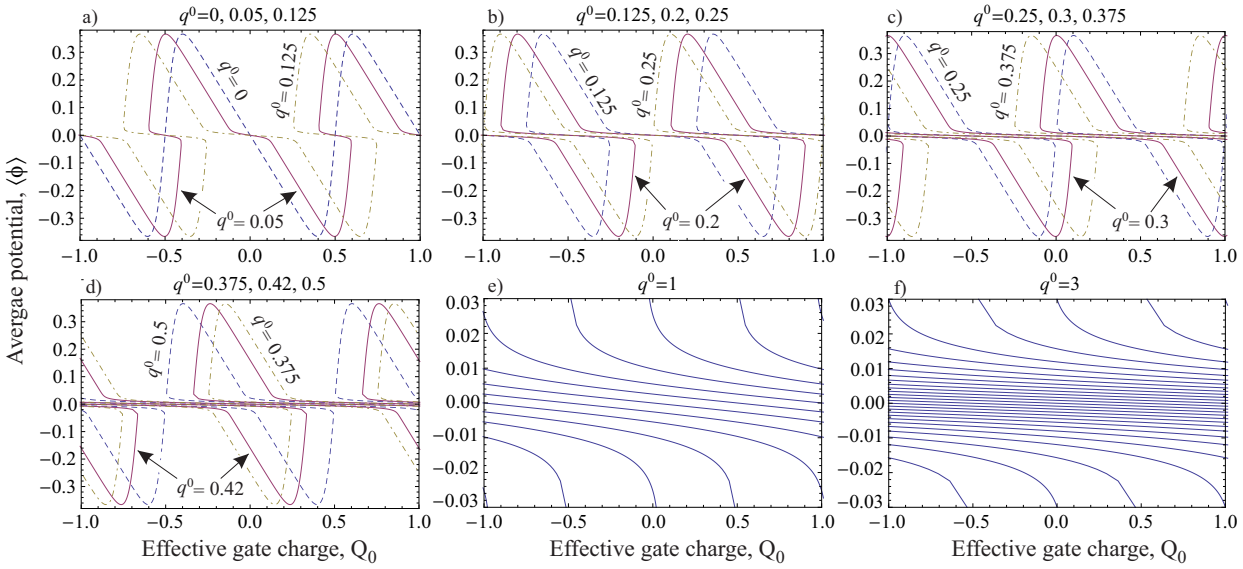


Рис. 9. Зависимость среднего потенциала наногранулы $\langle\phi\rangle$ от параметров $q_1^0 = q_2^0 = q^0$. Графики (a)–(f) показывают осцилляции потенциала $\langle\phi\rangle$ как функции Q_0. Сдвиг пиков среднего потенциала $\langle\phi\rangle$ равен $q_1^0 + q_2^0 = 2q^0$ по отношению к их положению в случае $q^0 = 0$. Можно выделить две характерные области изменения q^0 (на первом периоде) когда возникает качественно разная форма пиков $\langle\phi\rangle$: (a)–(c), когда $0 < q^0 < 1/8$ и $1/4 < q^0 < 3/8$; и (b)–(d), когда $1/8 < q^0 < 1/4$ и $3/8 < q^0 < 1/2$. Как следует из (e)–(f) "неустойчивая" ветвь $\langle\phi\rangle$ непериодична по параметру q_0, но периодична по Q_0.

Аналогичные эффекты видны на графиках, показывающих плотность распределения кондактанса как функции Q_0 и тянущего напряжения V, см. рис. 5, где рис. 5(a) и (b) были получены при возрастающем и убывающем параметре Q_0, соответственно, в то время как рис. 5(c) был получен при циклическом изменении параметра Q_0. Из графиков видно, что кулоновские "алмазы" деформированы из-за наличия СЭ в ОЭТ. Особенно сильно это проявляется вблизи полуцелых значений Q_0/e. Характерный размер такой деформации кулоновских алмазов по оси Q_0 приблизительно равен $\approx 2[q_1^0 + q_2^0]$ при $q_1^0 + q_2^0 < 1/2$.

Гистерезис можно легче понять, используя соображения энергетического баланса. Эффективная свободная энергия ОЭТ с n избыточными квантами заряда на грануле при нулевой температуре и нулевом тянущем напряжении V равна

$$F = E_c \min_n (n - (Q_0 + q_{\text{fe}})/e)^2. \tag{3.12}$$

Ниже мы используем безразмерные единицы, обсуждая ур. (3.36). Для начала мы сравним энергии системы в точке $Q_0 = 1/2$. В этом случае средний потенциал островка $\langle\phi\rangle$ может принимать три значения, см. рис. 7: $\langle\phi\rangle = 0$ и $\langle\phi\rangle = \pm\phi_0$, где $\phi_0 \approx 0.4 \gg V_s$.

Первый случай соответствует $q_{\text{fe}} = 0$, а остальные два — $q_{\text{fe}} \approx \pm 2q^0$. Решение с $\langle\phi\rangle = 0$ приводит к свободной энергии $F/E_c = 1/4$. [Это значение при $Q_0 = 1/2$ соответствует точке пересечения двух парабол $(n - Q_0)^2$, $n = 0,1$ как функций Q_0.] В двух других случаях свободная энергия F/E_c меньше на $2q^0[1 - 2q_0]$. Здесь мы воспользовались тем, что $q^0 < 1/2$, таким образом, минимум в ур. (3.36) соответствует $n = 0$ и $n = 1$. Решение $\langle\phi\rangle = 0$ нестабильно при $Q_0 = 1/2$ так как оно имеет более высокую свободную энергию, чем другие два решения. Аналогичные соображения позволяют объяснить прыжки между ветвями $\langle\phi\rangle$ на рис. 7(b)–(c).

Рисунок 7 показывает, как при (бесконечно) малом тянущем напряжении можно изменить направление поляризации любого СЭ, меняя параметр Q_0. Качественно это можно понять так: при нулевом напряжении нет выделенного направления для СЭ, поэтому возможна практически любая их взаимоориентация, параллельная или антипараллельная. Конечное тянущее напряжение вводит выделенное направление для поляризаций СЭ, и они выстраиваются параллельно.

Этот вывод подтверждается численными расчётами поляризаций СЭ в зависимости от параметров (Q_0, V), см. рис. 6, где градиенты цвета и стрелки показывают направление и величину поляризации СЭ. На рис. (a) и (b) показаны поляризации СЭ в случае возрастающего параметра Q_0 [аналогично рис. 5a и 7b], в то время как на рис. (e) и (f) показан случай уменьшающегося параметра Q_0 [аналогично рис. 5b и 7c]. На графиках (c) и (d) показано среднее арифметическое поляризаций СЭ в левом и правом конденсаторах. Параметры графиков рис. Fig. 6 немного отличаются от параметров рис. 5–7: $q_1^0 = 0.03$ and $q_2^0 = 0.06$. Разные q для СЭ выбраны для того, чтобы в случае параллельной ориентации их поляризаций суммарный индуцированный поляризациями заряд на первом и втором конденсаторах был отличен от нуля.

На рис. 9 показано изменение потенциала гранулы $\langle\phi\rangle$ при $q_1^0 = q_2^0 = q^0$. Характер зависимости $\langle\phi\rangle(Q_0)$ качественно зависит от величины отношения $\langle\phi\rangle/V_s$. Из графиков 9(a)–(c) видно, что пики $\langle\phi\rangle$ периодичны по q^0 с периодом 0.5 ($|e|$). Сдвиг пиков среднего потенциала $\langle\phi\rangle$ равен $q_1^0 + q_2^0 = 2q^0$ по отношению к их положению в случае $q^0 = 0$. Графики на рис. 9(a)–(d) и (e)–(f) показывают, что неустойчивая ветвь потенциала $\langle\phi\rangle$ непериодична по q^0.

3.2.3. Быстрый ферроэлектрик. Эффекты нелинейности $\mathbf{P}(\mathcal{E})$.

Ниже рассматривается противоположный случай быстрого СЭ, когда поляризация успевает следовать за флуктуациями электрического поля в конденсаторах, вызванными процессами зарядки-разрядки наногранулы: $\tau_{\text{P}} \lesssim \tau_e$. Поляризация P в этом случае

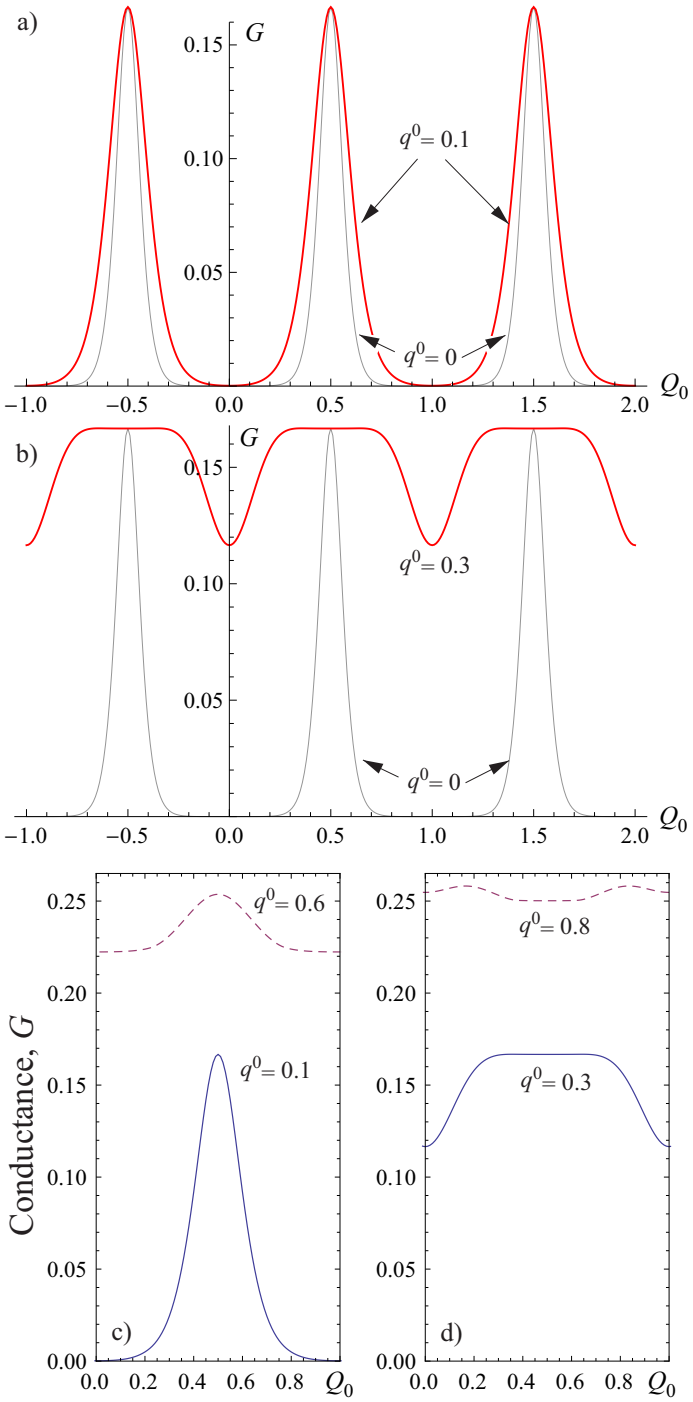


Рис. 10. Графики (a) и (b) показывают уширение пиков кондактанса из-за СЭ: красная кривая (a) соответствует $q_1^0 = q_2^0 = 0.1$, (b) $q_1^0 = q_2^0 = 0.3$. Серые кривые относятся к случаю $q_1^0 = q_2^0 = 0$. Графики (c) и (d) показывают изменение амплитуды пиков при увеличении q^0. Шаг увеличения q^0 равен 0.5 аналогично “периоду” на рис. 9. Графики (a)–(d) построены при следующих параметрах: $T = 0.03$, $C_1 = 0.3$, $C_2 = 0.5$, $C_g = 0.2$, и $R_2 = 2R_1$, как на рис. 7.

зависит от мгновенного значения поля $\mathcal{E}(n)$, а не от средних полей $\langle\mathcal{E}\rangle$. Заменим в ортодоксальной теории ОЭТ Q_0 на $Q_s = Q_0 + q_1^0 \tanh\left(\frac{\phi(n)+V/2}{V_s}\right) + q_2^0 \tanh\left(\frac{\phi(n)-V/2}{V_s}\right)$, см. приложение 3.4.5. Тогда уравнения (3.6)–(3.7) остаются прежними, но с $\phi(n)$ вместо среднего потенциала $\langle\phi\rangle$ в ур. (3.6).

Зависимость кондактанса от Q_0 показана на рис. 10. Периодичность кондактаса по Q_0 сохраняется и в этом случае, см. также раздел. 3.2.2. Однако гистерезис отсутствует. Вместо этого пики кондактанса уширяются, см. рис. 10(a)–(b), и амплитуда пиков уменьшается с увеличением q^0 как показана но рис. 10(c)–(d).

В ортодоксальной теории пик кондактанса ОЭТ, если нет СЭ в конденсаторах, определяется следующей формулой при $T \ll E_c$

$$G(\delta Q_0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{e\,\delta Q_0 / C_\Sigma T}{\sinh(e\,\delta Q_0 / C_\Sigma T)}, \tag{3.13}$$

где параметр $\delta Q_0 = \min_k [Q_0 - (2k+1)\frac{e}{2}] \ll e$ характеризует отклонение напряжения на затворе от точки вырождения. Ширина пика кондкактанса характеризуется отношением T/E_c.

Если есть СЭ, точки вырождения в общем случае не соответствуют полуцелым Q_0/e. Выше было показано, что в присутствии СЭ $Q_0 \to Q_s$, где параметр Q_s зависит от поляризации и от избыточного заряда n. Поэтому пик кондактанса на рис. 10(a)–(b) имеет ширину $(q_1^0 + q_2^0)/2$ и получается усреднением по многим сдвинутым пикам (3.77). Таким образом, ширина плато пика на рис. 10b приближено равна $(q_1^0 + q_2^0)/2 = |e|/3$. Аналогичные рассуждение помогают объяснить уменьшение высоты пиков при увеличении q^0, показанное на рис. 10(c)–(d).

При больших V_s зависимость поляризации от поля становится линейной, см. ур. (3.73)–(3.6), тогда для СЭТ воспроизводится классическая ортодоксальная теория, где $\phi(n)$ содержит перенормированные емкости, $C_i \to C_i + q_i^0/V_s^{(i)}$. Это означает, что диэлектрическая восприимчивость емкости i равна $\epsilon^{(i)} = 1 + q_i^0/C_i V_s^{(i)}$.

3.2.4. Обсуждение результатов

О выборе модели сегнетоэлектрика

Сегнетоэлектрический ОЭТ показан на рис. 11(a). Толщина слоя СЭ между электродами и наногранулой составляет несколько нм. Известно, что даже для такой тонкой пленки справедлива теория Ландау-Гинзбурга-Девоншира (ЛГД) [378] и в микроскопическую область (практически до атомных масштабов!) распространяется понятие поляризации и восприимчивости [350, 379].

Вообще говоря, чтобы определить состояние СЭ в электрическом поле, создаваемом гранулой, необходимо решить неоднородные уравнения теории ЛГД [378]. Такой подход часто используется при теоретическом описании воздействия заряженной иглы тунельного микроскопа на СЭ домены [380]. Мы предполагаем, что толщина доменной стенки l_{d} много меньше размера гранулы: $l_{\mathrm{d}} \ll a$ [380, 381]. Гранула влияет главным образом на слой СЭ, расположенный непосредственно между поверхностью гранулы и электродом, рис. 11(b). В этой области поляризацию с удовлетворительной точностью можно считать однородной и зависящей от состояния наногранулы. Вне этой области влияние гранулы на СЭ малосущественно [36]. В рамках этих предположений можно использовать однородное решение теории ЛГД для описания состояния СЭ в конденсаторах ОЭТ.

Эффект памяти (гистерезис) в сегнетоэлектрическом ОЭТ можно использовать для создания ячеек компьютерной памяти. Измерение проводимости при нулевом смещении будет тогда операцией считывания, а подавая напряжение на затвор, можно осуществлять операцию записи.

Оценки параметров модели

В этом разделе мы рассмотрим важные физические параметры СЭ ОЭТ, такие как времена релаксации СЭ и ОЭТ, электрические поля вблизи металлической нанограунулы, поля переключения и насыщения СЭ. Эти параметры определяют возможность экспериментальной реализации системы.

Выше подробно исследовалось два предельных случая: i) медленный СЭ ($\tau_e < \tau_{\mathrm{P}}$) и ii) быстрый СЭ ($\tau_e > \tau_{\mathrm{P}}$). Оценки показывают, что характерное время $\tau_e = R_\Sigma C_\Sigma$ может меняться в широком диапазоне от десятков нано- до пикосекунд. Это время контролируется геометрией и материалами системы. Расстояние между нанограунулой и электродами определяет удельное сопротивление ОЭТ, R_Σ, диэлектрические свойства СЭ материала, и емкость, C_Σ. Время переключения СЭ τ_{P} сильно зависит от материала и может быть в диапазоне от 10^{-6} с [382]до нескольких наносекунд [383]. Поэтому оба предела могут быть реализованы экспериментально. ОЭТ с зарядовой энергией $E_c \sim 300$ K имеет очень маленькую емкость, $\lesssim 10^{-17}$ F, что соответствует $\tau_e \ll \tau_{\mathrm{P}}$.

Обсуждая эти два предела, мы пренебрегаем гистерезисом СЭ материала (и, таким образом, спонтанной поляризацией). Это предположение справедливо для относительно больших амплитуд электрического поля, $\mathcal{E}_{\mathrm{el}} \gg \mathcal{E}_s$. Такие условия реализуются во многих СЭ, например, в допированном литием ZnO [384], $\mathrm{Pb}(\mathrm{In}_{1/2}\mathrm{Nb}_{1/2})_{1-x}\mathrm{Ti}_x\mathrm{O}_3$ [385], $(\mathrm{PbMg}_{1/3}\mathrm{Nb}_{2/3}\mathrm{O}_3)_x(\mathrm{PbTi})_3)_{1-x}$ [386], PZT [387]. В противоположном пределе, $\mathcal{E}_{\mathrm{el}} \ll \mathcal{E}_s$,

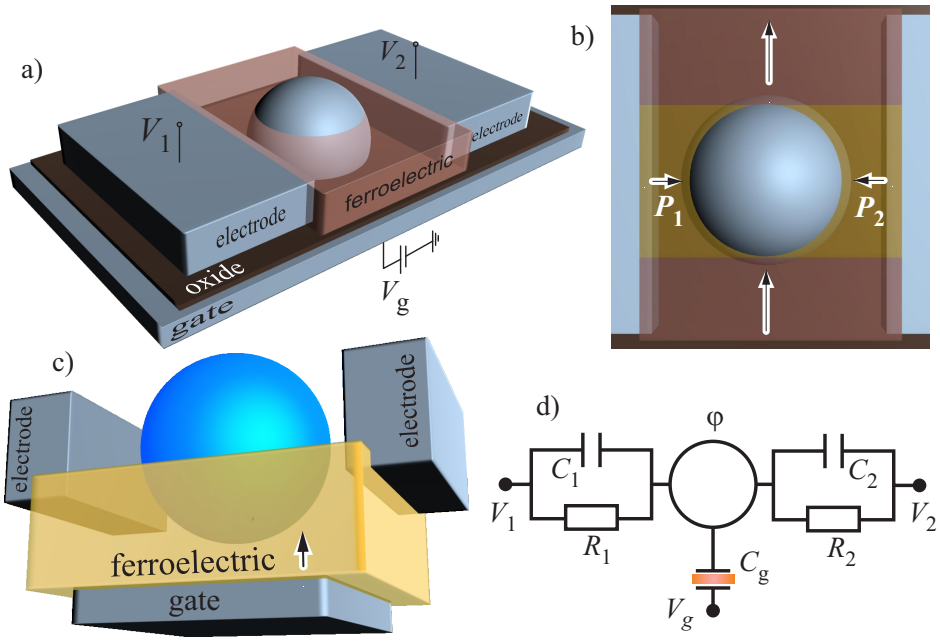


Рис. 11. a) Возможная реализация ОЭТ с СЭ конденсаторами b) Вид сверху. В щели между электродами и наногранулой, показано оранжевым цветом, сегнетоэлектрический слой очень тонкий (квази-двумерный СЭ домен), направление поляризации которого практически не имеет корреляций с поляризацией объемного сегнетоэлектрика вокруг гранулы. c) Альтернативная геометрия: СЭ помещен между гранулой и затвором. В этом случае нет ограничений на толщину СЭ слоя, так как между завтором и гранулой нет туннелирования. d) Эквивалентная электрическая схема ОЭТ, изображенного на рис (c).

поляризация становится внешним “вмороженным” параметром, как в обычных СЭ туннельных контактах.

Величина поляризации насыщения СЭ оказывает значительное влияние на транспорт через ОЭ, когда СЭ можно считать “быстрым”, $\tau_e > \tau_\text{р}$. Если индуцированный СЭ заряд превосходит один квант, кулоновская блокада подавляется, что приводит к подавлению зависимости ВАХ ОЭТ от напряжения на затворе. В этом случае СЭ полностью экранирует поле избыточных зарядов на грануле. Чтобы наблюдать пики кондактанса, как на рис. 10, СЭ должны наводить на обкладках конденсатора заряд, меньший одного кванта, $(q_1^0 + q_2^0 < |e|)$. Этому условию удовлетворяют следующие СЭ: P(VDF-TrFE), PZT, $(PbMg_{1/3}Nb_{2/3}O_3)_x(PbTi)_3)_{1-x}$, у которых объемная поляризация $P = 1$ e/nm^2, что ведет $q_i^0 \gg |e|$, $i = 1, 2$ для гранулы радиусом несколько нанометров. Уменьшение толщины СЭ пленки приводит к уменьшению ее поляризации [388]. Например, предсказано уменьшение спонтанной поляризации пленок от 1.5 e/nm до 0 e/nm для $BaTiO_3$,

когда тощина $BaTiO_3$ умегньшается с 15 nm до 3 nm [389]. Подавление поляризации в тонких пленках наблюдалось также в P(VDF-TrFE) [390].

В случае медленного СЭ ур. 3.10 позволяет выделить два режима электронного транспорта через ОЭТ — с гистерезисом и без него. Для оценок запишем V_s следующим образом через поле переключения СЭ, $V_s = d \cdot \mathcal{E}_s$. Аналогичным образом выразим q^0 [мы опустили индекс i] через поляризацию СЭ: $q^0 \approx P \cdot a^2$. Если $P \approx 0.05$ e/nm [384], $d \approx 2$ nm, $a \approx 3$ nm, и температура $T \approx 100$ K, то, используя критерий $q_1^0 + q_2^0 < |e|/2$, мы получим критерий возникновения гистерезиса: $\mathcal{E}_s < 10$ MV/cm. Этот критерий справедлив почти для всех типов СЭ.

3.2.5. Приложение: Основные уравнения ортодоксальной теории ОЭТ с сегнетоэлектриками в туннельных контактах

Основные уравнения

Ниже мы приводим основные сведение о так называемой ортодоксальной теории ОЭТ, которые помогут понять наши результаты, когда в конденсаторах ОЭТ имеется СЭ.

В ортодоксальной теории вероятность перехода в единицу времени электрона с левого электрода на гранулу (или наоборот), когда заряд на грануле меняется с n на $n \pm 1$ квантов, равна (см. рис. 5a)

$$\Gamma^{(1)}_{n \to n \pm 1} = \frac{1}{e^2 R_1} \cdot \Delta F_1^{\pm} N_B\left(\Delta F_1^{\pm}\right), \tag{3.14}$$

где $N_B(\omega) = 1/[\exp(\omega/T) - 1]$ — Бозе-распределение и R_1 сопротивление соответствующего (в данном случае первого) туннельного контакта. Аналогичное выражение справедливо для второго туннельного контакта. Здесь $\Delta F_1^{\pm}$ — между начальным и конечным состоянием

$$\Delta F_1^{\pm} = \frac{e^2}{C_\Sigma}\left\{\frac{1}{2} \pm \left(n - \frac{Q_s}{e}\right) \pm \frac{(C_2 + C_g/2)V}{e}\right\}, \tag{3.15a}$$

$$\Delta F_2^{\pm} = \frac{e^2}{C_\Sigma}\left\{\frac{1}{2} \pm \left(n - \frac{Q_s}{e}\right) \mp \frac{(C_1 + C_g/2)V}{e}\right\}. \tag{3.15b}$$

где

$$Q_s = Q_0 + \sum_i \int_i d\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{P}_i. \tag{3.16}$$

В ортодоксальной теории, $Q_s = Q_0$. Для медленных СЭ $\int_i d\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{P}_i = q_{\text{fe}} = q_1^0 \tanh\left(\frac{\langle\phi\rangle + \frac{V}{2}}{V_s}\right) + q_2^0 \tanh\left(\frac{\langle\phi\rangle - \frac{V}{2}}{V_s}\right)$, а для быстрых СЭ $\int_i d\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{P}_i = q_1^0 \tanh\left(\frac{\phi(n) + \frac{V}{2}}{V_s}\right) + q_2^0 \tanh\left(\frac{\phi(n) - \frac{V}{2}}{V_s}\right)$. Вероят-

ности перехода в единицу времени $\Gamma_{n\to n+1}$ входят в уравнения детального баланса (3.25), где используются следующие определения

$$\Gamma_{n\to n+1} \equiv \Gamma^{(1)}_{n\to n+1} + \Gamma^{(2)}_{n\to n+1}, \tag{3.17a}$$

$$\Gamma_{n\to n-1} \equiv \Gamma^{(1)}_{n\to n-1} + \Gamma^{(2)}_{n\to n-1}. \tag{3.17b}$$

Асимптотические решение вблизи “точки вырождения”

Около точки вырождение вероятности распределения числа избыточных зарядов на островке можно найти аналитически. Например, вблизи $Q_0 = 1/2$

$$p(0) = \frac{\Gamma_{1\to 0}}{\Gamma_{0\to 1} + \Gamma_{1\to 0}}, \qquad p(1) = \frac{\Gamma_{0\to 1}}{\Gamma_{0\to 1} + \Gamma_{1\to 0}}. \tag{3.18}$$

Уравнение (3.15) тогда сводится к

$$\Delta F^{+}_{1}(0) = -2\frac{E_c}{e}\left[\delta Q_s - \left(C_2 + \frac{C_g}{2}\right)V\right], \tag{3.19}$$

$$\Delta F^{+}_{2}(0) = -2\frac{E_c}{e}\left[\delta Q_s + \left(C_1 + \frac{C_g}{2}\right)V\right], \tag{3.20}$$

где $\delta Q_s = \delta Q_0 + \sum_i \int_i d\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{P}_i$ and $\delta Q_0 = Q_0 - e/2$. Здесь $\Delta F^{+}_{1}(0) = -\Delta F^{-}_{1}(1)$ и $\Delta F^{+}_{2}(0) = -\Delta F^{-}_{2}(1)$. Используя ур. (3.17) и (3.18), мы найдем, $p(1)^{-1} = 1 + \exp[2E_c(\delta Q_0 + q_{\text{fe}})/eT]$. Аналогично, из ур. (3.5) мы получим соотношение (3.8).

Ширина гистерезиса

Критерий возникновения гистерезиса в ур. 3.10 может быть получен на основе ур. 3.8 для среднего потенциала. Это уравнение имеет три решения, если наклон, производная от $\langle\phi\rangle$, функции в правой части, больше, чем наклон линейной зависимости в левой части.

Чтобы оценить ширину гистерезиса, ΔQ, сделаем следующее предположение: 1) поляризация линейно зависит от среднего потенциала $q_{\text{fe}}(\langle\phi\rangle) \approx q_0/V_s$; 2) мы заменим гиперболический тангенс кусочно постоянной функцией, $Z(x) = 1$, если $|x| > 1$ и $Z(x) = x$, если $|x| < 1$; и 3) мы пренебрежем “медленной” функцией $2q_{\text{fe}}(\langle\phi\rangle)/e$ в правой части.

В случае $E_c/T \gg 1$ критерий возникновения гистерезиса в кондактансе, см. ур. 3.10, может быть получен с использованием формулы для ширины гистерезиса с учетом $\Delta Q > 0$.

3.3. Одноэлектронное туннелирование через медленный диэлектрик

Одноэлектронный транзистор (ОЭТ) — это одна из наиболее тщательно исследованных наносистем [372–375,391]. Возможно, ОЭТ представляет собой одну из простейших наносистем, где сильные электронные корреляции и квантовая природа электрона могут быть относительно легко напрямую экспериментально продемонстрированы. Эта наносистема состоит из двух электродов, которые мы условно назовем “стоком” и “истоком”, соединённых туннельными переходами с металической наногранулой (или “островком”). Электрическим потенциалом ОЭТ можно управлять с помощью третьего электрода, называемого “затвором”, который с помощью емкости взаимодействует с островком, см. эквивалентную схему на рис. 23.

В течение десятилетий существовала парадигма, что вычисляя электронный транспорт на наномасштабах, следует считать диэлектрическую проницаемость диэлектриков постоянной, пренебрегая ее частотной дисперсией. [87,92,374,375,392] Однако, такая парадигм верна далеко не всегда. Существует множество физических механизмов, которые дают вклад в диэлектрическую проницаемость диэлектрика, некоторые из них “медленные” по сравнению с временем релаксации электронов, другие – быстрые [393–402]. В последнее время появилось много диэлектрических материалов с относительно медленным временем отклика на приложенное электрическое поле [401, 403, 404]. ОЭТ — это уникальный лабораторный прибор, где времена релаксации несущих ток электронов можно менять в широком диапазоне и изучать взаимовлияние транспорта и дисперсии активных диэлектриков.

Кулоновская блокада подавляет электрический ток, за исключением области напряжений на затворе, когда электроны могут “последовательно” туннелировать, один за другим, через ОЭТ от истока к стоку. Электрические поля в туннельных переходах меняются во времени, когда электроны туннелируют с островка на электроды или с электродов на островок. Диэлектрические слои в туннельных переходах поляризованы при конечном напряжении между соответствующими электродами. Обычное предположение в теории ОЭТ состоит в том, что поляризация любого диэлектрического слоя туннельного барьера мгновенно во времени следует за изменениями электрическому поля : $\mathbf{P}(t) = \hat{\chi}\,\boldsymbol{\mathcal{E}}(t)$, где постоянная $\hat{\chi}$ — это диэлектрическая поляризуемость [87, 374]. Из последнего соотношения следует, что емкость C любого туннельного контакта ОЭТ связана с геометрической емкостью $C^{(0)}$ следующим образом: $C = \epsilon\, C^{(0)}$. Для плоского конденсатора с изотропным диэлектриком, $\epsilon = (1 + 4\pi\chi)$ [368]. Это единственное ме-

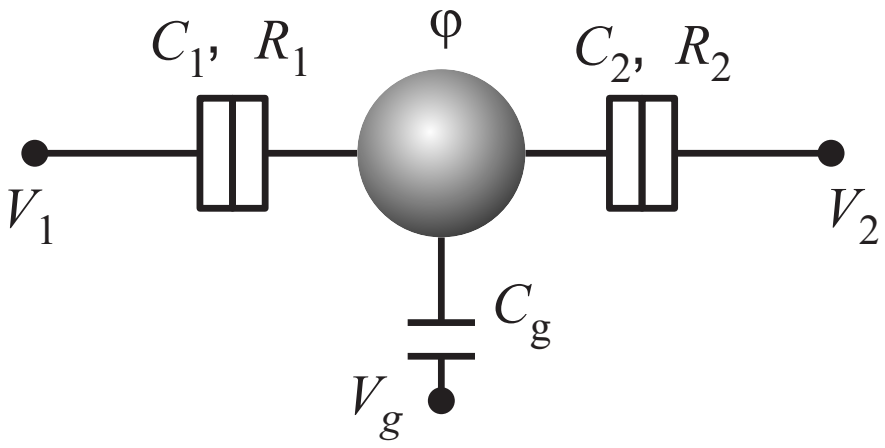


Рис. 12. Эквивалентная схема одноэлектронного транзистора [374]

.

сто, где поляризация входит в классическую "ортодоксальную" теорию ОЭТ. Однако у этого соотношения есть существенные ограничения. В общем случае, поляризация диэлектрика нелокальна во времени: $\mathbf{P}(t) = \int_{-\infty}^{t} \hat{\chi}(t-\tau)\boldsymbol{\mathcal{E}}(\tau)d\tau$, где $\hat{\chi}(t)$ — это динамическая диэлектрическая восприимчивость. [Здесь мы предполагаем линейный отклик.] Зависимость от времени $\hat{\chi}(t)$ предполагает, что изменить $\mathbf{P}(t)$ электрическим полем нельзя произвольно быстро. Это, например, так в диэлектрических материалах, где поляризация связана со сдвигом атомов, которые обычно достаточно инертны [394, 400, 402].

Отклик поляризации $\mathbf{P}(t)$ на внешнее поле характеризуется временны́м масштабом τ_P, который является ничем иным, как характерным масштабом (временем релаксации) функции $\hat{\chi}(t)$. Второй характерный масштаб времени данной задачи — это время релаксации заряда на грануле $\tau_\mathcal{E}$. Если $\tau_P \ll \tau_\mathcal{E}$, поляризация имеет вид $\mathbf{P}(t) \approx \hat{\chi}_0\boldsymbol{\mathcal{E}}(t)$, где $\hat{\chi}_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\chi}(\tau)d\tau$. В противоположном случае, $\tau_\mathcal{E} \ll \tau_P$, поляризация $\mathbf{P}(t)$ не следует мгновенно за электрическим полем $\boldsymbol{\mathcal{E}}(t)$:

$$\mathbf{P}(t) \approx \hat{\chi}\,\langle\boldsymbol{\mathcal{E}}\rangle, \tag{3.21}$$

где $\langle\boldsymbol{\mathcal{E}}\rangle$ — это электрическое поле, усредненное на масштабах времени τ_P. Как следует из ур. (3.21), простое соотношение для емкости $C = \epsilon\, C^{(0)}$ не справедливо в этом случае. Поэтому стандартная теория одноэлектронного транзистора должна быть изменена.

Характерное время релаксации заряда на грануле ОЭТ равно $\tau_\mathcal{E} = R_\Sigma C_\Sigma$, где R_Σ порядка туннельного сопротивления левого и(или) правого туннельных контактов и C_Σ — это сумма всех емкостей, см. рис. 23. Электронный масштаб времени $\tau_\mathcal{E}$ находится в диапазоне от десятков нано- до пикосекунд в зависимости от геометрии и материалов системы. Время переключения типичного диэлектрического материала τ_P, используемого при изготовлении туннельных контактов конденсаторов, находится в диапазоне от

секунд до фемтосекунд в зависимости от материала и конкретного физического процесса, стоящего за явлениями поляризации [400, 402].

Поэтому режим медленного изолятора, когда $\tau_\varepsilon \ll \tau_P$, очень важен для наноприборов и, в частности, для ОЭТ. Тем не менее, существует парадигма, что существующие теории с $\tau_P \ll \tau_\varepsilon$ могут удовлетворительно объяснить большинство экспериментов с ОЭТ и наноемкостями. Зачем новая теория? Ответ прост: эффекты, обсуждаемые ниже, особенно заметны, если в среднем поляризация диэлектрика туннельного перехода достаточно велика, так что заряд, "наведённый" поляризацией на гранулу, одного порядка с квантом заряда. Это условие может быть достигнуто при достаточно большой диэлектрической проницаемости ϵ. Насколько велика должна ϵ, мы обсудим ниже.

Недавно был обнаружено много новых физических эффектов в ОЭТ с медленной поляризацией СЭ-диэлектриков в конденсаторах [32–37, 40, 363]. Было, в частности, показано, что в таком ОЭТ возникает эффект памяти и нарушается периодичность кондактанса как функции напряжения на затворе. Ниже мы покажем, что если медленный диэлектрик находится только в конденсаторе затвора, то периодичность кондактанса как функции напряжения на затворе не нарушается. Период сильно зависит от поляризуемости активного диэлектрика. Мы нашли режим "гигантского" гистерезиса, когда петля гистерезиса как бы состоит из множества меньших гистерезисных петель. Мы нашли, что эффект памяти проявляется в вольт-амперной характеристике, так что $I(V) \neq -I(-V)$ для заданной ветви гистерезиса даже при $V_g = 0$.

Полученные результаты могут быть полезны для создания "шатлов", переносящих через ОЭТ кванты заряда [405–407], не имеющих наномеханических элементов: изменяя циклически напряжение на затворе, приводит к перемещению нескольких квантов заряда через ОЭТ. Другие приложения связаны с транзистором и созданием миниатюрной ячейки памяти [374]. Например, гистерезис $I(V)$ и $G(V_g)$ можно было бы использовать для чтения и записи информации в такую ячейку памяти.

3.3.1. Модель

Рассмотрим одноэлектронный транзистор, показанный на рис. 23. Два боковых электрода служат в качестве стока и истока. Электрический ток течет из первого электрода через через металлическую награнулу во второй электрод. Награнула соединена с электродами туннельными контактами. Нижний электрод служит "затвором", аналогично затвору в полевых транзисторах [372–375]. Существенная особенность ОЭТ, обсуждаемого здесь, связана с тем, что конденсатор затвора заполнен активным диэлектрическим материалом с некоторыми специальными свойствами. Этот диэлектри-

ческий материал имеет очень длительное время отклика на изменение внешнего поля. В результате следует рассматривать конденсатор затвора особым образом.

При введении понятия емкости следует различать геометрическую емкость $C_i^{(0)}$ и динамическую эффективную емкость на низких частотах C_i, которая учитывает медленный отклик диэлектрика. Разницу между ними иллюстрирует следующая формула,

$$\Delta C_i = C_i - C_i^{(0)} = \alpha_i S_i / d_i, \tag{3.22}$$

где α_i — это параметр, характеризующий диэлектрическую поляризуемость i-ого туннельного контакта ($i = 1, 2, g$), S_i — параметр, характеризующий площадь обкладок конденсатора и d_i — характерное расстояние между электродами. Параметр α_i включает в себя размагничивающие факторы и эффекты, связанные с анизотропией и неоднородностью диэлектрических слоев [368]. Для плоского конденсатора $C^{(0)} = S/4\pi d$ и $\alpha = \chi$.

Мы далее предполагаем, что к электродам приложено напряжение $V_1 = -V/2$, $V_2 = V/2$ и V_g. Потенциал гранулы $\phi(n)$ при фиксированном числе избыточных зарядов n на грануле может быть найден следующим образом из уравнения балланса:

$$ne = \sum_i C_i^{(0)}(\phi(n) - V_i) + \sum_i \Delta C_i(\langle\phi\rangle - V_i), \tag{3.23}$$

$$\langle\phi\rangle = \sum_{n'=-\infty}^{\infty} p_{n'}\phi(n'), \tag{3.24}$$

где p_n — вероятность найти n избыточных зарядов на грануле. Два слагаемых в формуле (3.23) возникают из-за того, что мы учитываем два вклада в электрическое поле: первый вклад вызван геометрической ёмкостью $C_i^{(0)}$, а второй вклад — поляризованным диэлектриком с медленным откликом. Таким образом, члены пропорциональные коэффициенту ΔC_i в ур. (3.107), могут интерпретироваться как заряды, индуцированные на грануле поляризованными диэлектрическими слоями.

Вероятность распределения p_n в стационарном состоянии можно найти с использованием уравнения детального баланса [372–375]:

$$p_n \Gamma^{n\to n+1} = p_{n+1}\Gamma^{n+1\to n}, \tag{3.25}$$

где вероятность перехода в единицу времени $\Gamma^{n\to n+1}[V_i, n, \langle\phi\rangle]$ описывает изменение заряда гранулы с n на $n+1$ квантов. Электрический ток, текущий через гранулу, равен

$$I = e\sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n\left[\Gamma_s^{n\to n-1} - \Gamma_s^{n\to n+1}\right]. \tag{3.26}$$

Здесь нижний индекс у Γ обозначает определённый туннельный контакт $s = 1$ или 2. Полная вероятность перехода Γ в ур (3.25) равна $\Gamma_1 + \Gamma_2$. Решая ур. (3.23)–(3.25) самосогласованно, мы найдем вольт-амперную характеристику ОЭТ, используя ур. (3.26).

Здесь мы используем так называемую "ортодоксальную теорию" [372–375] для проведения модельных расчётов. Предполагается, что сопротивления туннельных контактов $R_{1,2}$ много больше кванта сопротивления $R_q = h/e^2$: это условие обеспечивает квантование избыточного заряда на грануле. Температура T должна быть много меньше, чем зарядовая энергия (она одного порядка с электростатической энергией электрона на грануле), см. раздел 3.3.6, где обсуждается определение зарядовой энергии. Предполагается также, что расстояние между одноэлектронными уровнями в грануле много меньше, чем температура, см. раздел 3.3.6.

В главном приближении, вероятность изменения заряда гранулы в единицу времени с n на $n \pm 1$, при условии, что туннелирование электрона осуществляется через первый туннельный контакт, равна

$$\Gamma^{(1)}_{n\to n\pm1} = \frac{1}{e^2 R_1} \cdot \Delta F_1^{n\to n\pm1} N_B\left(\Delta F_1^{n\to n\pm1}\right), \tag{3.27}$$

где $N_B(\omega) = 1/[\exp(\omega/T) - 1]$ — это Бозе-распределение [?,374], R_1 — туннельное сопротивление,а $\Delta F_1^{n\to n\pm1}$ обозначает изменение свободной энергии:

$$\Delta F_1^{n\to n\pm1} = \Delta U_n^{\pm} \mp W_1, \tag{3.28}$$

где $\mp W_1$ — это работа, совершенная идеальными источниками напряжения, электродами и затвором, при изменении заряда на грануле. Для вычисление вероятностей Γ необходимо знать разницу электростатических энергий, когда число избыточных зарядов на грануле изменяется на один квант: $\Delta U_n^{\pm} = U(n \pm 1) - U(n)$. Если поляризация диэлектрических слоев следует изменениям ϕ адиабатически, $P_i = \alpha_i(\phi - V_i)/d_i$, то $\Delta U_n^{\pm} = E_c(1 \pm 2n)$, где $E_c = e^2/2C_\Sigma$, $C_\Sigma = \sum_i C_i$ и $C_i = C_i^{(0)}(1 + 4\pi\alpha_i)$. Если же диэлектрик медленный, то поляризация $P_i = \alpha_i(\langle\phi\rangle - V_i)/d_i$ не меняется в процессе туннелирования. Тогда для разницы свободных энергий мы получим другое выражение (см. приложение 3.3.7):

$$\Delta U_n^{\pm} = E_c^{(0)}(1 \pm 2n \mp 2\sum\nolimits_i P_i S_i/e), \tag{3.29}$$

где $E_c^{(0)} = e^2/2C_\Sigma^{(0)}$, $C_\Sigma^{(0)} = \sum_i C_i^{(0)}$ и $P_i S_i = \Delta C_i(\langle\phi\rangle - V_i)$.

Работа, выполненная электродами по перемещению электрона на гранулу (или наоборот), рассчитывается так же, как в "ортодоксальной теории" [372–375], кроме одного

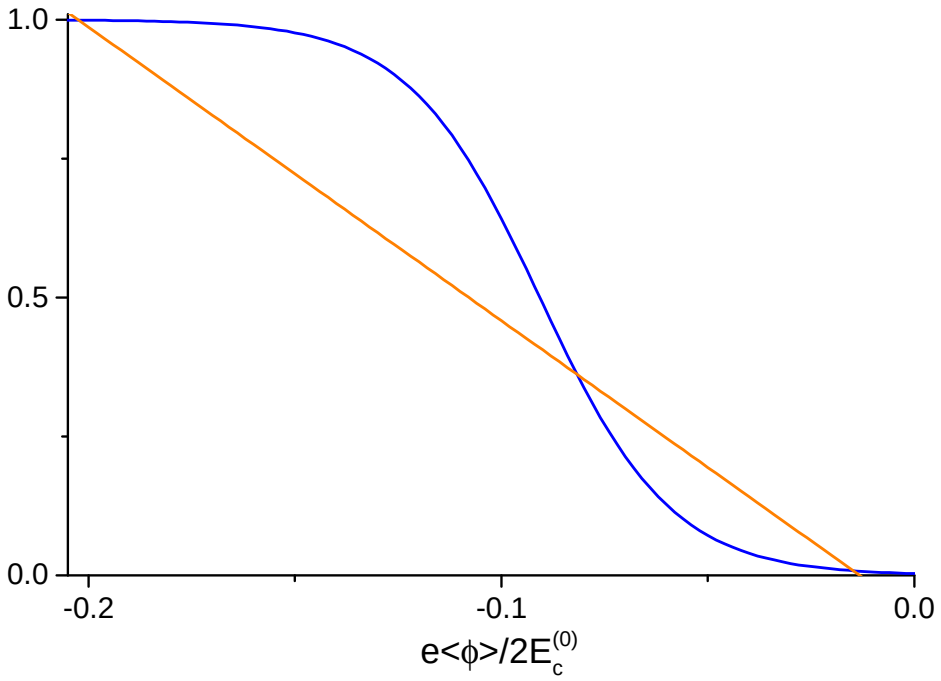


Рис. 13. Графическое решение ур. (3.34), показывающее три возможных корня, дающих средний потенциал гранулы $\langle\phi\rangle$ при заданном напряжении затвора V_g. Использовались следующие параметры: $Q = -0.07|e|$, $C_g^{(0)} = 0.5C_\Sigma^{(0)}$, $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 0.5$, and $T = 0.4E_c^{(0)}$. Три различных корня для $\langle\phi\rangle$ при заданном Q_0 приводят к гистерезису.

исключения, касающегося разделения геометрической емкости $C_i^{(0)}$ и эффектов, связанных с поляризацией:

$$W_1 = \frac{e\left([C_g^{(0)} + C_2^{(0)}]V_1 - C_2^{(0)}V_2 + Q'\right)}{C_\Sigma^{(0)}}, \tag{3.30}$$

$$W_2 = \frac{e\left([C_g^{(0)} + C_1^{(0)}]V_2 - C_1^{(0)}V_1 + Q'\right)}{C_\Sigma^{(0)}}, \tag{3.31}$$

где эффективный заряд Q', индуцированный на затворе, равен

$$Q' = -C_g^{(0)}V_g + \sum\nolimits_i \Delta C_i\,(\langle\phi\rangle - V_i). \tag{3.32}$$

Это означает, что при температуре $T \to 0$ основное состояние определяется минимум выражения:

$$F_0 = E_c^{(0)} \min_n (n - Q'/e)^2. \tag{3.33}$$

Ниже мы используем стандартное обозначение $Q = -C_g V_g$. Если бы поляризация была “быстрой”, то это выражение определяло бы заряд, индуцированный затвором

на грануле. Эффекты медленной поляризации не сводятся к простой ренормировке емкостей $C_i^{(0)} \to C_i$. Однако кондактанс оказывается периодической функцией именно Q, куда входит перенормированная емкость. Это справедливо для любых значений ΔC_i, как будет показано ниже.

Эффект памяти: асимптотические оценки

Уравнение детального баланса (3.25) может быть решено аналитически для значений V_g вблизи точек "вырождения", где основное состояние ОЭТ меняется с n на $n \pm 1$ избыточных зарядов. Последнее условие требует, чтобы эффективный заряд Q' был близок к $e(n+1/2)$. В этом случае только два значения вероятностей p_n одного порядка друг с другом, а остальные экспоненциально малы как $e^{-E_c^{(0)}/T}$. Чтобы проиллюстрировать происхождение эффекта памяти, мы сосредоточимся на состоянии ОЭТ при таком напряжении на затворе, когда состояния $n = 0$ и $n = 1$ имеют близкую свободную энергию при $V_{1,2} = 0$. Используя ур. (3.23)–(3.107), найдем средний потенциал $\langle\phi\rangle$

$$n_F[(1 - 2Q'/e)E_c^{(0)}] = e\langle\phi\rangle/2E_c^{(0)} + Q'/e, \tag{3.34}$$

где n_F — это Ферми-функция. Уравнение (3.34) имеет одно или три решения при каждом Q, см. рис. 13. Наличие трех различных решений для среднего потенциала $\langle\phi\rangle$ при заданном Q приводит к эффекту памяти (неустойчивости). Используя графическое решение ур. (3.34), мы можем оценить критерий возникновения неустойчивости, $\sum_i \Delta C_i/C_\Sigma^{(0)} \gtrsim 2T/E_c^{(0)}$. Этот критерий соответсвует критическому значению ΔC_Σ, когда эффект только появляется, см. ур. (3.56), где получено точное решение.

3.3.2. Одноэлектронный транзистор с медленным диэлектриком в завторе

Численное исследование электронного транспорта в ОЭТ

В этом разделе численно исследуется электронный транспорт в ОЭТ. Рассматривается случай, когда медленный диэлектрик располагается в конденсаторе затвора. Эта ситуация наиболее благоприятна для экспериментальной реализации ОЭТ, так как в этом случае не накладывается ограничений на толщину слоя активного диэлектрика, как в туннельных контактах. Таким образом, мы предполагаем, что только ΔC_g отлично от нуля.

Если бы $\Delta C_g = 0$, то кондактанс был бы периодической функцией эффективного напряжения затвора Q, см. серую кривую на рис. 14. Пики кондактанса хорошо фитуются ортодоксальной теорией, где около максимума кондактанса имеет место аналитическая

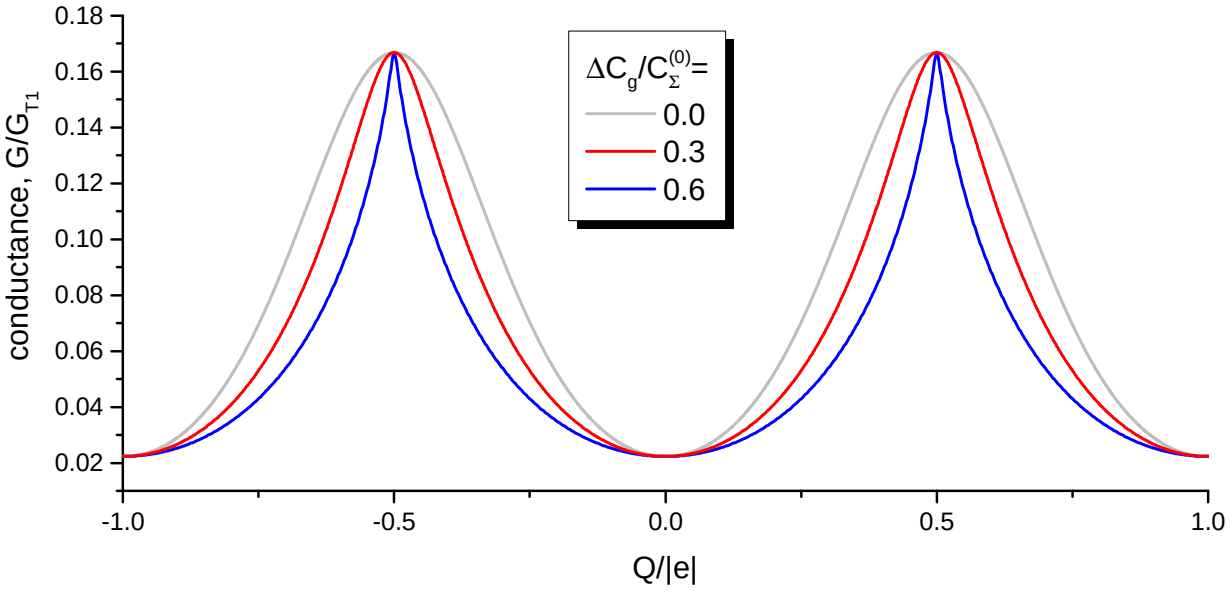


Рис. 14. Пики кондактнса при $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 0, 0.3, 0.6$. В качестве единицы кондактанса выбран кондактанс левого туннельного контакта G_{T1} ОЭТ. Параметры следующие: $C_1^{(0)} = 0.3C_\Sigma^{(0)}$, $C_2^{(0)} = 0.5C_\Sigma^{(0)}$ и $C_g^{(0)} = 0.2C_\Sigma^{(0)}$. Температура $T = 0.2E_c^{(0)}$. Медленный диэлектрик в конденсаторе затвора меняет форму пиков кондактанса, но сохраняет периодичность по параметру Q, в отличие от ОЭТ с ферроэлектриками в конденсаторах левого или правого контактов [35].

зависимость:

$$G^{(0)}(\delta Q^{(0)}) \approx \frac{e\,\delta Q^{(0)}/C_\Sigma^{(0)} T}{2(R_1+R_2)\sinh(e\delta Q^{(0)}/C_\Sigma^{(0)} T)}. \tag{3.35}$$

Здесь $\delta Q^{(0)}/e = \min_k[-C_g^{(0)} V_g/e - (2k+1)/2] \ll 1$.

При конечном, но маленьком ΔC_g, когда индуцированный поляризацие диэлектрика заряд на островке меньше, чем квант заряда, пики кондактанса сохраняют свою форму, но меняют амплитуду и положение (см. рис. 14).

Противоположный случай более интересен, когда диэлектрическая поляризация достаточна сильная, чтобы индуцировать заряд на островке порядка кванта заряда или больше. В этом случае пики кондактанса имеют гистерезис, и их форма зависит от направления эволюции Q, см. рис. 15. Гистерезис появляется при $\Delta C_g \gtrsim C_\Sigma^{(0)} 2T/E_c^{(0)}$ (см. ур. 3.49). Несмотря на эффект памяти, кондактанс остается периодической функцией перенормированного эффективного напряжения затвора $Q = -(C_g^{(0)} + \Delta C_g)V_g$ с одним и тем же периодом $|e|$ для любого ΔC_g. Эти эффекты сильно отличаются от свойств ОЭТ, где в конденсаторе затвора находится сегнетоэлектрик с нелинейной зависимостью поляризации от электрического поля: в этом случае периодичность кондактанса

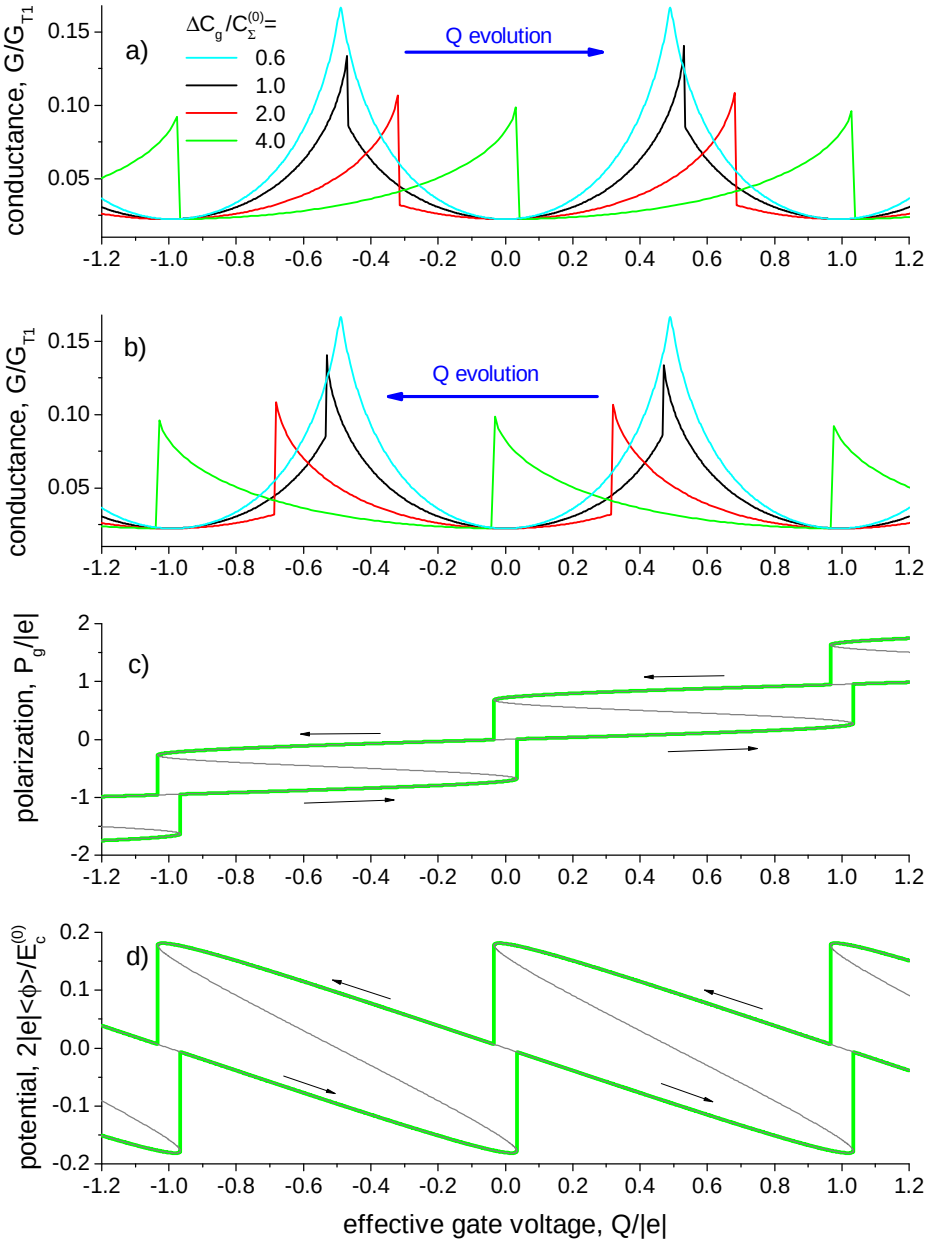


Рис. 15. Неустойчивость ОЭТ с медленным диэлектриком в конденсаторе затвора. Рисунки (a) и (b) соответствуют ветвям решений с увеличивающимся и уменьшающемся напряжением на затворе Q при $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 0.6,\ 1,\ 2,\ 4$. На рисунке (c) показана поляризация активного диэлектрика, а на (d) — средний потенциал гранулы (стрелки показывают направление изменения Q) при $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 4$. Серые линии показывают стабильные и нестабильные ветви поляризации и среднего потенциала. Параметры: $C_1^{(0)} = 0.3C_\Sigma^{(0)}$, $C_2^{(0)} = 0.5C_\Sigma^{(0)}$ и $C_g^{(0)} = 0.2C_\Sigma^{(0)}$. Температура равна $T = 0.2E_c^{(0)}$ как на рис. 14.

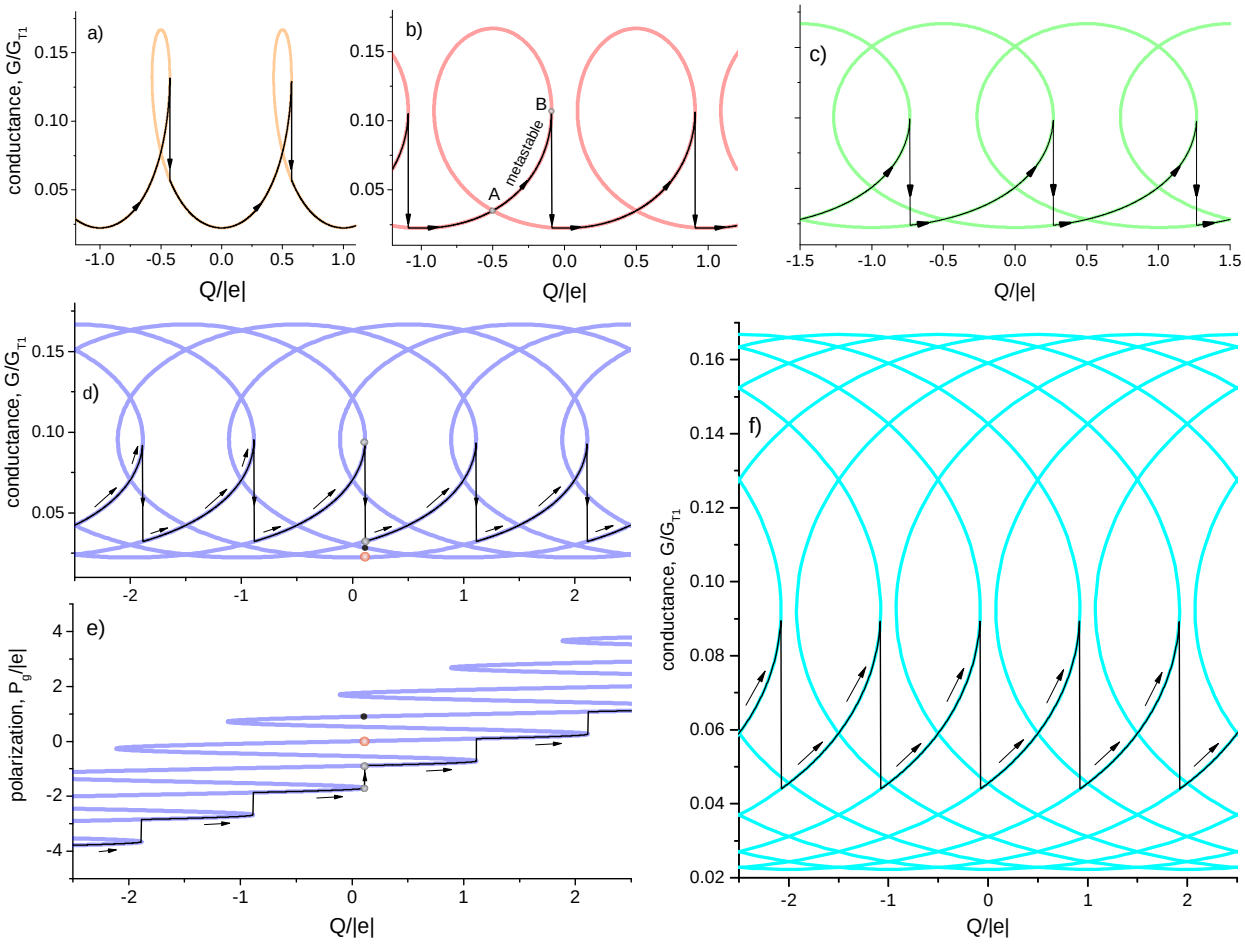


Рис. 16. Эффект памяти: рис. (a)–(d) и (f) показывают зависимость кондактанса для $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 1.3, 3.3, 5.3, 10, 20$ в случае стабильных и нестабильных ветвей ур. (3.107). На рис. (e) изображена поляризация для $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 10$. Стрелки показывают положение скачков гистерезиса для определённой ветви при увеличении Q. Все графики соответствуют фиксированной температуре $T = 0.2E_c^{(0)}$.

по Q нарушается [35].

Ниже обсуждается структура эффекта памяти. Когда ΔC_g больше критического значения, возникает несколько независимых решений уравнения самосогласованния на средний потенциал (3.107), для фиксированной температуры и напряжения затвора. Важный вопрос, какая ветвь устойчива? На рис. 16 графически проиллюстрирован ответ на этот вопрос. В соответствии с теорией ветвления [377], прыжки между ветвями происходят, когда наблюдаемая имеет бесконечную производную по Q. С другой стороны, ветвь решения должна соответствовать минимуму некоторого эффективного энергетического функционала. В нашем случае роль эффективной энергии играет

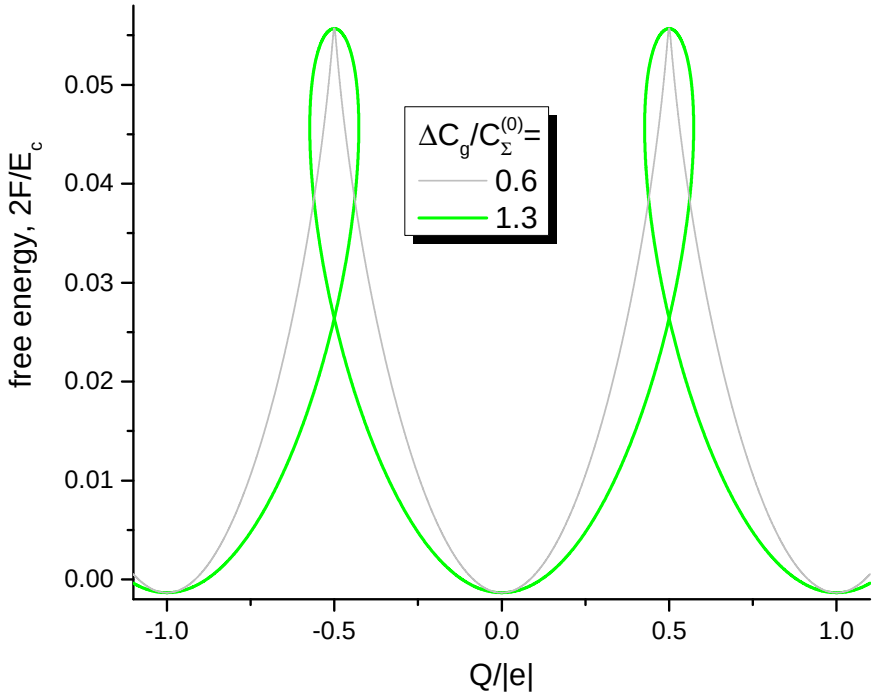


Рис. 17. Свободная энергия в ур. (3.36) при $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 0.6, 1.3$ и температуре $T = 0.2E_c^{(0)}$. Форма графика свободной энергии очень похожа на график $G(Q)$ на рис. 16a.

свободная энергия

$$F = -T \ln Z, \qquad Z = \sum_n \exp\left(-\frac{E_c^{(0)}(n - Q'/e)^2}{T}\right). \tag{3.36}$$

При температуре, равной нулю, F сводится к F_0, о которой шла выше речь.

Графики свободной энергии имеют похожую форму зависимости от от параметра Q как и кондактанс G. На рис. 17 показана свободная энергия для $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 0.6, 1.3$. Рис. 16b показывает, что ветвь кондактанса между точками “A” и “B” метастабильна: свободная энергия, соответствующая этой кривой, не минимальна. Однако при адиабатически медленном увеличении параметра Q система не переходит на нижнюю ветвь в точке A, но продолжает двигаться по метастабильной ветке. Аналогичные эффекты видны на графиках, показанных на рис. 17. Внешнее возмущение может привести к тому, что система, находящаяся в метастабильном состоянии, релаксирует в нижнее энергетическое состояние. Обычно таким возмущением являются ланжевеновские силы, вызванные термостатом. В этом случае прыжки между ветвями происходят случайно, до точки бифуркации. Такой сценарий типичен для любого гистерезиса.

Интуитивно, можно было бы предположить, что если кондактанс резко изменяется, то происходит прыжок на ветвь с наименьшей возможной энергией. Это иногда действительно так, см. рис. 16(a)–(c). Однако может реализовываться и иной сценарий, см.

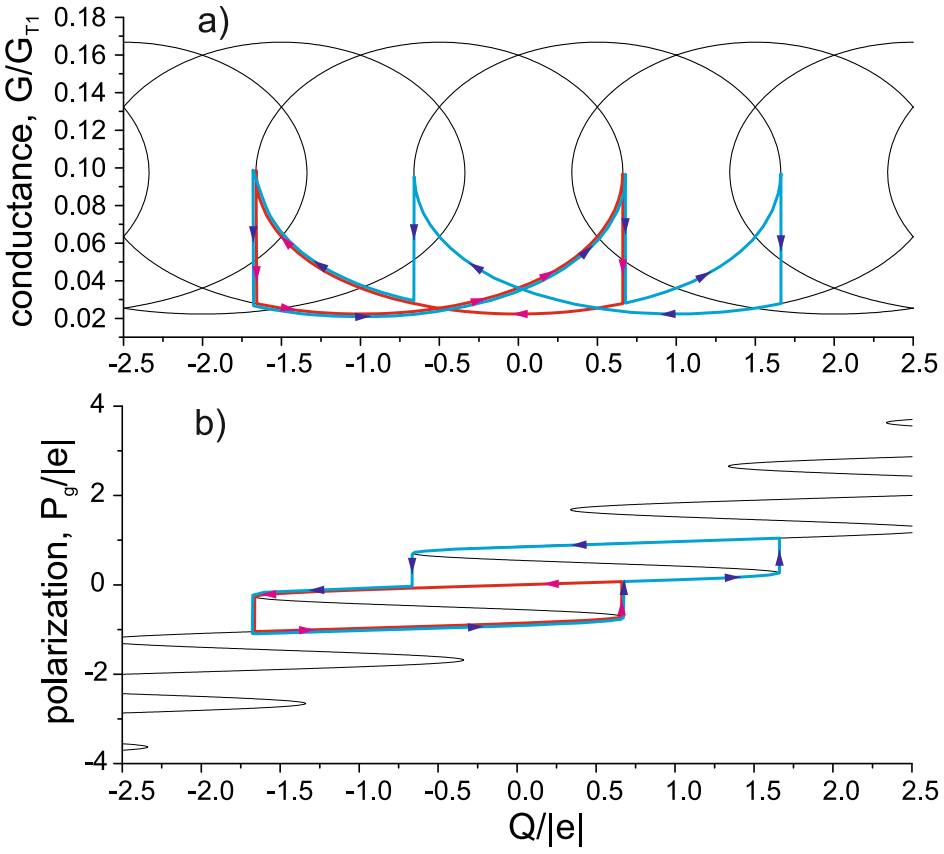


Рис. 18. Эффект памяти, проявляющийся в кондактансе (a) и средней поляризации изолятора затвора (b). Красная петля гистерезиса отвечает изменению параметра Q в интервале $(-2,1)$, а синяя кривая — $(-2,2)$. Параметры вычислений следующие: $\Delta C_g = 7.5C_\Sigma^{(0)}$, $T = 0.2\,E_c^{(0)}$, где $C_i^{(0)}$, $i = 1,2,g$ и R_j, $j = 1,2$ аналогично рис. 14.

рис. 16(d) и (f), где конечное состояние отнюдь не соответствует наименьшей энергии. Система могла бы перейти в состояние, отмеченное красной точкой на рис. 16(d), вместо того, чтобы перейти в состояние, отмеченное серой точкой, которое имеет бóльшую свободную энергию. Дело в том, что переход в состояние, отмеченное красной точкой, запрещен энергетически: система для этого должна преодолеть барьер с высотой порядка $E_c^{(0)}/4$. Таким образом, прыжки более высокого порядка (по изменению заряда на грануле) подавлены фактором $\exp(-E_c^{(0)}/4T)$.

Эффект памяти: “тонкая структура”

При численном исследовании эффекта памяти мы предположили, что параметр Q монотонно возрастает (или уменьшается) от минуса до плюс бесконечности (или наоборот). Однако при достаточно большом параметре ΔC_g, когда поляризация индуцирует на грануле более одного электрона, петля гистерезиса зависит от интервала, где изме-

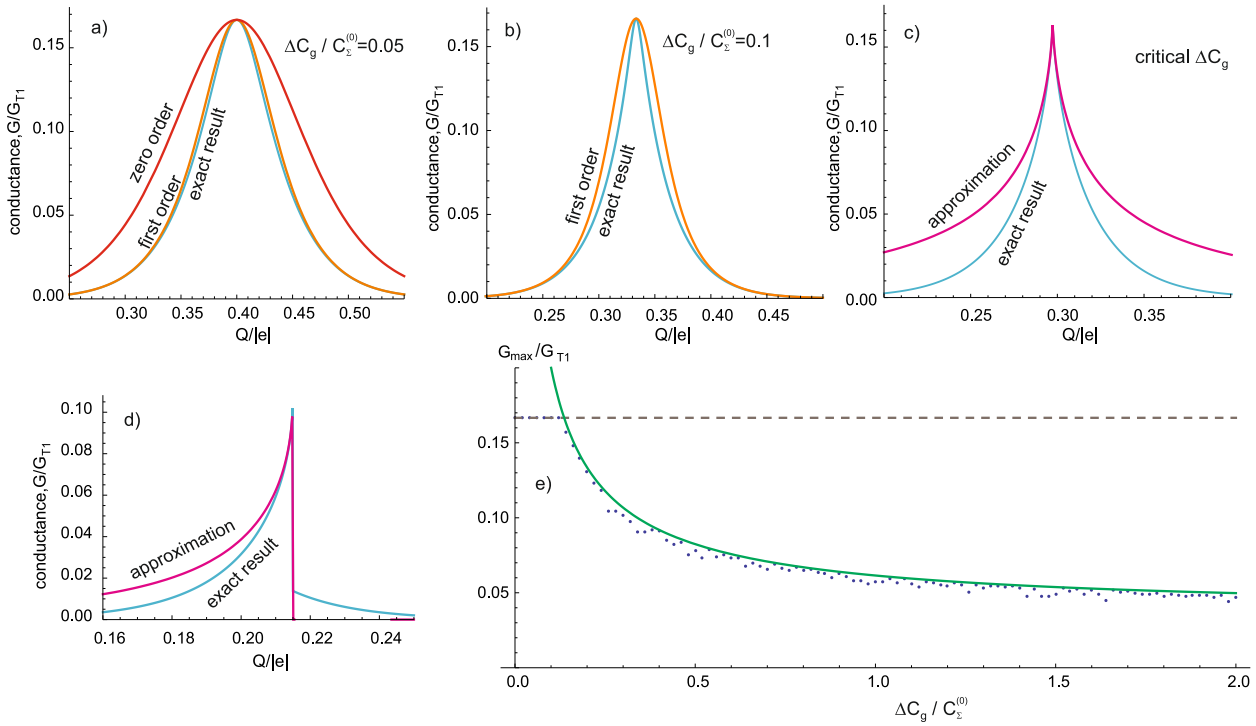


Рис. 19. (a) Численное решение для пика кондактанса при $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 0.05$ (голубая кривая), оранжевая кривая соответствует приближённому решению ур. (3.39) нулевого порядка, а красная кривая — решение первого порядка. (b) Численное и аналитическое решение для кондактанса при $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} = 0.1$. Приближения первого порядка хорошо аппроксимируют пик кондактанса при малом ΔC_g. (c) Кондактанс при критическом значении ΔC_g, когда появляется гистерезис. (d) Гистерезис кондактанса. (e) Амплитуда пика кондактанса при разных ΔC_g. Точками показано численное решение; пунктиру соответствует $G_{\max} = 1/2(R_1 + R_2)$; непрерывная зеленая линия — решение ур. (3.44) для $G_{\max}$. Параметры: $T = 0.06\,E_c^{(0)}$, в то время как, $C_1^{(0)}$, $C_2^{(0)}$, $C_g^{(0)}$ и $R_{1,2}$ такие же, как на рис. 14.

няется параметр Q. Это показано на рис. 18 с двумя возможными петлями гистерезиса: красная петля гистерезиса соответствует изменению параметра Q в интервале $(-2, 1)$, тогда как синяя кривая соответствует интервалу $(-2, 2)$. Во втором случае большая гистерезисная петля “включает” меньшие петли. Подводя итоги, для понимание эффекта памяти на конечных интервалах изменения параметра Q необходимо одновременно исследовать поведение проводимости и поляризации.

3.3.3. Пики кондактанса и эффект памяти: описание аналитическими асимптотическими формулами

Ниже обсуждается возможность аналитического описания транспортных свойств ОЭТ. При $V = 0$, в приближении "двух состояний" форма пиков кондактанса $G(Q)$ может быть найдена из ур. (3.35) подстановкой $Q^{(0)} \to Q'$, где Q' определено в ур. (3.32). Тогда кондактанс имеет аналитическую зависимость $G(Q) = G^{(0)}(Q')$. Уравнение для среднего потенциала (3.34) в этом приближении

$$\langle\phi\rangle = \frac{e}{C_\Sigma^{(0)}}\left(\frac{1}{2}\tanh\left(\frac{E_c^{(0)}}{T}\frac{\delta Q'}{e}\right) - \frac{\delta Q'}{e}\right), \tag{3.37}$$

где $\delta Q'/e = \min_k(Q'/e - (k+1/2))$. Комбинируя ур. (3.37) с ур. (3.32), мы найдем,

$$\delta Q'\frac{C_\Sigma}{C_\Sigma^{(0)}} - \frac{e}{2}\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma^{(0)}}\tanh\left(\frac{E_c^{(0)}}{T}\frac{\delta Q'}{e}\right) = \delta Q, \tag{3.38}$$

где $\delta Q = Q - (k+1/2)e$ — это отклонение параметра Q, k такое же как в $\delta Q'$, и $C_\Sigma = C_\Sigma^{(0)} + \Delta C_g$. Следует отметить, что уравнения написанные выше, справедливы для любого δQ пока $\delta Q' \ll 1$.

Область малых поляризаций

Ниже мы обсуждаем предел малой поляризации, означающий, что индуцированный заряд мал по сравнению с элементарным зарядом e. Используя малый параметр, $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} \ll 1$, мы раскладываем ур. (3.38) до второго порядка

$$(\delta Q')_0 = \delta Q\frac{C_\Sigma^{(0)}}{C_\Sigma}, \tag{3.39}$$

$$(\delta Q')_1 = (\delta Q')_0 + \frac{e}{2}\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma}\tanh\left(\frac{E_c^{(0)}}{T}\frac{(\delta Q')_0}{e}\right). \tag{3.40}$$

Кондактанс теперь может быть найден после подстановки $\delta Q^{(0)}$ вместо с $(\delta Q')_{0,1}$ в ур. 3.35.

$$G(\delta Q) = G^{(0)}(\delta Q') \tag{3.41}$$

Численные вычисления, представленные на рис. 19(а), показывают, что в первом порядке ур. (3.40) хорошо описывает форму пика в случае малого параметра $\Delta C_g/C_\Sigma^{(0)} \approx 0.1$, в о время как аппроксимант нулевого порядка недостаточен. Отметим, что параметр $\Delta C_g/C_g^{(0)}$ и, таким образом, период кондактанса по V_g ничем не ограничены в этом приближении.

Амплитуда и форма пиков кондактанса в режиме гистерезиса

Решение ур. (3.38) становится затруднительным при больших значениях параметра ΔC_g, когда кондактанс $G(Q)$ имеет гистерезис. В этом случае форма пиков кондактанса становится несимметричной, и кондактанс $G(Q)$ имеет максимум — точку бифуркации, соответствующую скачку поляризации. Точки бифуркации в ур. (3.38) могут быть найдены следующим образом

$$\frac{d}{dQ'}\left(\delta Q'\frac{C_\Sigma}{C_\Sigma^{(0)}}-\frac{e}{2}\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma^{(0)}}\tanh\left(\frac{E_c^{(0)}}{T}\frac{\delta Q'}{e}\right)\right)=0, \tag{3.42}$$

что сводится к

$$\cosh^2\left(\frac{E_c^{(0)}}{T}\frac{(\delta Q')_{\max}}{e}\right)=\frac{E_c^{(0)}}{2T}\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma}. \tag{3.43}$$

Два решения ур. (3.43) соответствует увеличению или уменьшению праметра Q (решения с $\delta Q'<0$ и $\delta Q'>0$ соответственно). Эти два решения приводят к зеркально отраженным пикам кондактанса. Поэтому мы ограничимся исследованием только уменьшающегося параметра Q. Для максимума кондактанса тогда справедливо следующее соотношение

$$G_{\max}=\frac{1}{2(R_1+R_2)}\frac{\operatorname{arccosh}\left(\sqrt{\frac{E_c^{(0)}}{2T}\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma}}\right)}{\sqrt{\frac{E_c^{(0)}}{2T}\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma}\left(\frac{E_c^{(0)}}{2T}\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma}-1\right)}}. \tag{3.44}$$

На рис. 19 показаны графики, иллюстрирующие точность этого соотношения.

Следует отметить, что в приближении “двух состояний” и при закритических значениях ΔC_g ур. (3.44) дает практически точное значение максимума кондактанса, и применимость этого уравнения ограничена только температурой. При конечных ΔC_g максимум кондактанса не соответствует точке вырождения $\delta Q'=0$, но $\delta(Q')_{max}\ll 1$ для $T\ll E_c^{(0)}$. Например, при температуре, равной $T=0.06E_c^{(0)}$, и $\Delta C_g\to\infty$ мы имеем: $\delta(Q')_{\max}/|e|\approx 0.1\ll 1$, что подтверждает правильность сделанных приближений (см. рис. 19)

Теперь мы найдем форму пиков кондактанса. Раскладывая ур. (3.38) до второго порядка около $\delta(Q')_{\max}$, мы найдем

$$A_0+A_2(\delta Q'-\delta(Q')_{\max})^2=\delta Q, \tag{3.45}$$

где

$$A_0=\frac{eT}{E_c^{(0)}}\frac{C_\Sigma}{C_\Sigma^{(0)}}\operatorname{arccosh}\left(\sqrt{\frac{E_c}{2T}\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma}}\right)-\frac{e}{2}\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma^{(0)}}\sqrt{1-\frac{2T}{E_c^{(0)}}\frac{C_\Sigma}{\Delta C_g}}, \tag{3.46}$$

и

$$A_2 = \frac{E_c^{(0)}}{eT}\frac{C_\Sigma}{C_\Sigma^{(0)}}\sqrt{1-\frac{2T}{E_c^{(0)}}\frac{C_\Sigma}{\Delta C_g}}. \tag{3.47}$$

Как следует из ур. (3.45) и (3.41), производная кондактанса по δQ расходится как $1/\sqrt{x}$ около максимума.

Форма пика кондактанса в точке бифуркации

Чтобы найти пик кондактанса при критическом значении параметра ΔC_g, мы разложим гиперболический тангенс в ур. (3.38) до третьего порядка. В результате мы найдем,

$$\delta Q'\left(1-\frac{\Delta C_g}{C_\Sigma^{(0)}}\left(\frac{E_c^{(0)}}{2T}-1\right)\right)+\frac{e\Delta C_g}{6C_\Sigma^{(0)}}\left(\frac{E_c^{(0)}}{T}\frac{\delta Q'}{e}\right)^3=\delta Q. \tag{3.48}$$

Линейный член равен нулю в критической точке. Тогда критическая поляризация изолятора затора

$$\Delta C_g^{(c)} = C_\Sigma^{(0)}(E_c^{(0)}/2T-1)^{-1}. \tag{3.49}$$

Аналогично найдем, что

$$\delta Q' = \frac{eT}{E_c^{(0)}}\sqrt[3]{6\frac{\delta Q}{e}\left(\frac{E_c^{(0)}}{2T}-1\right)}. \tag{3.50}$$

используя ур. (3.41), мы получим, что максимум кондактанса может быть аппроксимирован функцией $1/(1+x^{2/3})$ (где $x \propto \delta Q$), в то время как производная расходится вблизи максимума кондактанса как $1/\sqrt[3]{x}$. Из рис. 19(c) и ур. (3.50) следует, что это приближение для кондактанса имеет высокую точность только вблизи максимума.

3.3.4. Одноэлектронное туннелирование через медленный диэлектрик

Пики кондактанса в случае, когда медленные диэлектрики располагаются во всех конденсаторах

Рассмотрим общий случай, когда медленные диэлектрические слои располагаются внутри всех конденсаторах, так что отличны от нуля ΔC_1, ΔC_2 и ΔC_g. Использую ур. (3.32), найдем, что

$$Q' = Q + \Delta C_\Sigma \times \langle\phi\rangle(Q', V) - (\Delta C_2 - \Delta C_1)\frac{V}{2}, \tag{3.51}$$

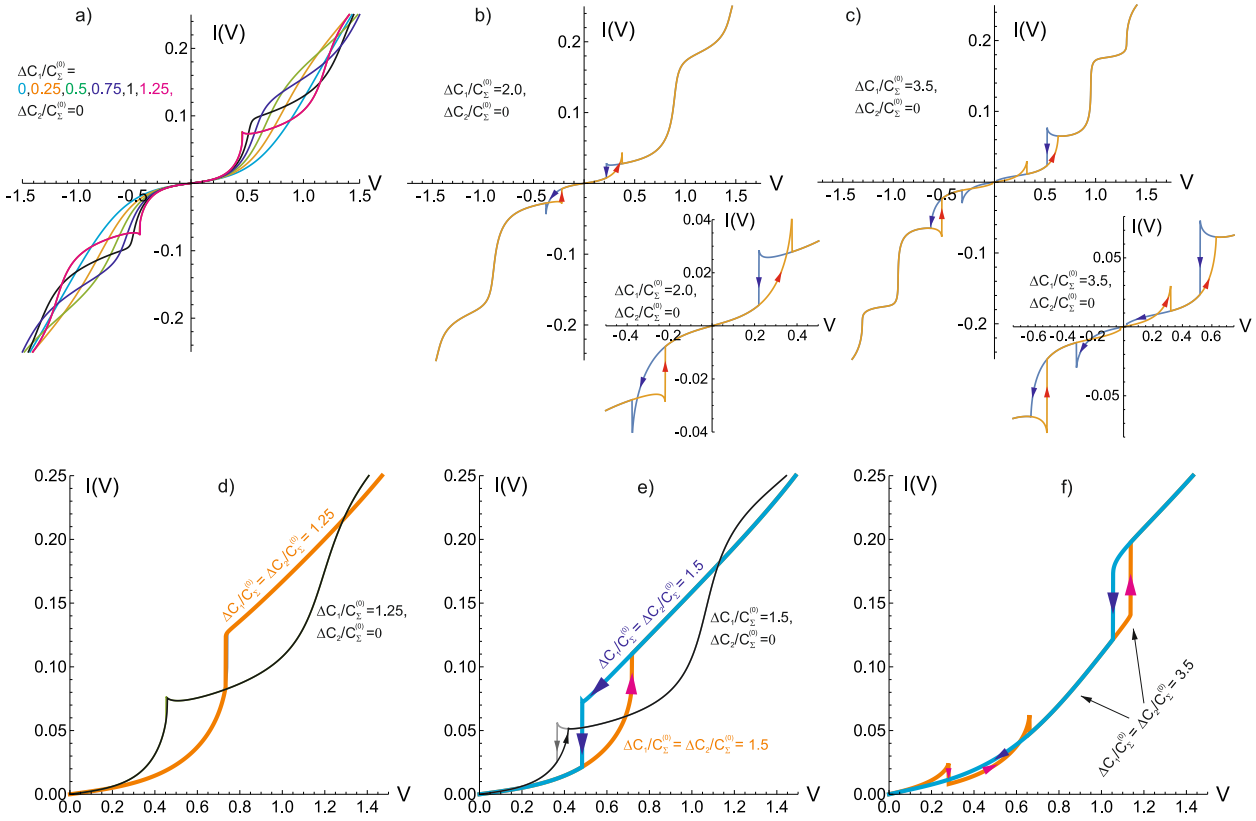


Рис. 20. Вольт-амперная характеристика $I(V)$ одноэлектронного транзистора с $C_g = 0$. Графики (a) соответствуют $I(V)$ при $\Delta C_1/C_\Sigma^{(0)} = 0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.25$. Более плавные кривые относятся к случаю ΔC_1. График (b) соответсвует $\Delta C_1/C_\Sigma^{(0)} = 1.5$. Разрывы на $I(V)$ (b),(c), и (e),(f) связаны с эффектом памяти: ветви соответствуют разным направлениям изменения напряжения. График (c) показывает $I(V)$ при $\Delta C_1/C_\Sigma^{(0)} = 3.5$. Вольт-амперная характеристика $I(V)$ может содержать много петель гистерезиса, в зависимости от величины электрического заряда, индуцированного на грануле диэлектрической поляризацией. Вставки (b),(c) показывают детали гистерезиса. На рис. (d) показано $I(V)$ при $\Delta C_1/C_\Sigma^{(0)} = 1.25$, $\Delta C_2/C_\Sigma^{(0)} = 0$ (черная кривая) и $\Delta C_1/C_\Sigma^{(0)} = \Delta C_2/C_\Sigma^{(0)} = 1.25$ (оранжевая кривая), в то время как график (e) относится к случаю $\Delta C_1/C_\Sigma^{(0)} = 1.5$, $\Delta C_2/C_\Sigma^{(0)} = 0$ (черная кривая) и $\Delta C_1/C_\Sigma^{(0)} = \Delta C_2/C_\Sigma^{(0)} = 1.5$ (оранжевая и синяя кривые). График (f) показывает $I(V)$ для $\Delta C_1/C_\Sigma^{(0)} = \Delta C_2/C_\Sigma^{(0)} = 3.5$. Общие параметры для всех графиков: $T = 0.06\,E_c^{(0)}$, $C_1^{(0)} = 0.6C_\Sigma^{(0)}$, $C_2^{(0)} = 0.4C_\Sigma^{(0)}$, and R_i, $i = 1, 2$ аналогично рис. 14. Единица напряжения была выбрана равной $E_c^{(0)}/|e|$, а ток нормирован на $E_c^{(0)}/|e|R_{T1}$.

где мы ввели параметр

$$\Delta C_\Sigma = \sum_{i=1,2,g} \Delta C_i. \tag{3.52}$$

Ниже в явном виде показано, что функции Q' и $\langle\phi\rangle$ зависят от напряжения V. В общем случае эта зависимость приводит к возникновению дополнительного вклада в кондактанс, пропорционального $\partial Q'/\partial V$:

$$G(Q,V) = \frac{\partial I^{(0)}(Q',V)}{\partial V} = G^{(0)}(Q',V) + \frac{\partial I^{(0)}(Q',V)}{\partial Q'}\frac{\partial Q'}{\partial V}, \tag{3.53}$$

где $I^{(0)}(Q,V)$ — ток, согласно ортодоксальной теории ОЭТ. Следует отметить, что ток I равен нулю при нулевой разности потенциалов между стоком и истоком при любом значении Q, поэтому последний член можно опустить при $V = 0$. Это объясняет, почему в приближении двух состояний ортодоксальной теории ОЭТ можно вычислить кондактанс, заменяя Q на Q' в ур. (3.35).

Если $V = 0$, то ур. (3.51) сводится к

$$Q' = Q + \Delta C_\Sigma \times \langle\phi\rangle(Q'). \tag{3.54}$$

Тогда

$$\delta Q'\left(1 + \frac{\Delta C_\Sigma}{C_\Sigma^{(0)}}\right) - \frac{e}{2}\frac{\Delta C_\Sigma}{C_\Sigma^{(0)}}\tanh\left(\frac{E_c^{(0)}}{T}\frac{\delta Q'}{e}\right) = \delta Q. \tag{3.55}$$

Как видно, единственное отличие Eq. 3.55 от ур. 3.38 заключается в замене ΔC_g на ΔC_Σ. Отсюда следует, что при $V = 0$ ОЭТ с медленными диэлектриками в туннельных контактах ведет себя аналогично $\Delta C_g > 0$, что раньше нами уже рассматривалось. Единственное отличие связано с тем, что медленный диэлектрик в конденсаторе затвора перенормирует период Q-осцилляций, в то время как медленные диэлектрики в других конденсаторах не влияют на период.

Мы можем обобщить наши результаты на случай положительной $\Delta C_g > 0$, изученный раньше. В частности, критическая поляризация, при которой впервые появляется эффект памяти в проводимости в $G(Q)$, становится интегральной величиной, см. (3.52), которая включает свойства всех медленных диэлектрических слоев:

$$\Delta C_\Sigma^{(c)} = C_\Sigma^{(0)}(E_c^{(0)}/2T - 1)^{-1}. \tag{3.56}$$

Амплитуду пиков кондактанса можно найти, используя замену, $\Delta C_g \to \Delta C_\Sigma$ в ур. (3.44). Форма пиков может быть получена с использованием той же подстановки в уравнениях раздела. 3.3.3.

Эффект памяти в вольт-амперной характеристике

Выше мы обсудили свойства ОЭТ с медленными диэлектриками, связанные с вариацией напряжения затвора V_g при $V = 0$. Ниже мы рассмотрим $I(V)$ при конечных V. Для простоты мы положим $C_g = 0$. Такие системы широко изучались в экспериментах за последние два десятилетия. Они могут проявлять кулоновскую блокаду даже при комнатной температуре ([403, 408–410]), а их легкость изготовления позволяет использовать широкий спектр барьерных материалов для экспериментов. Следую методам, изложенным в работах [403], мы рассмотрим вольт-амперные характеристики ОЭТ в широком диапазоне напряжений.

Типичная форма $I(V)$ показана на рис. 20; на рис. 20(a)–(c) коэффициент $\Delta C_2 = 0$, ΔC_1 меняется в конечных пределах. В $I(V)$ заметен эффект памяти при достаточно большом ΔC_1, и этот эффект зависит от направления изменения напряжения V. Скачки на кривых (b) соответствуют области гистерезиса, а стрелки показывают изменение напряжения. На рис. (c) показан гистерезис $I(V)$ при $\Delta C_1/C_\Sigma^{(0)} = 3.5$. ВАХ может иметь много петель гистерезиса, что зависит от величины заряда, который диэлектрическая поляризация наводит на грануле. Гистерезис во вольт-амперных характеристиках впервые появляется, когда параметр ΔC_1 больше чем $C_\Sigma^{(0)}$. Это первое критическое значение поляризации. При $\Delta C_1 \gtrsim 2C_\Sigma^{(0)}$, вторая петля гистерезиса появляется в $I(V)$. Поэтому это можно назвать вторым критическим значением ΔC_1. Для больших значений ΔC_1 мы ожидаем дальнейшего увеличения числа циклов гистерезиса.

Два типа ВАХ сравниваются на графиках (e)–(d) : i) с конечной ΔC_1 и нулевой ΔC_2, и ii) $\Delta C_1 = \Delta C_2$. В обоих случаях ряд критических значений ΔC одинаков, и для больших значений напряжения асимптотики ВАХ совпадают.

На рис. 20 показано, что ВАХ ОЭТ может сильно зависеть от направления изменения V. Более того, если ограничится одной из ветвей гистерезиса, то на ней

$$I(V) \neq -I(-V). \tag{3.57}$$

3.3.5. Кулоновская лестница ВАХ

Под кулоновской лестницей мы понимаем ступенчатую форму $I(V)$ в режиме сильной кулоновской блокады. Довольно часто кулоновская лестница служит индикатором кулоновсокой блокады [403, 408, 411–413]. Ниже будет показано, как медленная поляризация влияет на форму кулоновской лестницы. Мы выбираем $C_g = 0$ и концентрируемся на условиях, когда лестница наименее размыта, т.е. $T = 0$ и сильно асимметричные барьеры $R_1 \gg R_2$. В этих условиях, туннелирование происходит строго в направле-

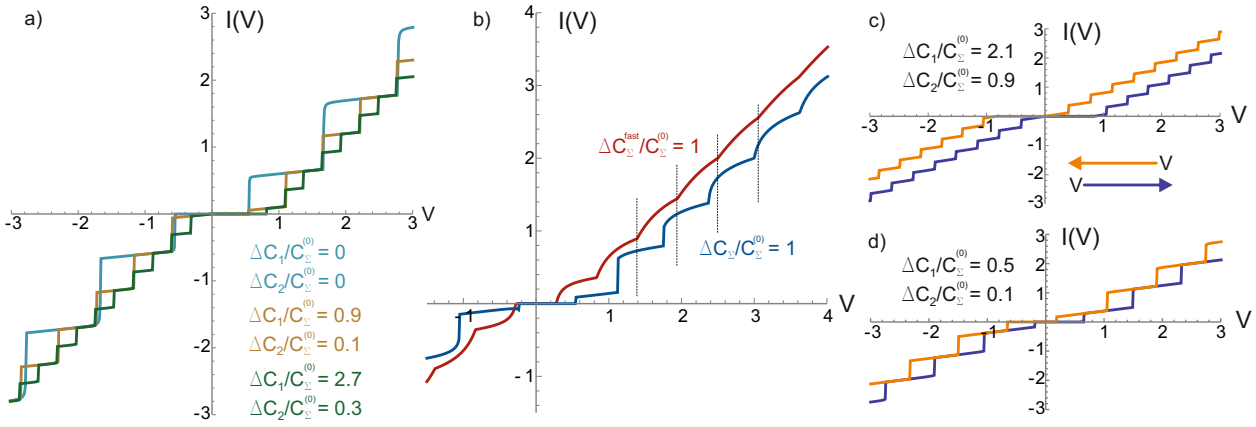


Рис. 21. Кулоновская лестница $I(V)$ ОЭТ при $T = 0$ и $C_g = 0$. (a) $I(V)$ в случае, когда шаги кулоновской лестницы при больших V одинаковы для случаев быстрого и медленного диэлектриков. Здесь $R_2/R_1 = 10^{-3}$, $C_1^{(0)} = 0.9C_\Sigma^{(0)}$, $C_2^{(0)} = 0.1C_\Sigma^{(0)}$. (b) Случай, когда шаги кулоновской лестницы для быстрого (синяя кривая) и медленного диэлектрика (красная кривая) сильно отличаются; поляризуемость в статическом пределе у обоих диэлектриков выбрана одинаковой и $R_2/R_1 = 0.25$, $C_1^{(0)} = 0.9C_\Sigma^{(0)}$, $C_2^{(0)} = 0.1C_\Sigma^{(0)}$. (c, d) Сдвиги кулоновских лестниц, вызванные гистерезисом $I(V)$ ОЭТ с медленным диэлектриком. Стрелки показывают направления изменения напряжения для ОЭТ с медленными диэлектриками. Здесь $R_2/R_1 = 10^{-3}$, $C_1^{(0)} = 0.7C_\Sigma^{(0)}$, $C_2^{(0)} = 0.3C_\Sigma^{(0)}$. Единица напряжения $|e|/C_\Sigma^{(0)}$, ток нормирован на $|e|/C_\Sigma^{(0)}(R_1 + R_2)$.

нии скачка электрохимических потенциалов, т.е., из 1-ого электрода во 2-ой электрод, предполагая, что $V > 0$. Благодаря относительно большой вероятности туннелирования электрона через второй туннельный переход, число избыточных зарядов на островке почти всегда остается равным минимально допустимому $n_{\min}$ из энергетических соображений. Оно может быть определено как минимальное n для которого $\Delta F_2^{n+1\to n} < 0$, так как $\Delta F_1^{n\to n+1} < 0$ для любого $n < 0$. Для данного $n_{\min}$ ток равен

$$I = \frac{1}{eR_1}\Delta F_1^{n_{\min}\to n_{\min}+1}, \tag{3.58}$$

где ΔF_1 — изменение свободной энергии при туннелирование электрона через первый электрод. Для обыкновенного ОЭТ (с быстрыми диэлектриками) эта формула приводит к $I(V)$ с характерной шириной ступеней, равной

$$\Delta V_{\text{step}} = |e|/C_1^{(0)}, \tag{3.59}$$

и скачками тока между ступенями

$$\Delta I_{\text{step}} = |e|/R_1 C_\Sigma^{(0)}, \tag{3.60}$$

где наклон $I(V)$ между ступенями равен

$$dI/dV = C_2^{(0)} V / C_\Sigma^{(0)} R_1 \tag{3.61}$$

Введение медленного диэлектрика в один из туннельных контактов приводит к новым эффектам (детали расчётов приведены в приложении 3.4.5). При $V > |e|/C_\Sigma^{(0)}$ медленная поляризация приводит к перенормировке кулоновской лестницы, что можно описать, заменяя значения емкостей в ур. 3.59-3.61 на новые значения $C_i = C_i^{(0)} + \Delta C_i$ (см. рис. 21(b)). Но, в отличие от быстрого диэлектрика, медленный диэлектрик сдвигает кулоновоскую лестницу, делая ее асимметричной, и что наиболее важно, зависимой от направления эволюции V, как показано на рис. 21(c,d).

Интересно, что сдвиг кривой $I(V)$ в экспериментах — довольно часто встречающийся эффект. Обычно он объясняется наличием какого нибудь паразитного заряда Q, наведенного на грануле (см, например, [403, 412]). Однако сдвиг, который мы предсказываем, заметно отличается, по крайней мере, в одном аспекте — он меняет знак с направлением эволюции V.

Подчеркнем, что описанное перемасштабирование и сдвиг $I(V)$ происходит только при определенных условиях $V > |e|/C_\Sigma^{(0)}$ и $R_1 \gg R_2$. Если R_2 имеют один и тот же порядок, то введение медленного диэлектрика может изменить шаги лестницы более сложным образом. Такая ситуация показана на рис. 21(b) где период лестницы не соответствует тому, который мы ожидали бы от простого рассмотрения емкостной ренормировки. Если R_1/R_2 еще ближе к единице, медленные диэлектрические барьеры качественно изменяют ВАХ, как обсуждалось в предыдущем разделе (см. рис. 20).

3.3.6. Обсуждение результатов

Прежде чем обсуждать особенности нашей модели ОЭТ, здесь мы кратко упомянем ограничения и возможные направления дальнейших исследований. Металлическая гранула характеризуется важным параметром: δE — среднее расстояние между одноэлектронными уровнями. Здесь мы сосредоточились на относительно большой металлическом грануле, где δE — наименьший энергетический параметр: $\delta E \ll T \ll E_c^{(0)}$. Однако, если, например, диаметр металлический гранулы $5\mathrm{nm}$ или меньше и $T \sim 300\mathrm{K}$, тогда δE может уже сравниться с T. [Полупроводниковые квантовые точки достигают этого предела для гораздо больших диаметров.] Этот случай широко обсуждался для ОЭТ [414]. Вместо решения транспортной задачи для ОЭТ с активным диэлектриком, мы должны учитывать статистику уровней и соответственно рассчитывать статистику высот пиков, обобщая методы, разработанные в [415–418].

Требования к диэлектрическим материалам

Здесь мы обсудим несколько возможных диэлектрических материалов, которые можно рассматривать как медленные изоляторы. При конечном внешнем электрическом поле локализованные электрические заряды смещаются, и диэлектрический материал поляризуется. Существует несколько физических процессов, способствующих поляризации: 1) сдвиг и деформация электронного облака, 2) смещение ионов в решетке и 3) молекулярная и / или микродипольная переориентация. Электроны, ионы и диполи могут образовывать различную поляризацию. Самая медленная поляризация соответствует электрокалорическим и миграционным (электронным, ионным или дипольным) механизмам с характерной частотой дисперсии, находящейся в диапазоне 10^{-4}–10^{-1} Hz и $10^{-3} - 10^{3}$ Hz, соответственно, при температуре $T = 300K$. Электромеханический механизм соответствует частотам $10^{5} - 10^{8}$ Hz, а тепловой механизм соответствует 10^{5}–10^{10} Hz. Диэлектрики, где тепловой механизм является самым большим, перспективны для применений в наноструктурах и могут рассматриваться как «медленные» диэлектрики.

Монослои Дитиола (SAM) имеют статическую диэлектрическую проницаемость $\epsilon(\omega = 0) \sim 3$ и характерную частоту релаксации $\sim 10^{4}$ Hz. [404] Эти материалы являются хорошими кандидатами для медленных диэлектриков. Такие диэлектрические слои были использованы в ОЭТ [403]. В этих экспериментах гистерезис не наблюдался, но между значениями емкостей, полученными в результате подгонки экспериментальных данных с ортодоксальной моделью, и расчетами ad-initio имело место значительное расхождение.

Другими перспективными материалами для наблюдения гистерезиса являются полярные кристаллические диэлектрики, например, $BaTiO_3$ или KDP, со статической поляризуемостью $\epsilon(\omega = 0) \sim 10^{3}$ и типичной частотой релаксации $\omega_c \sim 10^{6}$ Hz.

Быстрые емкости

Здесь мы обсудим геометрическую емкость $C_i^{(0)}$, $i = 1, 2, g$. Мы предположили, что эти емкости имеют электростатическое происхождение. Однако при строгом анализе они включают высокочастотную диэлектрическую проницаемость ϵ_∞ (обычно между 1 и 10). Таким образом, в нашем рассмотрении медленная поляризуемость α_i является в действительности разностью между низко- и высокочастотными пределами α_i. Например, для $BaTiO_3$ разница между низко- и высокочастотными диэлектрическими проницаемости равна $\epsilon \sim 10^{3}$. Это достаточно большая величина.

Критическая поляризация

Эффекты медленной поляризации определяются соотношением «медленных» и «быстрых» емкостей $\Delta C_\Sigma / C_\Sigma^{(0)}$. Если конденсатор полностью заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon(\omega)$, то $\Delta C_\Sigma / C_\Sigma^{(0)} = (\epsilon(0) - \epsilon(\infty))/\epsilon(\infty)$. Из разделов. 3.3.2 и 3.3.4 следует, что при $\Delta C_\Sigma / C_\Sigma^{(0)} \sim 1$ можно наблюдать сильное влияние медленной поляризации, что требует $\epsilon(0) \gtrsim 2\epsilon(\infty)$.

Последнее требование становится еще менее строгим при более низких температурах. В частности, критическое значение $\epsilon(0)^{(c)}/\epsilon(\infty)$, при котором наблюдается “опрокидывание” пиков кондактанса, стремиться к 1 при $T \to 0$ (см. ур. (3.56)). Для условий, как на рис. 19(e) $\epsilon(0)^{(c)} \approx 1.14\epsilon(\infty)$.

Температурная зависимость эффектов кулоновской блокады

Хорошо известным следствием ортодоксальной теории ОЭТ является то, что для экспериментального наблюдения явлений кулоновской блокады температура системы должна быть ниже, чем $E_c = e^2/2C_\Sigma$. Здесь суммарная емкость C_Σ включает диэлектрическую восприимчивость туннельного барьера. Напротив, наши численные расчеты показывают, что если диэлектрический отклик достаточно медленный, следует учитывать только отношение $E_c^{(0)}/T$ при рассмотрении размытия кулоновских эффектов за счет конечной температуры. Это должно привести к более выраженной блокировке системы с медленным диэлектриком при заданной температуре и геометрии электрода, как показано на рис. 22.

3.3.7. Приложение: расчёт изменения кулоновской энергии при тунелировании электронов с электродов на гранулу и обратно

Здесь мы покажем, как вычисляются энергия $\Delta U_n^\pm$. Если число электронов на грануле изменяется от n до $n \pm 1$ в некотором процессе, то изменение электростатической энергии

$$\Delta U_n^\pm = \int_n^{n\pm1} \sum_i (\phi - V_i) dq_i = \int_n^{n\pm1} \sum_i (\phi - V_i) \left(C_i^{(0)} d\phi + S_i dP_i \right), \tag{3.62}$$

где q_i — заряды конденсаторов, а P_i — диэлектрические поляризации в туннельных барьерах. Для быстрых и медленных диэлектриков P_i ведут себя по-разному при перезарядке гранулы. Если диэлектрический отклик быстрый, P_i следует за ϕ, что приводит к перенормировке емкости. Для медленных диэлектрических слоев поляризация не мо-

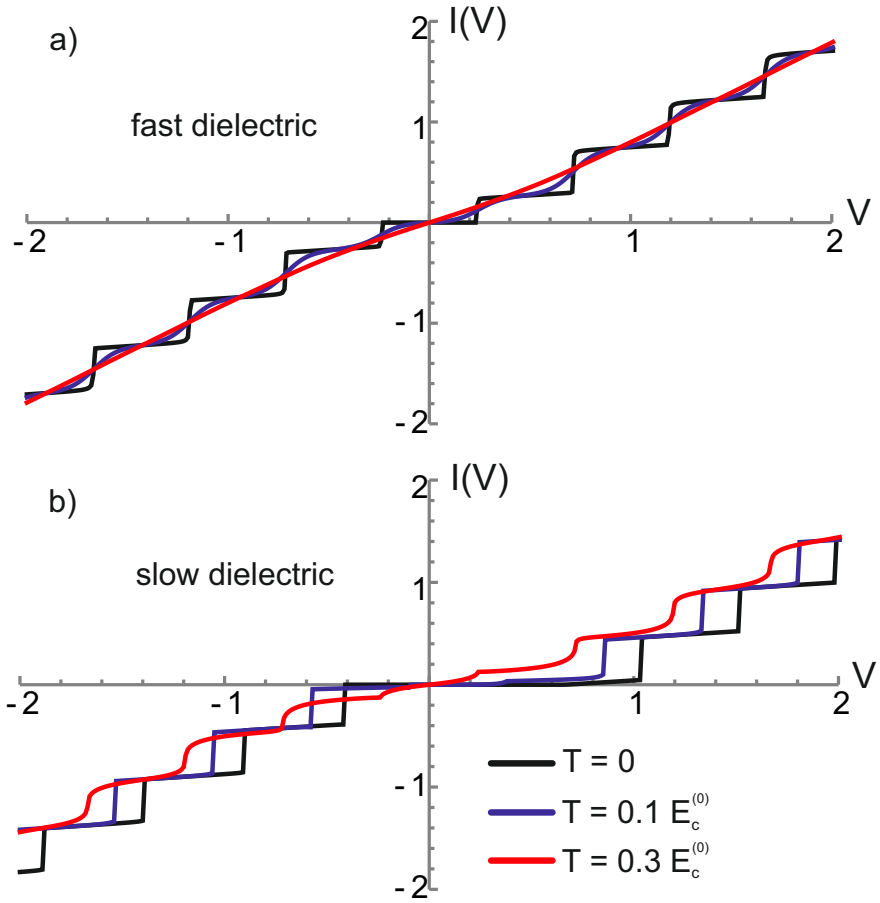


Рис. 22. Температурная зависимость кулоновской лестницы в $I(V)$ (a) обыкновенного ОЭТ с быстрыми диэлектриками в емкостях и (b) ОЭТ с медленными диэлектриками. При построении графика (b) использовались следующие параметры ОЭТ $C_1^{(0)} = 0.7C_\Sigma^{(0)}$, $C_2^{(0)} = 0.3C_\Sigma^{(0)}$, $\Delta C_1 = 1.4C_\Sigma^{(0)}$, $\Delta C_2 = 0$. При построении графика (a) — $C_1 = 2.1C_\Sigma^{(0)}$ и $C_2 = 0.3C_\Sigma^{(0)}$. Общие параметры для обоих графиков: $R_2/R_1 = 10^{-3}$, и на графике (b) $I(V)$ показана для увеличивающегося V. Единица напряжения $|e|/C_\Sigma^{(0)}$, ток нормирован в единицах $|e|/C_\Sigma^{(0)}(R_1 + R_2)$.

жет измениться на время скачка электрона и, следовательно, $dP = 0$ и

$$\Delta U_n^{\pm} = \frac{1}{2}\sum_i C_i^{(0)}(\phi - V_i)^2 \Bigg|_{\phi(n)}^{\phi(n\pm1)}. \tag{3.63}$$

Здесь $\phi(n)$ найдены из условия детального балланса (3.23)

$$\phi(n) = \frac{1}{C_\Sigma^{(0)}}\left[e\left(n - \sum_i P_i S_i/e\right) + \sum_i C_i^{(0)} V_i\right]. \tag{3.64}$$

Здесь P_i – постоянная, не зависящая от n. Подставляя ур. (3.64) в (3.63) мы получим ур. (3.29).

3.3.8. Форма кулоновской лестницы

При нулевой температуре скорости туннелирования электрона на гранулу и с гранулы

$$\Gamma_{1,2}^{n\to n\pm1} = \frac{1}{e^2 R_{1,2}}\left(-\Delta F_{1,2}^{n\to n\pm1}\right)\Theta\left(-\Delta F_{1,2}^{n\to n\pm1}\right), \tag{3.65}$$

где n — количество избыточных электронов на грануле, а туннелирование происходит через 1-й или 2-й электрод. Изменения свободной энергии $\Delta F_{1,2}$ при перезарядке гранулы

$$\Delta F_1^{n\to n\pm1} = \frac{e}{C_\Sigma^{(0)}}\left(\frac{e}{2} \pm (ne - Q') \pm C_2^{(0)} V\right) \tag{3.66}$$

$$\Delta F_2^{n\to n\pm1} = \frac{e}{C_\Sigma^{(0)}}\left(\frac{e}{2} \pm (ne - Q') \mp C_1^{(0)} V\right). \tag{3.67}$$

Рассмотрим случай $V > 0$. Из 3.65 следует, что туннелирование происходит, если для некоторого n одновременно $\Delta F_1^{n\to n+1} \le 0$ и $\Delta F_2^{n+1\to n} \le 0$ (нет обратного туннелирования при $T = 0$). Эти условия могут быть объединены в

$$Q'/e - 1/2 + C_1^{(0)} V/e \le n \le Q'/e - 1/2 - C_2^{(0)} V/e. \tag{3.68}$$

Поскольку туннелирование от 1-го электрода на гранулу происходит гораздо медленнее, чем от гранулы до 2-го электрода ($R_1 \gg R_2$), то количество электронов на грануле почти всегда остается равным самому низкому энергетически допустимому значению $n_{\min}$. Ток тогда равен

$$I = -e\frac{\Gamma_1^{n\to n+1}\Gamma_2^{n+1\to n}}{\Gamma_1^{n\to n+1} + \Gamma_2^{n+1\to n}} \approx -e\Gamma_1^{n_{\min}\to n_{\min}+1}. \tag{3.69}$$

Осталось вычислить $n_{\min}$. Поскольку мы пренебрегаем C_g, только заряд, вызванный медленной поляризацией, порождает Q'

$$Q' = \frac{\Delta C_\Sigma}{C_\Sigma} n_{\min} e + \frac{\Delta C_1 C_2^{(0)} - \Delta C_2 C_1^{(0)}}{C_\Sigma} V. \tag{3.70}$$

$n_{\min}$ можно найти из условия

$$\left\lceil -\frac{1}{2} - \frac{n_{\min}}{1 + \Delta C_\Sigma / C_\Sigma^{(0)}} + \frac{C_1}{(1 + \Delta C_\Sigma / C_\Sigma^{(0)})}\frac{V}{e} \right\rceil = 0, \tag{3.71}$$

где $\lceil x \rceil$ обозначает наименьшее целое число, большее, чем x. Стоит отметить, что уравнение 3.71 предсказывает множество решений для $n_{\min}$ при V, близких к текущим точкам перехода, если $\Delta C_\Sigma > 0$ (см. рис. 21 (g)).

ВАХ тогда равна

$$I(V) = \frac{1}{R_1 C_\Sigma}\left(\frac{e}{2}\frac{C_\Sigma}{C_\Sigma^{(0)}} + n_{\min} e + C_2 V\right). \tag{3.72}$$

Последняя формула демонстрирует полную перенормировку емкостей и сдвиг в $I(V)$, как показано на рис. 21(а).

3.4. Эффект памяти в сегнетоэлектрическом одноэлектронном транзисторе: нарушение периодичности кондактанса по напряжению затвора

Основным свойством большинства одноэлектронных устройств с квазинепрерывным спектром квазичастиц на грануле является периодичность их транспортных характеристик по напряжению затвора. Это свойство является устойчивым даже в случае размещения сегнетоэлектрических изоляторов в туннельных переходах между гранулой, источником и стоком. Мы покажем, что размещение сегнетоэлектрика внутри емкости затвора нарушает эту периодичность. Вольт-амперные характеристики этого ОЭТ сильно зависят от сегнетоэлектрической поляризации и показывают гигантский эффект памяти даже для незначительного сегнетоэлектрического гистерезиса, что делает это устройство перспективным для приложений в качестве ячеек памяти.

Как уже говорилось выше во введении, сегнетоэлектричество, подобное магнетизму, находится на стадии интенсивного изучения на протяжении десятилетий. Недавний прогресс в сегнетоэлектричестве движется в направлении i) миниатюризации сегнетоэлектрических наносистем, где они проявляют новые физические свойства по сравнению с объемными сегнетоэлектрическими материалами [349–362], и ii) современные компьютерные процессоры и ячейки памяти требуют хранения и перемещения электрических зарядов и управления соответствующими электрическими полями. Существует тенденция к дальнейшему повышению эффективности современных процессоров, что приводит к переходу электроники с наноуровня к масштабам отдельных атомамов и перемещению зарядов порядка элементарного заряда. Управляемые наноферроэлектрики являются перспективными устройствами для хранения и обработки информации.

Недавно было показано, что наличие сегнетоэлектриков в туннельных контактах между стоком (истоком) и гранулой одноэлектронного транзистора (ОЭТ) приводит к возникновению эффекта памяти в вольт-амперных характеристиках даже в пределе пренебрежимо малого гистерезиса сегнетоэлектриков [32–37, 40, 363]. Существуют определённые технологические трудности создавать сверхтонкие (атомарной толщины) сегнетоэлектрические туннельные контакты. Технологически гораздо легче производить сегнетоэлектрические контакты относительно большой толщины, когда туннеливание через них уже невозможно. Такой слой можно поместить в емкость затвора ОЭТ. С первого взгляда, физика такого сегнетоэлектрика должна быть аналогична физике ОЭТ, рассмотренной в [32–37, 40, 363] с сегнетоэлектриками в туннельных контактах между стоком (истоком) и гранулой. Но это не так.

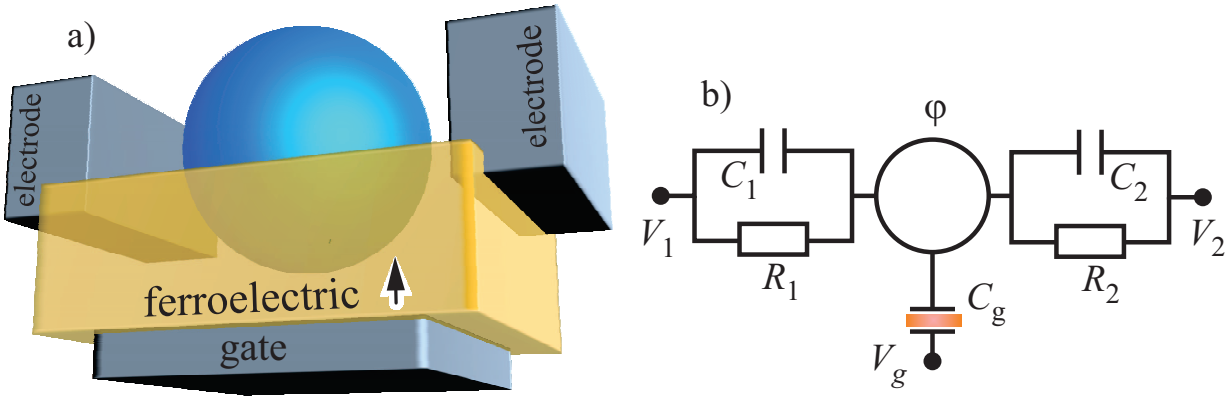


Рис. 23. (a) Эскиз одноэлектронного транзистора (ОЭТ) с сегнетоэлектриком, размещенным в конденсаторе затвора. b) эквивалентная схема.

3.4.1. Одноэлектронный транзистор с сегнетоэлектрическим затвором

Модель ОЭТ

Сегнетоэлектрик, помещённый в качестве диэлектрической прослойки конденсатора затвора, изменяет распределение избыточного заряда в металлической наногрануле. В отсутствие квантовых флуктуаций избыточный заряд гранулы $ne = \sum_i \{C_i [\phi(n) - V_i]\} + \int_g d\mathbf{S}_g \cdot \mathbf{P}_g$. Здесь n — число квантов заряда, e — элементарный заряд, $\phi(n)$ — потенциал наногранулы, C_i, $i = 1, 2, g$ — емкости и $\mathbf{S}_g$ — эффективная площадь поверхности конденсатора затвора. Поверхностное интегрирование выполняется по поверхности части наногранулы, находящейся в контакте с сегнетоэлектриком. Поляризация $\mathbf{P}_g$ зависит от заряда гранулы. Таким образом, исследование статистики заряда на грануле необходимо выполнить самосогласованно с вычислением поляризации [32–37, 40, 363].

В общем случае, зависимость поляризации от электрического поля имеет гистерезис. Данная модель это учитывает:

$$P^{(u/d)}(\mathcal{E}) = P^0 \tanh\left(\frac{\mathcal{E} \pm \mathcal{E}_h}{\mathcal{E}_s}\right) + \alpha\mathcal{E}, \tag{3.73}$$

где “u” и “d” обозначают верхнюю и нижнюю ветви гистерезиса , $\mathcal{E}_s$ — это поле насыщения, P^0 — поляризация насыщения, $\mathcal{E}_h$ характеризует ширину гистерезиса. Аналогично мы можем написать зависимость поляризации от напряжения, вводя $V_s = \mathcal{E}_s d$ and $V_h = \mathcal{E}_h d$, где d порядка ширины конденсатора: $P^{(u/d)}(V) = P^0 \tanh\left(\frac{V \pm V_h}{V_s}\right) + \alpha V$. Типичная зависимость $P(V)$ показана на рис. 24.

В типичном одноэлектронном транзисторе электронное туннелирование происходит значительно быстрее, чем релаксация ферроэлектрика [32–37, 40, 363]. Это связано с тем, что сегнетоэлектричество обычно связано со сдвигом ионов, которые достаточно

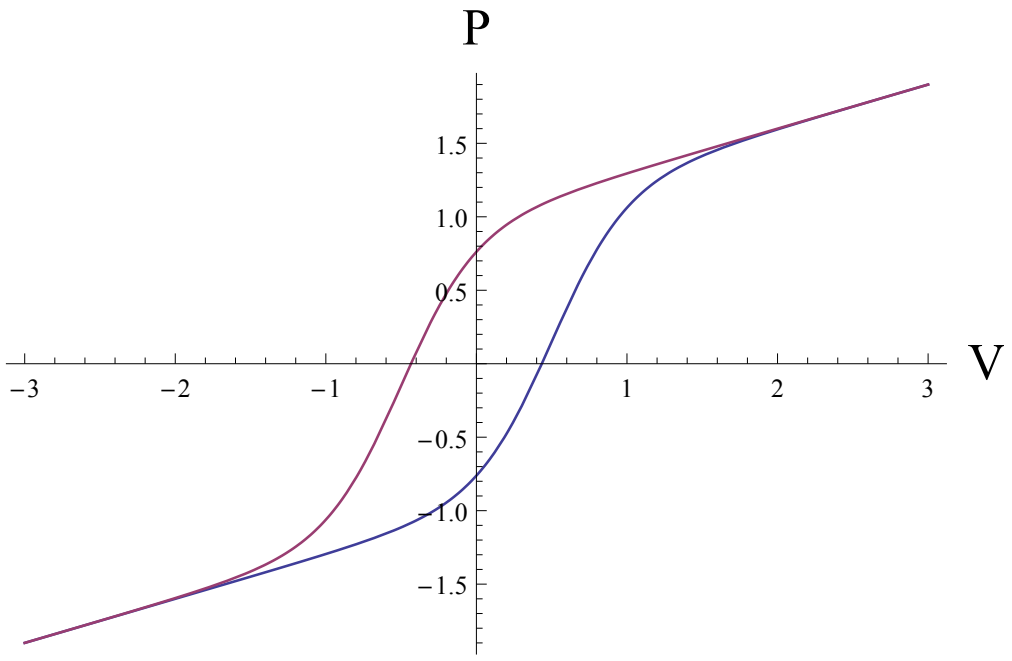


Рис. 24. Типичная зависимость поляризации сегнетоэлектрика в конденсаторе от приложенного напряжения.

тяжелы и инертны. Поэтому сегнетоэлектрик в ОЭТ чувствителен к среднему электрическому полю, усреднённому по быстрым процессам туннелирования [32–37,40,363]. Таким образом, для фиксированной поляризации сегнетоэлектрика **P** можно вычислить средний потенциал гранулы $\langle\phi\rangle$. Так как $\langle\phi\rangle$ сам по себе зависит от поляризации P через вероятностное распределение $p(n)$, описывающее статистику избыточных зарядов на грануле, то мы получаем систему самосогласованных уравнений. Сами вероятности могут быть рассчитаны с использованием модифицированной "ортодоксальной" теории ОЭТ, см. [419–421].

Безразмерные единицы и основные обозначения

ОЭТ имеет ряд важных параметров. Для аналитических и численных расчетов удобно использовать следующие единицы: $2E_c = e^2/C_\Sigma$ — это единица энергии ($k_B = 1$), элементарный заряд e (безразмерный заряд электрона равен -1). Емкость становится безразмерной $e^2/2E_c$, так что $C_\Sigma = 1$. Мы используем туннельное сопротивление левого туннельного контакта ОЭТ, R_1, между левым электродом и наногранулой как единицу сопротивления. Также мы используем эффективный заряд на затворе как контрольный параметр: $Q_0 = -V_g C_g$.

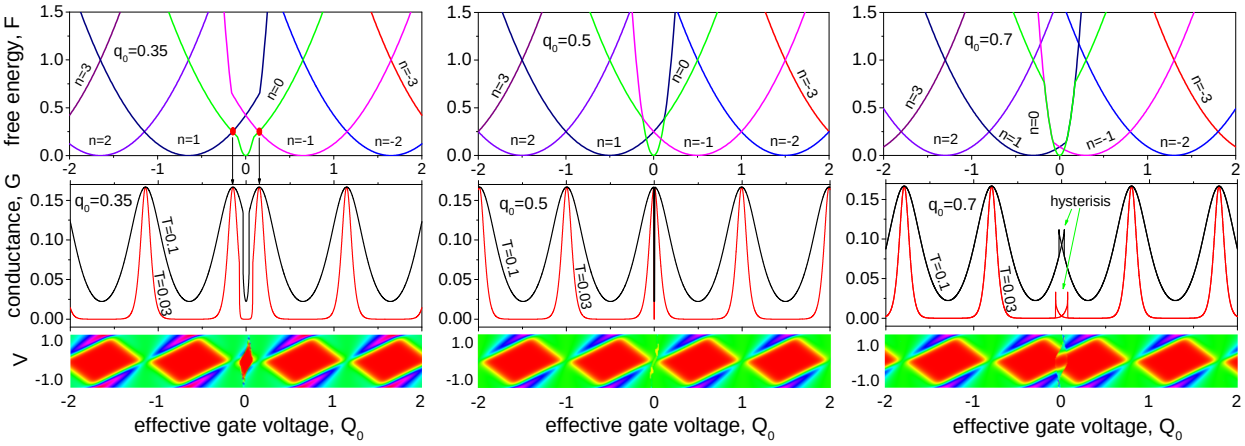


Рис. 25. Благодаря слою ферроэлектрика в ОЭТ нарушается фундаментальное свойство ОЭТ: периодичность его транспортных свойств по напряжению затвора V_g. Только когда $|Q_0| > 1/2$, кулоновские пики эквивидистантны. Верхний ряд: эффективная саобдная энергия ОЭТ f_n, см. ур. (3.76). Средний ряд: кондактанс при нулевом тянущем напряжении. Нижний ряд: график распределения кондактанса в плоскости (V, Q_0). Параметры графиков: $C_1 = 0.3$, $C_2 = 0.5$, $C_g = 0.2$, $R_1 = 1$, $R_2 = 2$, $V_s = 0.01$, и $V_h = 0$.

3.4.2. Сегнетоэлектрический ОЭТ при низких температурах. Ортодоксальная теория.

Ниже рассматривается предел низких температур, $T \ll E_c$, где транспортные свойства ОЭТ хорошо описываются так называемой “ортодоксальной теорией” [372–375]. Обобщение ортодоксальной теории на ОЭТ с сегнетоэлектриками было недавно описано выше. Используя уравнения, полученные в предыдущих разделах, можно получить функцию распределения $p(n)$, описывающую число избыточных зарядов на грануле, взаимозависимость поляризаций сегнетоэлектриков в конденсаторах, электрический ток и многое другое.

Сегнетоэлектрик с бесконечно тонкой петлей гистерезиса

Сначала мы рассмотрим предельный случай сегнетоэлектрика с бесконечно узкой петлей гистерезиса, когда $\mathcal{E}_h = 0$ в ур. (3.73). Также мы предположим, что параметр $\alpha = 0$ в ур. (3.73). Используя эти предположения, мы объясняем сильное влияние сегнетоэлектричества в конденсаторе затвора на фундаментальное свойство ОЭТ: периодичность его транспортных свойств по напряжению затвора V_g.

Сегнетоэлектрик с малым полем переключения: $V_s \ll 1$

Основные характеристики ОЭТ с сегнетоэлектрическим конденсатором затвора могут быть качественно объяснены в случае малого поля переключения, $V_s \ll 1$.

Сначала будет исследован ОЭТ в случае нулевого управляющего напряжения $V = 0$ и нулевого напряжения переключения, $V_s = 0$. Мы будет также предполагать, что электроны не туннелируют между электродами и гранулой. Это предположение является оправданным, если напряжение затвора находится вдали от точек пересечения различных ветвей свободной энергии. В этом случае число избыточных зарядов на островке не меняется, а средний потенциал равен мгновенному потенциалу $\phi = \langle\phi\rangle$ и $\int_g \mathrm{P} \cdot d\mathrm{S}_g = q_0 \,\mathrm{sign}(\phi - V_g)$. Уравнение, описывающее потенциал ϕ, имеет вид

$$ne = C\phi + C_g(\phi - V_g) + q_0 \,\mathrm{sign}(\phi - V_g). \tag{3.74}$$

Здесь $C = C_1 + C_2$. Соотношение 3.74 имеет следующее решение в пределе $V_s \to 0$:

$$\phi = \begin{cases} \frac{C_g V_g + ne + q_0}{C + C_g}, & V_g > \frac{ne+q_0}{C}, \\ \frac{C_g V_g + ne - q_0}{C + C_g}, & V_g < \frac{ne-q_0}{C}, \\ V_g, & \frac{ne-q_0}{C} < V_g < \frac{ne+q_0}{C}. \end{cases} \tag{3.75}$$

Каждая ветвь потенциала ϕ имеет три характерные области. В двух областях ветви ϕ имеют одинаковый наклон, но отличаются сдвигом на напряжение $2q_0/C_\Sigma$. Переход между этими областями расположен в окрестности точки $Q_0 = -C_g ne/C$ с шириной порядка $C_g 2q_0/C$. Для параметра $q_0 < 0.5e$ разные ветви не пересекаются, а при $q_0 > 0.5e$ ветви пересекаются на прямой $\phi = -Q_0/C_g$. Пересечение ϕ с 0 происходит в точке $(ne \pm q_0)$.

Следуя “ортодоксальной теории” , можно легко получить следующее выражение для свободной энергии ОЭТ

$$F = \min_n f_n, \; f_n = E_c(C_\Sigma \phi)^2 = E_c(en - Q_0 - P)^2. \tag{3.76}$$

Для нулевой поляризации $P = 0$ функция f_n является параболой как функция $Q_0 = -V_g C_g$. При конечном P сегнетоэлектрическая поляризация зависит от параметра Q_0, что делает функцию $f_n(Q_0)$ более сложной, состоящей из фрагментов парабол, разделенных некоторой переходной областью, см. рис. 25. В точках вырождения, где пересекаются ветви функции $f_n(Q_0)$, кулоновская блокада подавляется, позволяя электронам свободно проходить через ОЭТ от одного электрода к другому. Положения этих точек вырождения соответствуют максимумам кондактанса. Они равны $((n + 1/2)e \pm q_0)$. Таким образом, все пики кондактанса двигаются в сторону нулевого точки с напряжением затвора, равным нулю, по мере увеличения $P(q_0)$. Если пик достигает точки

$Q_0 = 0$, он остается в этой точке при дальнейшим увеличении параметра q_0. Все пики имеют одинаковую величину сдвига, но направление сдвига отличается для пиков ниже и выше точки $Q_0 = 0$. Именно это приводит к нарушению периодичности кондактанса ОЭТ. Численно рассчитанные пики проводимости приблизительно соответствуют точкам вырождения, как показано на рис. 25.

В рамках ортодоксальной теории кондактанс ОЭТ (без сегнетоэлектриков) при низких температурах, $T \ll E_c$, равен

$$G(\delta Q_0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{e\,\delta Q_0 / C_\Sigma T}{\sinh(e\,\delta Q_0 / C_\Sigma T)}. \tag{3.77}$$

Здесь $\delta Q_0 = \min_k [Q_0 - (2k+1)\frac{e}{2}] \ll e$ — отклонение индуцированного завтором заряда от ближайшей точки вырождения. Если в конденсаторе завтора имеется сегнетоэлектрик, то необходимо заменить отклонение δQ_0 на

$$\delta Q_s \to \min_k \left[q_0 \tanh\left(\frac{\langle \phi \rangle + Q_0/C_g}{V_s} \right) + Q_0 - (2k+1)\frac{e}{2} \right]. \tag{3.78}$$

Это уравнение справедливо, если $q_0 \ll 1$. Для малого напряжения переключения $V_s \lesssim 1$ мы можем заменить $\tanh$ в уравнении (3.78) на единицу. Тогда, используя уравнение (3.77), можно найти, что пики кондактанса сдвинуты на Q_0 для $Q_0 > 0$ и $-q_0$ для $Q_0 < 0$. Это согласуется с численными расчетами, см. рис. 25.

Наиболее важным эффектом, который следует из уравнения (3.78), учитывающего сегентоэлектрики в конденсаторах, является нарушение периодичности кондактанса по параметру Q_0. Эта периодичность является основным свойством “обычных” ОЭТ; это также имеет место, если сегнетоэлектрики находятся только в конденсаторах между левым и правым электродами [32–37, 40, 363]. Численные расчеты показывают, что эта периодичность нарушается, если сегнетоэлектрик находится внутри конденсатора затвора, см. рис. 25.

Этот нарушение периодичности является достаточно общим результатом. Из непериодической и нелинейной зависимости поляризации СЭ от эффективного заряда Q_0 следует, что поляризация СЭ определяется разностью двух величин, средним потенциалом гранулы $\langle \phi \rangle$ и напряжением затвора V_g. Потенциал $\langle \phi \rangle$ колеблется вокруг нуля, а напряжение V_g неограниченно растет. В результате поляризация СЭ насыщается для напряжений $|V_g| \gg |e|/C_\Sigma + V_s$, однако ее направление зависит от знака напряжения затвора V_g.

Другим интересным явлением, возникающим из-за наличия слоя СЭ, является гистерезис кондактанса. Напомним, что в этом разделе мы рассмотрим модель СЭ без гистерезиса! Однако даже в этом случае пик кондактанса в окрестности $Q_0 = 0$ делится

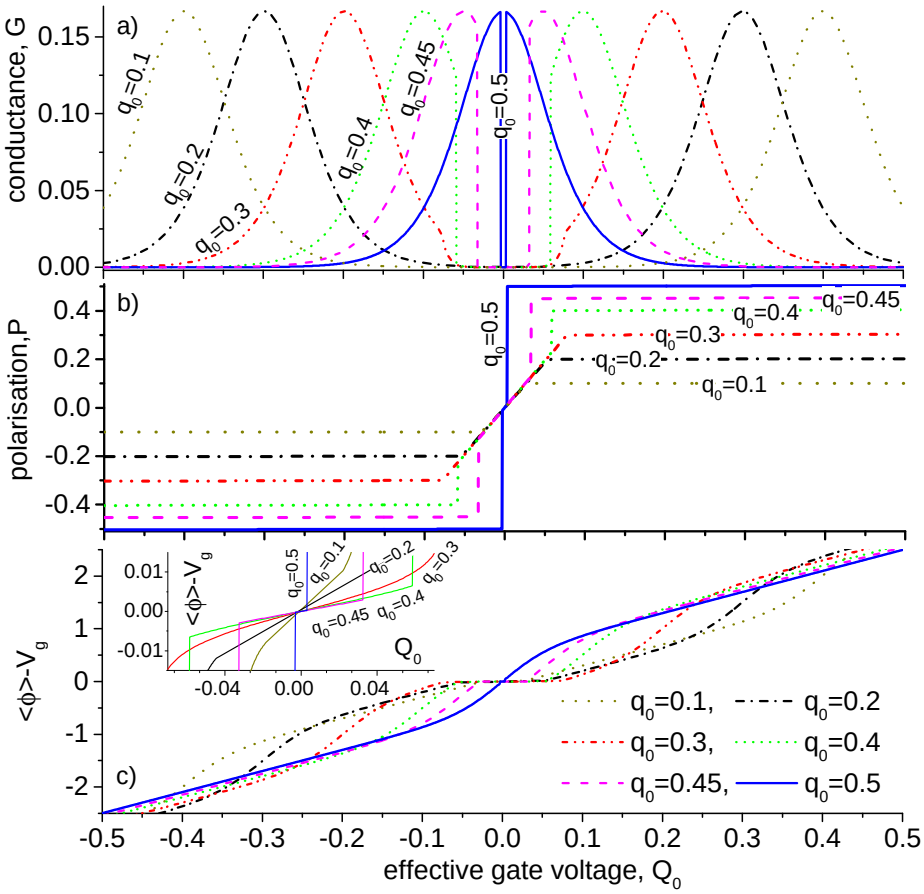


Рис. 26. a) Кондактанс как функция эффективного напряжения затвора Q_0. b) Зависимость поляризация сегнетоэлектрика от Q_0. c) Напряжение на конденсаторе затвора, $\langle\phi\rangle - V_g$. Скачки в кондактансе и поляризации на рис. 25 для $q_0 < 0,5$ связаны с явлением "опрокидывания" (бифуркация). На вставке показана эволюция разности потенциалов между островком и затвором в зависимости от Q_0. Все параметры такие же, как на рис. 25, кроме температуры, которая выбрана равной $T = 0.03$.

на две ветви гистерезиса, см. рис. 25. При $q_0 > 0.5$ появляется выраженный гистерезис [422], где поляризация системы имеет два устойчивых основных состояния, соответствующих двум различным направлениям поляризации СЭ (в сторону гранулы или в сторону электрода затвора) и двум различным зарядам гранулы, положительному и отрицательному. Эти два состояния имеют различный кондактанс. В пределе ступенчатой зависимости поляризации от электрического поля появляется гистерезис также для пиков, расположенных в окрестности $Q_0 = 0$.

С увеличением температуры гистерезис пропадает. Условие существование гистерезиса имеет вид: $e\Gamma_{0,1}/(\Gamma_{0,1} + \Gamma_{1,0}) = Q_{\max} < q_0$, где $\Gamma_{i,j}$ — это вероятность переходов в единицу времени между состояниями i и j, и $0.5 < q_0 < 1.5$. $Q_{\max}$ уменьшается с ростом температуры, см. также приложение 3.4.5. Теперь мы рассмотрим малые, но конечные значения напряжения переключения V_s и исследуем корреляцию пиков кондактанса и эволюцию поляризации с изменением параметра Q_0. Когда $q_0 \leq 0.5$, пики кондактанса не сливаются, однако они деформируются, приближаясь к точке $Q_0 = 0$. Это связано с переключением поляризации при изменении Q_0, см. рис. 26.

Когда $0.5 < q_0 < 1$, в проявляется ярко выраженный гистерезис кондактанса, см. рис. 25. Положения скачков кондактанса соответствуют сингулярностям $\frac{dG}{dQ_0}$. Амплитуда пиков кондактанса в этом режиме подавляется при $q_0 > T$. Эволюция эффекта памяти при изменении параметра q_0 показана на рис. 25. Аналогичный эффект возникает при $1 < q_0 < 1.5$, а при $1.5 < q_0 < 2$ кондактанс ведет себя так же, как при $0.5 < q_0 < 1$. Таким образом, транспортные свойства ОЭТ периодичны по q_0 с периодом 1. Однако это утверждение является приблизительным: оно справедливо при малых значениях напряжения переключения V_s и пренебрежимо малом параметре α.

Вставка на рис. 26 показывает отклонение $\langle\phi\rangle$ от V_g в области, $(ne-q_0)/C \lesssim V_g \lesssim (ne+q_0)/C$. Оно линейно зависит от Q_0. После подстановки $\tanh\left(\frac{\langle\phi\rangle - V_g}{V_s}\right)$ вместо $\mathrm{sign}(\phi - V_g)$ в ур. (3.74) можно показать, что в главном порядке V_s, $\langle\phi\rangle - V_g \approx V_s Q_0/q_0$.

Сегнетоэлектрик с большим полем переключения: $V_s \gtrsim 1$. Конденсация пиков кондактанса.

Для большого поля переключения $V_s \gtrsim 1$ ситуация более сложная. Кондактанс $G(Q_0, q_0)$, например, уже не является периодической функцией параметра q_0. Кроме того, появляются некоторые интересные эффекты, связанные с разрывом и конденсацией пиков кондактанса.

Ближайшие к точке $Q_0 = 0$ пики кондактанса не только сдвигаются, но у них также меняется форма при изменении q_0. Кроме того, возникают бифуркации при критиче-

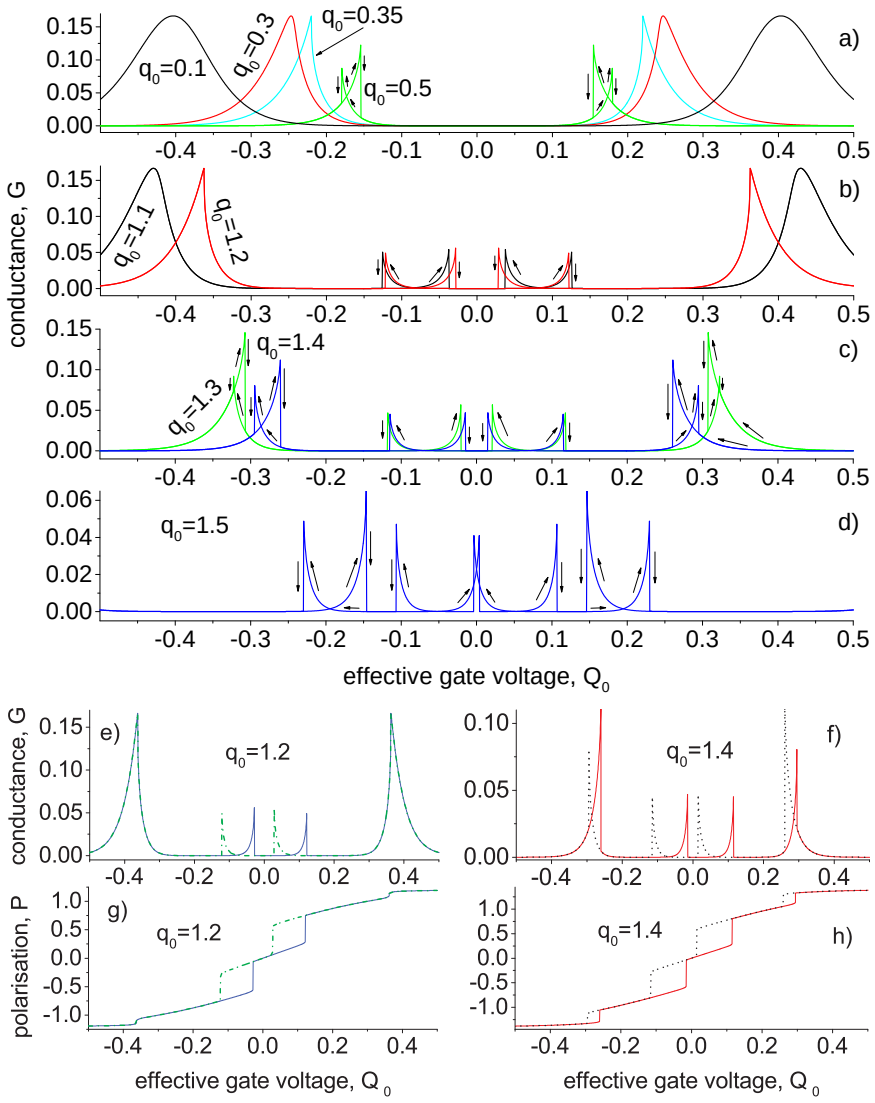


Рис. 27. Кондактанс G и поляризация P как функции q_0 при $V_s = 1$. Все параметры такие же, как на рис. 25, кроме температуры, которая равна $T = 0.03$. С ростом q_0 пики кондактанса смещаются в сторону $Q_0 = 0$. При критических q_0 возникает бифуркация, а пики проводимости, близкие к $Q_0 = 0$, становятся зависимыми от памяти. (a) При $q_0 < 0,35$ проводимость $G(Q_0)$ является неоднозначной функцией. При $q_0 \approx 0.35$ появляется точка бифуркации для первой пары G -пиков. (b) При $q_0 \approx 1,2$ появляется вторая точка бифуркации для следующей пары пиков кондактанса. (c) Эволюция эффекта памяти при вариации q_0. (d) При дальнейшем увеличении q_0, пики проводимости смещаются в сторону $Q_0 = 0$ и, наконец, «сталкиваются» друг с другом. Стрелки на рис. (a)–(d) показывают направления ветвей гистерезиса при разном направлении эволюции Q_0. (e–h) Кондактанс и поляризация сегнетоэлектриков. Различные ветви $G(Q_0)$ при увеличении (убывании) Q_0 показаны сплошными и разрывными кривыми, соответственно.

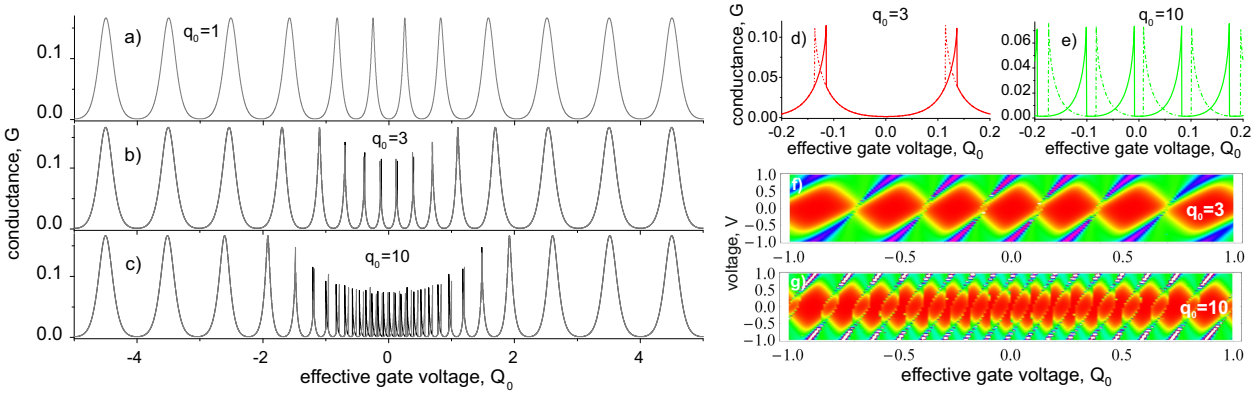


Рис. 28. ОЭТ при напряжении насыщения $V_s = 5$. Остальные параметры такие же, как на рис. 25. (a)–(c) Кондактанс при $q_0 = 1, 3, 10$. (d) и (e) "тонкая" структура пиков кондактанса для $q_0 = 3, 10$. Ветви $G(Q_0)$ в случае возрастающего (убывающего) параметра Q_0 (сплошные и пунктирные кривые соответственно). (f) и (g) — кондактанс как функция тянущего напряжения и напряжения затвора; кулоновские "алмазы" получились не такими, как в ОЭТ без сегнетоэлектриков.

ских значениях параметра q_0, рис. 27. Мы классифицируем пики кондактанса по их исходным позициям, когда $q_0 = 0$, когда они находятся строго в полуцелых Q_0. Обозначим пики кондактанса, расположенные в точках $Q_0 = \pm 1/2$, в качестве первой пары пиков, тогда пики в точках $Q_0 = \pm 3/2$ обозначим как вторую пару пиков и т.д. Бифуркация первой пары пиков кондактанса наступает при $q_0 = q_0^{c1}$, а у второй пары пиков при $q_0^{c2} \gtrsim q_0^{c1}$, рис. 27. Если увеличивать параметр q_0, то пики кондактанса, уже искаженные бифуркациями, начинают перегруппировываться вокруг $Q_0 = 0$, некоторые из них даже «сталкиваются» друг с другом, рис. 27(d). Мы называем это поведение системы "конденсацией пиков кондактанса".

Введем обозначение: $\alpha_1(V) = \partial P/\partial V$. В окрестности нулевого напряжения $\alpha_1 \approx q_0/V_s$. Для напряжений $V > V_s$ найдем $\alpha_1 \approx 0$. Связь между зарядом и потенциалом гранулы имеет вид $ne = Q_0 + C_\Sigma \phi + \int_0^{\phi - V_g} \alpha_1(u) du$. Положение пиков кондактанса можно приблизительно оценить, используя следующее соотношение

$$Q_0^n + \int_0^{Q_0/C_g} \alpha_1 du = (n + 1/2)e. \tag{3.79}$$

В окрестности $Q_0 = 0$ расстояние между пиками кондактанса уменьшается от $1e$ до $1e/(1 + \alpha/C_g)$. Для $Q_0 > V_s C_g$ расстояние между пиками становится равным $1e$.

Теперь мы сосредоточимся на поляризационной зависимости параметров Q_0 и q_0 и их корреляции с особенностями пиков кондактанса. Как показано на рис. 27 (e)–(h), поляризация также проявляет эффект памяти, подобный тому, который наблюдает-

ся в кондактансе. На рис. 27 (g) можно увидеть ряд петель гистерезиса; их границы точно соответствуют особенностям кондактанса; число петель гистерезиса соответствует числу пиков кондактанса, которые были деформированы бифуркациями и «сжаты» около точки $Q_0 = 0$. На первый взгляд, резкие изменения поляризации на рис. 27 противоречат выбранному параметру $V_s = 1$, что делает поляризацию гладкой функцией, см. ур. (3.73). Однако эти особенности связаны с квантованием избыточного заряда на грануле SET, а не с параметром V_s.

В окрестности Q_0^n основное состояние ОЭТ описывается уравнениями (3.105), (3.106) и (3.107). Из этих уравнений следует критерий появления гистерезиса

$$T < T_{\rm cr}^n = \frac{E_c^0 \alpha_1}{4(C_\Sigma - \alpha_1(Q_0^n/C_g))}. \tag{3.80}$$

Гистерезис появляется сначала для пиков в окрестности $Q_0 = 0$, где α_1 велико. При больших Q_0 гистерезис исчезает при $\alpha_1 \to 0$.

На рис. 28 иллюстрируются свойства ОЭТ с большим напряжением переключения, $V_s = 5$. Качественно поведение кондактанса аналогично случаю $V_s = 1$, за исключением того факта, что в эффекте памяти задействованы больше пиков кондактанса для аналогичных значений q_0. Рисунок 28 показывает эволюцию кондактанса при изменении параметра $q_0 = 1, 3, 10$. Графики плотности кондактанса имеют сложную непериодическую по Q_0 структуру,имеющую значительное отличие от ОЭТ без сегнетоэлектриков.

Анализируя численные данные, можно сделать вывод, что конденсация пиков кондактанса возникает при следующих напряжениях затвора: $|V_g| - \langle\phi\rangle_{\max} < V_s$ или $|Q_0| < C_g(V_s + \langle\phi\rangle_{\max})$, где $\langle\phi\rangle_{\max}$ — максимальный потенциал гранулы. При нулевой температуре, $T = 0$, максимальный потенциал гранулы $\langle\phi\rangle_{\max} = \frac{|e|}{2C_\Sigma}$. Количество сконденсировавшихся пиков приблизительно равно максимальному заряду, который сегнетоэлектрик может индуцировать на грануле, $N_{\rm cond} \approx 2q_0$.

Температурная зависимость эффекта памяти

Важным вопросом является температурная зависимость эффекта памяти. Согласно формуле (3.77) ширина пиковкондактанса ОЭТ без сегнетоэлектриков приблизительно пропорциональна температуре. Аналогичный эффект можно наблюдать и с сегнетоэлектриком, расположенным в конденсаторе затвора, см. рис. 29(a). Более того, из этого следует, что существует выраженная температурная зависимость критического q_0, при которых, мы напоминаем, первый, второй и т.д. пики кондактанса испытывают бифуркации. Графики $q_0^{c1,2}$ показаны на вставке рис. 29(c).

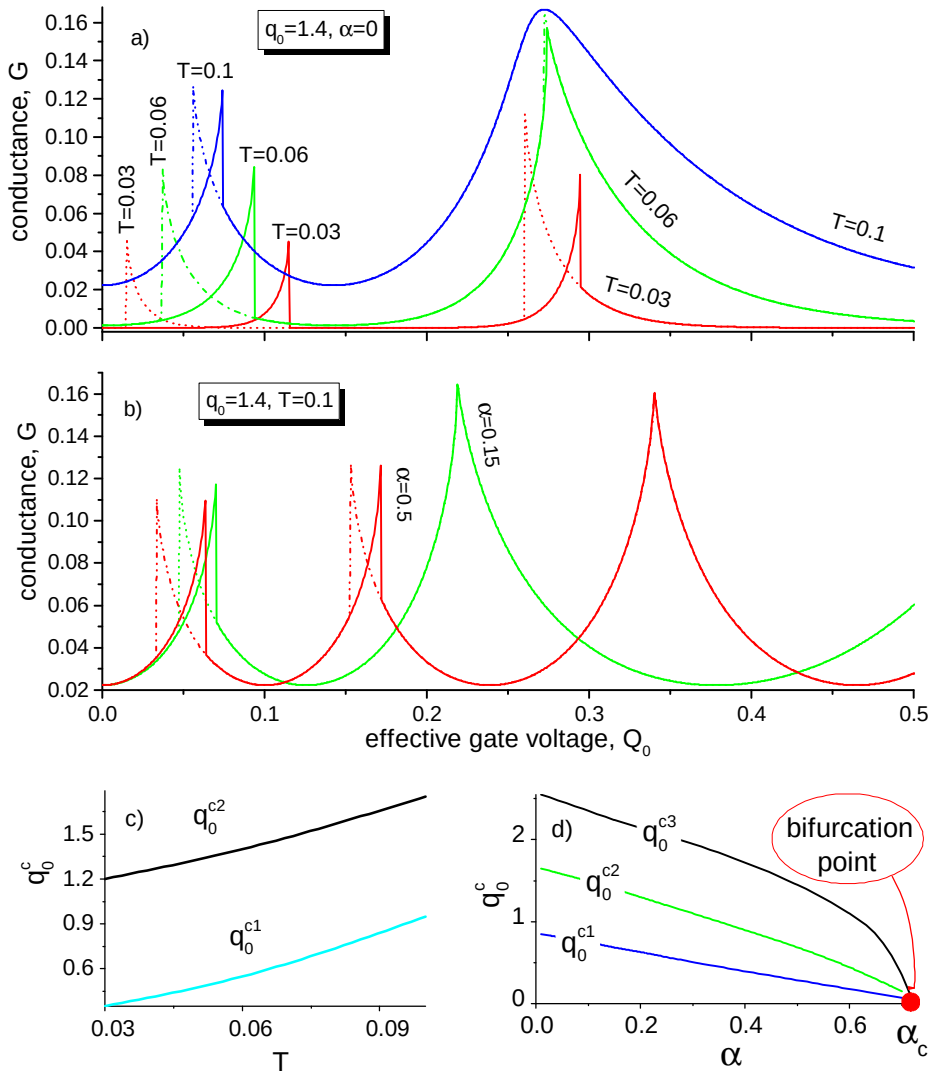


Рис. 29. (a), (b) Проявление эффекта памяти в кондактансе для разных температур и параметров α. Все параметры такие же, как на рис. 25, кроме $V_s = 1$. Ветви $G(Q_0)$ для возрастающего (убывающего) Q_0 показаны сплошными и разрывными кривыми. (c) и (d) критические q_0, где первая и вторая пары пиков кондактанса претерпевают бифуркацию и приобретают зависимость от "памяти" (c) Подавление q_c^0 для конечных α. (d) Точка бифуркации α_c, где все q_c^0 сливаются и стремятся к нулю. Показано отличие зависимости $G(Q_0)$ для $\alpha > \alpha_c$ и $\alpha < \alpha_c$.

Влияние конечного линейного члена в уравнении (3.73) на эффект памяти

Наличие линейного члена α в уравнении (3.73) для поляризации P оказывает сильное влияние на кондактанс ОЭТ, см. рис. 29(b). Как правило, конечное α приводит к перенормировке α_1: $\alpha_1 \to \alpha_1 + \alpha$. Конечное значение α приводит к возникновению гистерезиса в пиках кондактанса при достаточно низкой температуре. Если значения α малы, то сдвигаются пики кондактанса и уменьшается их амплитуда. Большие значения α приводят к изменению критических значений параметра q_0. Рисунок 29 (d) показывает, что наличие конечной α подавляет q_c^0. Существует точка бифуркации α_c, где все q_c^0 сливаются и достигают нуля. Поведение кондактанса $G(Q_0)$ для $\alpha > \alpha_c$ сильно отличается от его поведения для $\alpha < \alpha_c$. Это связано с тем, что все q_c равны нулю выше α_c, поэтому все пики кондактанса для любого значения параметра Q_0 имеют гистерезис, см. рис. 30.

Критическое значение α можно найти аналитически, используя условие ветвления решения для сегнетоэлектрической поляризации q_e в пределе $Q_0 \to \infty$ и с использованием уравнения самосогласования $q_g = q_g(V) = q_g(\langle\phi\rangle(Q_0 + q_g) + Q_0/C_g)$, см. приложение 3.4.5. Дифференцируя по Q_0, находим

$$\frac{dq_g}{dQ_0} = \alpha\left(\frac{d\langle\phi\rangle(Q_0')}{dQ_0'}\left(1 + \frac{dq_g}{dQ_0}\right) + \frac{1}{C_g}\right) \tag{3.81}$$

где $Q_0' = Q_0 + q_g$, и $\langle\phi\rangle(Q_0)$ обозначает средний потенциал ОЭТ без сегнетоэлектрика в конденсаторе затвора. Неоднозначность в решении $q_g(Q_0)$ приводит к появлению сингулярности в производной. Согласно уравнению (3.81), производная dq_g/dQ_0 становится сингулярной в некоторых точках, если

$$\max_{Q_0}\left(\alpha\frac{d\langle\phi\rangle(Q_0)}{dQ_0}\right) > 1. \tag{3.82}$$

Согласно ортодоксальной теории, производная от среднего потенциала приближается к максимуму в точках вырождения, что дает

$$\alpha_c = C_\Sigma\left(\frac{E_c}{2T} - 1\right)^{-1}. \tag{3.83}$$

Другим эффектом, возникающим из-за наличия конечной α, является перенормировка расстояний между пиками кондактанса при Q_0 отличном от нуля. При нулевой температуре расстояния между пиками уменьшаются, что можно учесть множителем $\left(1 + \frac{\alpha}{C_g}\right)/\left(1 + \frac{\alpha}{C_\Sigma}\right)$.

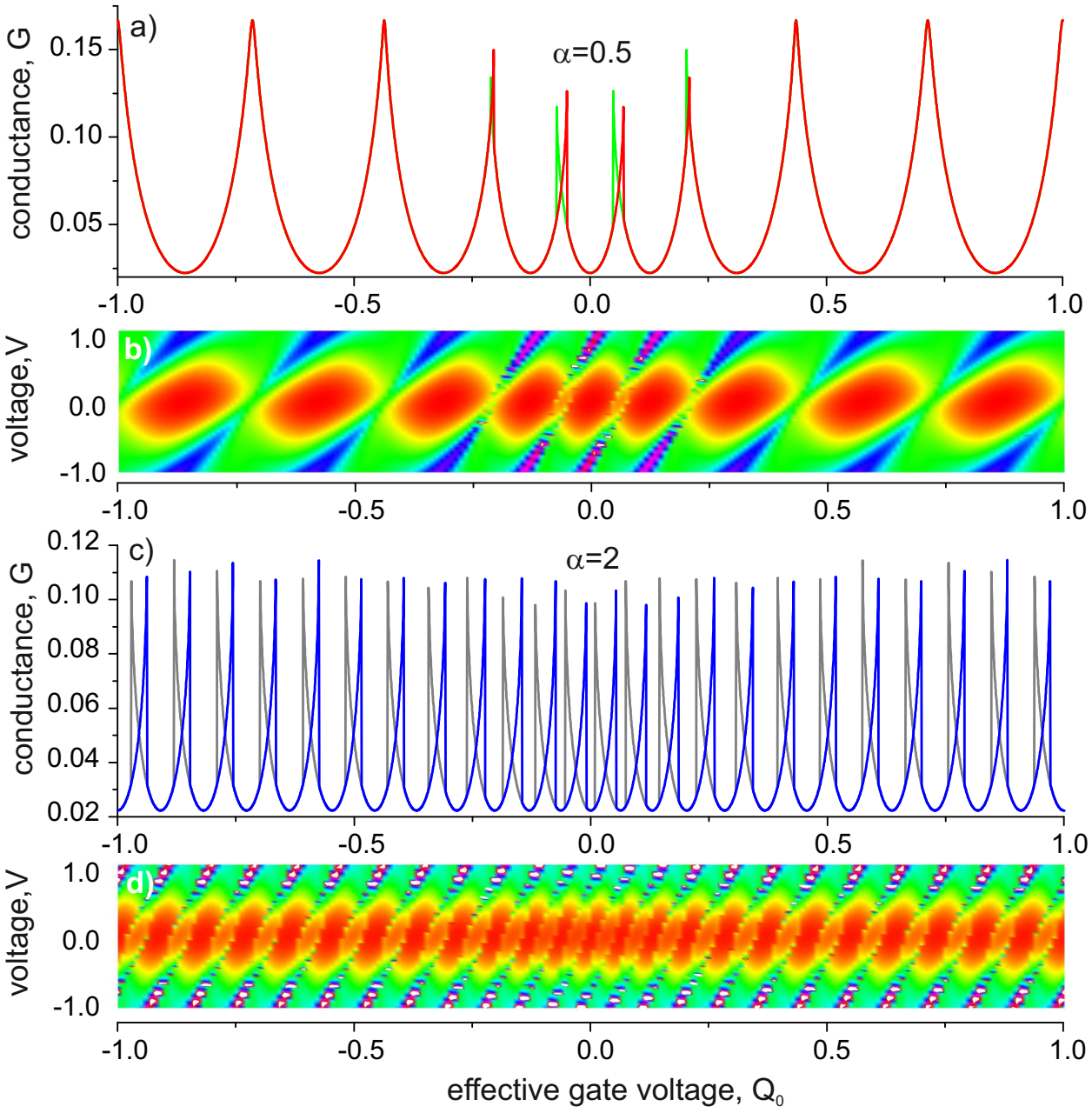


Рис. 30. $G(Q_0)$ при $\alpha > \alpha_c$ и $\alpha < \alpha_c$. Так как все q_c равны нулю выше α_c, то пики киндактанса имеют гистерезис для всех Q_0. Здесь $V_s = 1$, $T = 0.1$, $q_0 = 1$, $\alpha = 0.5 < \alpha_c$ на рис. (a) и (b), и $\alpha = 2 > \alpha_c$ на рис. (c) и (d). Ветви $G(Q_0)$ для возрастающего (убывающего) Q_0 показаны на рис. (a) (красные и зелёные кривые), и на рис.(b) (синие и серые кривые).

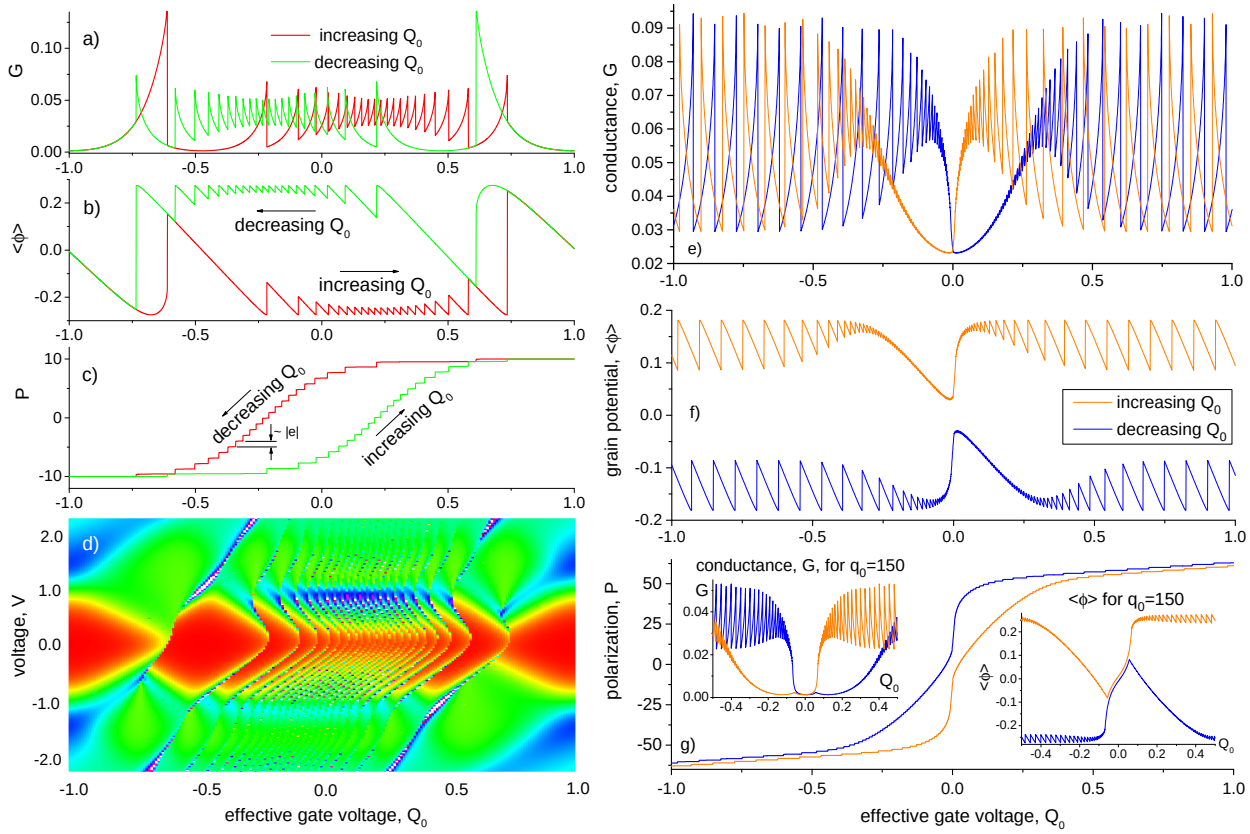


Рис. 31. Эффект памяти, вызванной кулоновской блокадой. Здесь $V_h = 0$, $C_1 = 0.1$, $C_2 = 0.05$, $C_g = 0.85$, $q_0 = 10$, $T = 0.06$, $V_s = 0.3$ и $\alpha = q_0/(30V_s)$. Гистерезиса в $P(\mathcal{E})$ нет, см. уравнение (3.73). (a) Кондактанс, (б) средний потенциал гранулы (каждый небольшой шаг в поляризации $P(Q_0)$ в (b) соответствует изменению заряда гранулы на один квант), (c) поляризация и (d) график "кулоновских алмазов" (градиенты цвета показывают кондактанс). На рис. (a)–(c) красные кривые соответствуют ветви гистерезиса, соответствующей возрастающему параметру Q_0, а зеленые кривые — убывающему Q_0. Рис. (d) соответствует возрастающему Q_0. Графики (e)–(g) показывает кондактанс, средний потенциал гранулы и поляризацию для $q_0 = 50$ и $T = 0.1$ (α здесь больше α_c). Вставки в (g) показывают G и $\langle\phi\rangle$ для $q_0 = 150$.

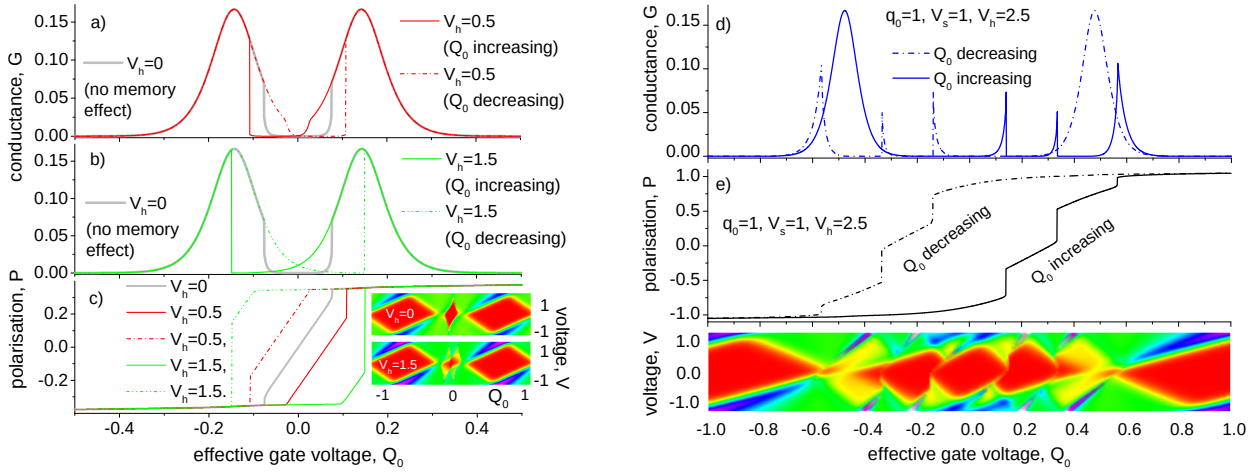


Рис. 32. Кондактанс и поляризация сегнетоэлектриков. Рис. (a), (b) и (d) позволяют сравнить ОЭТ с $V_h = 0$ и $V_h > 0$. Если $V_h = 0$, эффект памяти отсутствует в $G(Q_0)$. При построении графиков, показанных на рис. (a), (b) и (c) использовались следующие параметры: $T = 0.03$, $V_s = 0.01$ и $q^0 = 0.35$, те же, что и на рис. 25. Вставка на рис. (c) показывает, как изменяется распределение кондактанса при изменении V_h. Рисунки (d), (e) и (f) иллюстрируют эффект памяти в $G(Q_0)$ при $V_h = 0$.

Гигантская гистерезисная петля в транспортных характеристиках ОЭТ при отсутствии какого либо гистерезиса в $P(V)$ ($V_h = 0$).

Выше мы показали, что сегнетоэлектрики в конденсаторе ОЭТ ответственны за возникновение эффекта памяти. Здесь мы показываем, что этот эффект может быть «гигантским». Это так, если эффективный заряд, «индуцированный» сегнетоэлектриком на грануле, достаточно велик, например $q_0 = 10$, см. рис. 31. Отметим, что мы все ещё используем $V_h = 0$, так что гистерезис в $P(\mathcal{E})$ отсутствует, см. уравнение (3.73). В отличие от $P(\mathcal{E})$, $P(Q_0)$ имеет “гигансткую” (состоящую из многих подпетель гистерезиса) петлю гистерезиса. Каждый маленький “шаг” на кривой $P(Q_0)$ на рис. 31(b) соответствует изменению заряда гранулы на один квант. При $V_h > 0$ эта петля гистерезиса еще более увеличивается.

Этот эффект можно рассматривать как предельный случай «конденсации» пиков кондактанса. Когда достаточное количество пиков «уплотнено», поведение проводимости приобретает квази-колебательный характер в окрестности $Q_0 = 0$. Физически это соответствует ситуации, когда даже небольшое изменение в Q_0 приводит к тому, что число избыточных электронов на грануле легко изменяется на единицу за счет поляризации СЭ. Так как кондактанс — периодическая функция числа избыточных электронов на грануле, то кондактанс мало меняется при таких процессах. Тот же самый вывод

справедлив для среднего потенциала.

Ниже мы обсудим условия, при которых в ОЭТ наблюдается эффект гигантской петли гистерезиса. Во-первых, ширина петли гистерезиса ограничена емкостью затвора C_g, что означает, что для увеличении ширины петли гистерезиса необходимо иметь большие C_g, $C_g > C_1, C_2$. Во-вторых, напряжение переключения V_s должно быть порядка 1 для того, чтобы поляризация не перевернулась слишком быстро с изменением Q_0. В-третьих, достаточно большое число пиков кондактанса должно начать "конденсироваться и перекрываться", что означает относительно большой параметр q_0, кроме того, и не слишком низкие температуры, T.

3.4.3. Сегнетоэлектрик с конечной шириной гистерезиса

Теперь рассмотрим сегнетоэлектрик с конечной шириной гистерезиса в зависимости поляризации от электрического поля (3.73). В общем случае, строго говоря, состояние СЭ, конечно, зависит от всей истории его эволюции, однако здесь мы рассматриваем только процессы с монотонным изменением поляризации СЭ, где справедливо приближение петли гистерезиса.

На рисунке 32 показан кондактанс и поляризация ОЭТ, когда сегнетоэлектрик имеет собственную петлю гистерезиса конечной ширины. Графики (a), (b) и (d) сравнивают ОЭТ с $V_h = 0$ и $V_h > 0$. Параметры выбраны так, что для $V_h = 0$ не наблюдается эффекта памяти в кондактансе $G(Q_0)$. Как следует из графиков на рис. 32, собственный гистерезис сегентоэлектрика ($V_h > 0$) способствует возникновению гистерезиса в кондактансе. Наблюдаемый эффект достаточно предсказуем. Гистерезис в уравнении (3.73) эквивалентен введению дополнительного поляризационного заряда на гранулу, который зависит от эволюции Q_0.

$$\delta q_g^{\leftrightarrows} = q_0 \left(\tanh\left(\frac{V \pm V_h}{V_s} \right) - \tanh\left(\frac{V}{V_s} \right) \right). \tag{3.84}$$

Этот дополнительный заряд исчезает в пределе $Q_0 \to \pm\infty$. Внутренняя поляризация СЭ вызывает уширение интервала Q_0, где состояние СЭ в ОЭТ неоднозначно определяется напряжением на затворе и тянущим напряжением. Эта область оценивается как $|Q_0| < C_g(V_s + \langle\phi\rangle_{\max} + V_h)$.

3.4.4. Обсуждение результатов

В [32–37, 40, 363] обсуждались типичные экспериментальные параметры ОЭТ и сегнетоэлектриков, когда должны наблюдаться эффекты памяти, вызванные кулоновской блокадой.

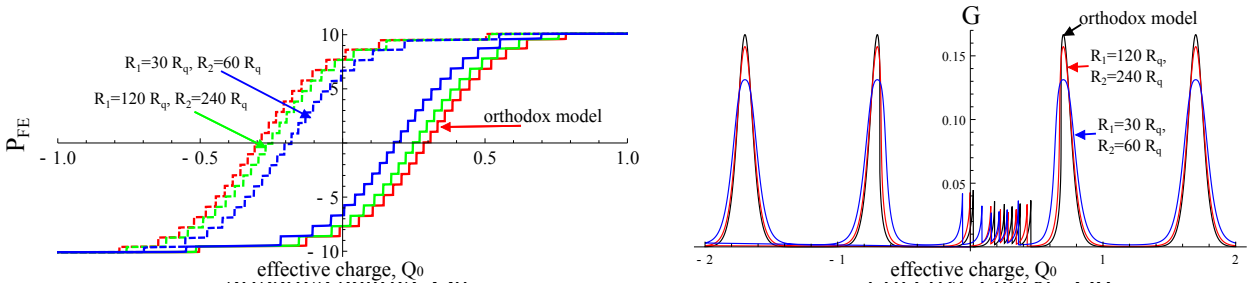


Рис. 33. Левая панель: контур гистерезиса, индуцированный кулоновской блокадой, построенный для различных сопротивлений туннельных контактов (поляризация выражается в единицах заряда). Правая панель: показано, что диэлектрическая проницаемость приводит к искажению формы линии для различных сопротивлений туннельных переходов (G нормализуется к проводимости ортодоксальной модели). Параметры: $C_1 = 0.05$, $C_2 = 0.1$, $C_g = 0.85$, $q_0 = 10.1$, $V_s = 0.3$, $T = 0.03$.

Влияние котуннелирования

Выше мы обсуждали ОЭТ с сегнетоэлектрическим затвором, используя ортодоксальную теорию. Здесь мы выходим за пределы применимости этой теории. В частности, будет показано, что поправки следующего порядка к кондактасу ОЭТ и числу избыточных зарядов на грануле качественно не меняют полученные выше выводы, а, скорее, вводят некоторые количественные поправки.

Ортодоксальная теория предполагает, что обратное сопротивление туннельных контактов между электродами и гранулой мало по сравнению с $4\pi^2 e^2/h$ и учитывает только процессы низшего порядка по туннельным матричным элементам. В этом разделе мы используем результаты [423] для вычисления поправок второго порядка к кондактансу и поправки первого порядка к среднему числу избыточных зарядов на грануле. Упомянутая последней поправка приводит к перенормировке среднего потенциала гранулы $\langle\phi\rangle$, который используется в уравнении самосогласования.

Ниже в этом разделе сопротивление выражается в квантовых единицах $R_q = h/(4\pi^2 e^2)$.

В теории ОЭТ поправки второго порядка к туннельному кондактансу проявляются в изменении формы пиков кондактанса и флуктуациях числа электронов на грануле. Однако квантовые флуктуации вносят новый эффект — они уменьшают петлю гистерезиса поляризации. Это явление связано с тем, что “дополнительные” колебания заряда гранулы позволяют “легче” переключать поляризацию СЭ. Однако этот эффект не может полностью исключить гистерезис, поскольку флуктуации заряда подавляются вне пиков кондактанса. Типичные изменения в поляризационном гистерезисе из-за квантовых флуктуаций показаны на рис. 33.

Устройства с эффектом памяти

Наличие гистерезиса в транспортных характеристиках сегнетоэлектрического ОЭТ имеет потенциал в приложениях. Бит памяти может быть связан с конкретным направлением сегнетоэлектрической поляризации в конденсаторе затвора. Хранение информации соответствует нулевому напряжению затвора ($Q_0 = 0$). Например, если измеряется кондактанс при фиксированном параметре $Q_0 = 0.5$б см. рис. 32(d), это дает направление поляризации (операция чтения). Запись информации (фиксация конкретного направления поляризации) может быть выполнена приложением достаточно большого напряжения на затворе (Q_0).

На хранение информации могут сильно влиять зависящие от изготовления параметры ОЭТ, такие как q_0 и V_s. Например, изменение в q_0 на половину элементарного заряда сдвинуло бы пики кондактанса на половину периода, резко изменив соотношения между кондактансом и потенциалам гранулы для противоположной поляризации СЭ.

В затворе ОЭТ может быть использован сегнетоэлектрик VDF-TrFE [424]. Его температура Кюри выше комнатной температуры. Поляризация этого релаксора вблизи комнатной температуры составляет около $P = 3\text{mkmC/m}^2$, создавая заряд $q_0 \approx 5.5$ e для гранулы диаметром 5нм. Кроме того, можно регулировать величину поляризации VDF-TrFE, изменяя концентрацию VDF. Диэлектрическая проницаемость этого релаксора довольно мала в окрестности комнатной температуры, $\epsilon^{\text{VDF–TrFE}} \approx 5$. Поэтому этот сегнетоэлектрик не может подавить эффект кулоновской блокады, а зарядовая энергия может достигать $2000K$. Это позволяет ячейке памяти работать при комнатной температуре. Для такого устройства толщина СЭ может быть порядка 10нм. Предполагая, что расстояние между гранулой и электродами составляет около 1 нм, мы получаем хорошее соотношение между емкостью конденсатора затвора и конденсаторами контактов между гранулой и электродами. Поле переключения этого СЭ составляет около 600кВ/см, что дает $V_{\text{h}} \approx 2.5$. Используя приведённые выше оценки, можно видеть, что ОЭТ с сегнетоэлектриком VDF-TrFE приводит к эффектам, показанным на рис. 32. Поэтому такой ОЭТ потенциально может использоваться для хранения информации.

Однако использование гигантской гистерезисной петли, описанной в разделе 3.4.2, может предоставить альтернативную возможность для потенциальных приложений ОЭТ, так как такая петля менее чувствительна к параметрам транзистора. Как показывает численный расчет (см. рис. 33), при достаточно большом параметре q_0 потенциал гранулы имеет тенденцию «прилипать» к его максимальному или минимальному значению при $Q_0 = 0$, которое, в свою очередь, зависит от “предыстории”. Таким образом,

потенциал гранулы может служить надежным индикатором сегнетоэлектрической поляризации, который может быть непосредственно измерен с использованием, например, вспомогательной квантовой точки. [425]

Исследованы транспортные свойства ОЭТ с сегнетоэлектрическим изолятором, помещенным между металлической гранулой и электродом затвора. Взаимное влияние гранулы и поляризации СЭ приводит к резким изменениям в транспортных свойствах ОЭТ. В частности:

1) В вольт-амперной характеристике $I(V)$ ОЭТ с сегнетоэлектрическим затвором-конденсатором проявляется неоднозначность, возникающая из-за нелинейного взаимного влияния избыточного заряда на металлической нанограунле и поляризации СЭ.

2) Состояние ОЭТ больше не является периодическим по напряжению затвора (Q_0). В частности, «конденсация» пиков кондактанса появляется в окрестности $Q_0 = 0$. При $V_h = 0$ эффект конденсации и пиков проявляется для напряжений затвора $|V_g| - \langle\phi\rangle_{\max} < V_s$ или $|Q_0| < C_g(V_s + \langle\phi\rangle_{\max})$, где $\langle\phi\rangle_{\max}$ — максимальный потенциал гранулы. При нулевой температуре $T = 0$ максимальный потенциал равен $\langle\phi\rangle_{\max} = \frac{|e|}{2C_\Sigma}$. Количество конденсированных пиков приблизительно равно максимальному заряду, индуцированному поляризацией СЭ на нанограунле: $N_{\text{cond}} \approx 2q_0$.

3) Линейная часть сегнетоэлектрической поляризации αV существенно влияет на свойства кондактаса как функции параметра Q_0. В частности, конечное значение α приводит к уменьшению пиков кондактанса и расстояний между ними во всем диапазоне Q_0 (не только при малых Q_0).

4) Конечная ширина петли гистерезиса поляризации материала СЭ (конечный параметр V_h) делает различие транспортных свойств ОЭТ, отличающихся прямым и обратным изменением напряжения V_g, более выраженным.

3.4.5. Приложение: Теория сегнетоэлектрического одноэлектронного транзистора

Самосогласованное решение

В этом разделе мы покажем, как сегнетоэлектрическую поляризацию включить в теорию ОЭТ. Мы ограничимся рассмотрением случая достаточно медленных сегнетоэлектриков, когда τ_P велико по сравнению с временем туннелирования электронов $\tau_e = R_\Sigma C_\Sigma$. Противоположный предел обсуждался выше.

Мы используем следующий гамильтониан для описания ОЭТ

$$H = H_1 + H_2 + H_I + H_c + H_T \tag{3.85}$$

Здесь $H_k = \sum_l \epsilon_{kl} a_{kl}^\dagger a_{kl}$, $k = 1, 2, I$ обозначает гамильтонианы для изолированных правых и левых электродов и гранулы, соответственно, H_T — туннельный гамильтониан, а H_c — кулоновская энергия:

$$H_c = \frac{1}{2C_\Sigma}\left(e\hat{n} - Q_0 - (C_1 - C_2)\frac{V}{2}\right)^2. \tag{3.86}$$

$Q_0 = -C_g V_g$ — эффективный заряд затвора. Обозначения для напряжений и емкостей соответствуют рис. 23.

Кулоновский гамильтониан в уравнении (3.86) описывает диэлектрическую поляризацию в туннельных контактах как классическую переменную. Его легко обобщить на случай СЭ поляризации P, добавив член $\propto \hat{n}P$

$$H_c' = \frac{1}{2C_\Sigma}\left(e\hat{n} - Q_0 - q_g - (C_1 - C_2)\frac{V}{2}\right)^2. \tag{3.87}$$

Уравнение (3.87) справедливо для «замороженной» поляризации СЭ, не меняющейся на масштабах времени туннелирования электрона. Этот предел оправдан, если предположить, что медленная поляризация определяется средним полем и слабо зависит от быстрых флуктуаций поля туннелирующего заряда. Для нахождения стационарного состояния ОЭТ равновесная поляризация СЭ P_{eq} должна быть принята постоянной для расчёта скорости туннелирования электронов. Эта постоянная поляризация генерирует дополнительный постоянный заряд на грануле, равный q_g

$$q_g = \int_g d\mathbf{S}_g \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{eq}}. \tag{3.88}$$

Кулоновский гамильтониан в уравнении (3.87) совпадает с обычным гамильтонианом ОЭТ, если ввести новый эффективный заряд затвора $Q_0' = Q_0 + q_g$. Таким образом, для данной поляризации СЭ стационарное состояние ОЭТ может быть рассчитано с использованием теории обычного ОЭТ без СЭ. С другой стороны, поляризация СЭ сама по себе определяется средним электрическим полем, возникающим в результате микроскопической динамики туннелирования. Поэтому полное стационарное решение для СЭ ОЭТ получается, когда равновесная поляризация СЭ и динамика туннелирования вычисляются самосогласованно.

Электронный транспорт в ОЭТ в рамках ортодоксальной теории

Для индуцированного СЭ заряда на грануле мы используем следующее стандартное выражение

$$q_g = q_0 \tanh\left(\frac{V \pm V_h}{V_s}\right) + \alpha V. \tag{3.89}$$

Здесь $V = \langle\phi\rangle - V_g$ — это напряжение между гранулой и затвором. Средний потенциал гранулы $\langle\phi\rangle$, который играет ключевую роль в определении поляризации СЭ, является линейной функцией среднего числа избыточных электронов на грануле $\langle n\rangle$

$$\langle\phi\rangle = \frac{1}{C_\Sigma}\left(e\langle n\rangle - Q_0 - q_g - (C_1 - C_2)\frac{V}{2}\right). \tag{3.90}$$

В первом порядке вероятность туннелирования электрона в единицу времени между гранулой и первым электродом с изменением числа зарядов на грануле с n на $n \pm 1$ определяется с помощью золотого правила Ферми

$$\Gamma^{(1)}_{n\to n\pm1} = \frac{1}{e^2 R_1} \cdot \Delta F_1^{n\to n\pm1} N_B\left(\Delta F_1^{n\to n\pm1}\right), \tag{3.91}$$

где $N_B(\omega) = 1/[\exp(\omega/T) - 1]$ — Бозе-распределение [29], R_1 — туннельное сопротивление и $\Delta F_1^{n\to n\pm1}$ обозначает изменение свободной энергии системы, где Q_0' — эффективный заряд

$$\Delta F_1^{n\to n\pm1} = \frac{e^2}{C_\Sigma}\left(\frac{1}{2} \pm \left(n - \frac{Q_0'}{e}\right) \pm \frac{(C_2 + C_g/2)V}{e}\right), \tag{3.92}$$

Вероятности p_n найти n избыточных электронов на островке можно найти из условия детального баланса:

$$p_n\left(\Gamma^{(1)}_{n\to n+1} + \Gamma^{(2)}_{n\to n+1}\right) = p_{n+1}\left(\Gamma^{(1)}_{n+1\to n} + \Gamma^{(2)}_{n+1\to n}\right), \tag{3.93}$$

с граничными условиями $p_{\pm\infty} = 0$. В свою очередь, вероятности p_n используются для вычисления среднего числа электронов на грануле и среднего потенциала гранулы с помощью уравнения (3.90). Последний шаг — решить уравнения (3.89) и (3.90)) совместно.

Зная заряд, индуцированный СЭ q_g^{eq}, ток, текущий в ОЭТ, можно найти следующим образом:

$$I = |e| \sum_n p_n\left(\Gamma^{(1)}_{n\to n+1} - \Gamma^{(1)}_{n\to n-1}\right), \tag{3.94}$$

где все вероятности переходов в единицу времени зависят от эффективного заряда $Q_0' = Q_0 + q_0^{\text{eq}}$.

Поправки к ортодоксальной теории ОЭТ

Здесь мы рассмотрим поправки следующего порядка (по обратному сопротивлению туннельных контактов) к среднему числу электронов на грануле и туннельному току. Такие поправки для ОЭТ без СЭ хорошо известны; они зависят от эффективного заряда Q_0. Эти поправки могут быть обобщены для СЭ ОЭТ. Действительно, для решения самосогласованных ур. (3.89) и (3.90) нам нужно знать зависимость $\langle n\rangle$ от Q_0 для ОЭТ без СЭ. Если эта зависимость известна, то $\langle n\rangle(Q_0) = \langle n\rangle^{(0)}(Q_0) + \langle n\rangle^{(1)}(Q_0) + \ldots$ Это соотношение можно подставить в уравнение (3.90), делая замену $Q_0 \to Q_0 + q_g$.

В разделе 3.4.4 мы считали, что в ортодоксальной теории главный вклад дают вероятности заполнения только двух определенных соседних состояний n и $n+1$. Тогда поправка к среднему числу электронов на грануле дается выражением

$$\langle n\rangle^{(1)} = \frac{C_\Sigma}{e}\frac{\partial}{\partial Q_0}[p_n^{(0)}(\phi_n - \phi_{n-1}) + p_{n+1}^{(0)}(\phi_{n+1} - \phi_n)], \tag{3.95}$$

где

$$\phi_n = \sum_{k=1,2}\frac{R_q}{R_k}\Delta F_k^{n\to n+1}\,\mathrm{Re}\,\Psi\left[i\frac{\Delta F_k^{n\to n+1}}{2\pi T}\right], \tag{3.96}$$

$p_{n,n+1}^{(0)}$ вероятности в главном приближении (в рамках ортодоксальной теории), $R_q = h/(4\pi^2 e^2)$, k — номер туннельного контакта и Ψ — дигамма функция.

Следуя [423], мы вводим следующие коэффициенты для расчета поправок в туннельный ток:

$$g_k^{\pm}(\omega) = \pm\frac{R_q}{R_k}\frac{\omega - \mu_k}{\exp(\pm(\omega-\mu_k)/T) - 1}, \tag{3.97}$$

$$g^{\pm}(\omega) = \sum_{k=1,2} g_k^{\pm}(\omega), \qquad g(\omega) = \sum_{\sigma=\pm} g^{\sigma}(\omega), \tag{3.98}$$

где $\mu_k = \pm eV/2$ — химические потенциалы электродов. Аналогично,

$$\Delta_n = \langle n+1|H_c'|n+1\rangle - \langle n|H_c'|n\rangle. \tag{3.99}$$

Рассмотрим случай, когда на грануле число избыточных зарядов равно 0 или 1. Для вычисления поправок для произвольных напряжений и поляризации СЭ сдвинем параметр Q_0' на $n_{\mathrm{sh}}e$, где

$$n_{\mathrm{sh}} = \left[\frac{Q_0 + q_g + (C_1 - C_2)V/2}{e}\right]. \tag{3.100}$$

Поэтому в дальнейшем мы предполагаем, что $0 < (Q_0' + (C_1 - C_2)V/2)/e < 1$. Тогда поправка первого порядка к току равна

$$I^{(1)}(\Delta_0) = \frac{4\pi^2 e}{h}\frac{g_2^+(\Delta_0)g_1^-(\Delta_0) - g_1^+(\Delta_0)g_2^-(\Delta_0)}{g(\Delta_0)}. \tag{3.101}$$

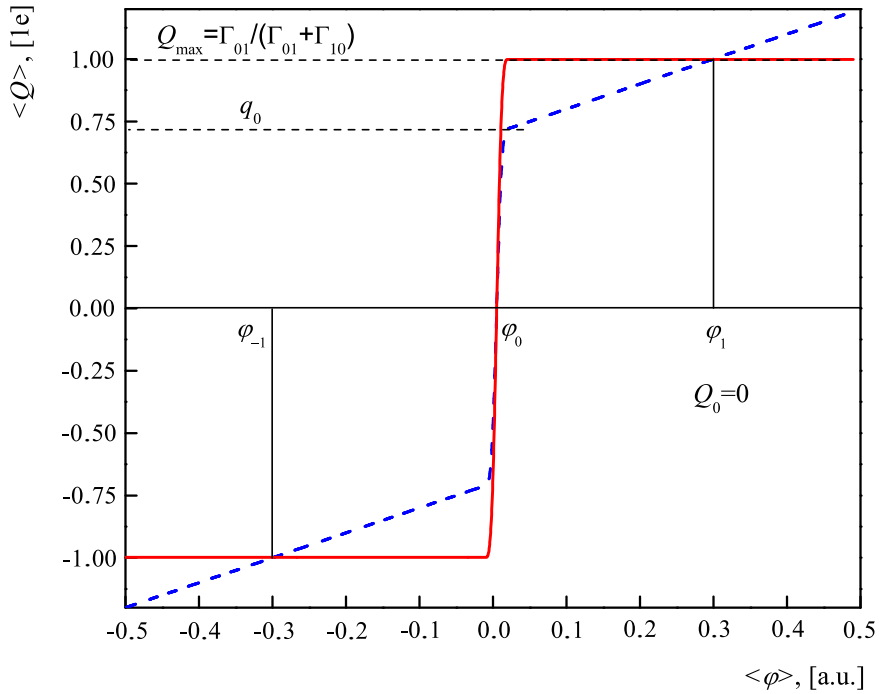


Рис. 34. Функции, определённые в ур. (3.109) (сплошная линия) и ур. (3.107) (пунктир), соответствующее $\langle\phi\rangle$. Следующие параметры были использованы: $q_0 = 0.55$, $C_g = 0.2$, $T = 0.03$, $Q_0 = 0$.

Поправка второго порядка состоит из трех частей $I^{(2)}(\Delta_0) = \sum_{i=1}^{3} I_i^{(2)}(\Delta_0)$, где

$$I_1^{(2)}(\Delta_0) = \int d\omega\, I^{(1)}(\omega) g(\omega) \mathrm{Re}[p_0^{(0)} R_-(\omega)^2 + p_1^{(0)} R_+(\omega)^2], \tag{3.102}$$

$$I_2^{(2)}(\Delta_0) = -I^{(1)}(\Delta_0) \int d\omega\, \mathrm{Re} \sum_{\sigma=\pm} g^\sigma R_\sigma(\omega)^2, \tag{3.103}$$

$$I_3^{(2)}(\Delta_0) = -\frac{\partial I^{(1)}(\Delta_0)}{\partial \Delta_0} \int d\omega\, \mathrm{Re} \sum_{\sigma=\pm} g^\sigma R_\sigma(\omega), \tag{3.104}$$

где $R_\pm(\omega) = 1/(\omega - \Delta_0 + i0^+) - 1/(\omega - \Delta_{\pm 1} + i0^+)$ и сингулярности интеграла при $\omega = \Delta$ регуляризуются взятием главного значения: $\mathrm{Re}[1/(x + i0^+)] = P\frac{1}{x}$, а производные — $\mathrm{Re}[1/(x + i0^+)^2] = -\frac{d}{dx} P\frac{1}{x}$.

Выбор ветвей гистерезиса

Самосогласованное решение уравнений (3.89) и (3.90)) может быть не единственным, что приводит к гистерезису, как было показано выше. Таким образом, мы сталкиваемся с проблемой выбора ветвей. Ниже определяются правила выбора решений.

Решение самосогласованных уравнений единственно, если эффективный заряд находился вдали от резонанса, и линейная часть поляризуемости СЭ α достаточно мала. Можно рассмотреть два случая: i) Q_0 возрастает, начиная с $-\infty$ и ii) Q_0 убывает, начиная с $+\infty$. В ходе эволюции Q_0, решение может стать разрывным. В этом случае поляризация «прыгает» в ближайшее энергетически доступное решение. Нет никакой двусмысленности в выборе нового состояния, потому что поляризация всегда эволюционирует монотонно и принимает максимальное или минимальное значение в зависимости от направления эволюции.

Основное состояние СЭ ОЭТ в пределе “ступенчатой” зависимости поляризации от электрического поля

Для вычисления основного состояния системы все состояния, вообще говоря, важны. Однако вероятность туннелирования электронов между островком и электродами экспоненциально уменьшается с увеличением свободной энергии. Поэтому мы рассматриваем только несколько состояний, наиболее близких к “рабочей” точке. Число этих состояний зависит от параметра q_0 и рассматриваемой точки. Когда $q_0 < 0.5e$, для вычисления $\langle\phi\rangle$ при любых n важны только два состояния: n и $n+1$. Увеличение параметра q_0 приводит к перемещению точек пересечения ветвей свободной энергии (точек вырождения) к $Q_0 = 0$. При $q_0 > 0,5$ ситуация более сложная. В окрестности $Q_0 = 0$ происходит много пересечений различных ветвей свободной энергии, и приходится учитывать много разных состояний. Однако при больших значениях Q_0 все равно важны только два состояния вблизи точек пересечения свободной энергии.

Рассмотрим случай, когда двух состояний достаточно, чтобы описать состояние системы, и рассмотрим окрестность точки $Q_0 = e(n+1/2)-q_0$ с $Q_0 > 0$ и $q_0 < 0,5e$. Средний заряд определяется выражением

$$\langle ne\rangle = \langle Q\rangle = e(nW_n + (n+1)W_{n+1}), \tag{3.105}$$

где $W_{n,n+1}$ — вероятности того, что система находиться в состоянии с n и $n+1$ избы-

точными электронами на грануле. Если главный вклад дают только два состояния,

$$
\begin{aligned}
W_n &= \frac{\Gamma_{n,n+1}}{\Gamma_{n,n+1}+\Gamma_{n+1,n}}, \\
W_{n+1} &= \frac{\Gamma_{n+1,n}}{\Gamma_{n,n+1}+\Gamma_{n+1,n}}, \\
\Gamma_{n,n+1} &= \frac{E_c^0(n+1/2-Q_0/e-S\,P(\langle\phi\rangle-V_g)/e)}{e^{\beta E_c^0(n+1/2-Q_0/e-S\,P(\langle\phi\rangle-V_g)/e)}-1}, \\
\Gamma_{n+1,n} &= \frac{-E_c^0(n+1/2-Q_0/e-S\,P(\langle\phi\rangle-V_g)/e)}{e^{-\beta E_c^0(n+1/2-Q_0/e-S\,P(\langle\phi\rangle-V_g)/e)}-1},
\end{aligned}
\tag{3.106}
$$

где $\beta = T^{-1}$, и параметр S приближено равен площади контакта СЭ и гранулы. Усредняя ур. (3.75), мы найдем следующее соотношение

$$
\langle Q\rangle = C_\Sigma\langle\phi\rangle + Q_0 + SP(\langle\phi\rangle - V_g). \tag{3.107}
$$

Ур. (3.105) и (3.107) всегда имеют единственное решение. Поэтому в системе нет гистерезиса при $q_0 < 0.5e$ и произвольном Q_0. Кондактанс ОЭТ имеет максимум при $W_n = W_{n+1}$, что соответсвует $Q_0 = e(n+1/2) - q_0$. Средний потенциал гранулы в этих точках равен $\langle\phi\rangle = 0$.

При $q_0 > 0.5e$ и $Q_0 > 0.5e$ гистерезиса нет. Но в окрестности точки $Q_0 = 0$ система имеет гистерезис и не может описываться в приближении только двух зарядовых состояний на грануле. При $q_0 \sim 0.5e$ три состояния $n = 0, \pm 1$ необходимо учесть около $Q_0 = 0$, см. рис. 25. При $q_0 \sim 1.5e$ уже нужно учитывать как минимум пять состояний $n = 0, \pm 1, \pm 2$, и т.д.

Если $q_0 \sim 0.5e$, вероятности найти заряд гранулы с $n = 0, \pm 1$ избыточными зарядами равны

$$
\begin{cases}
W_{-1} = \frac{\Gamma_{0,-1}}{\Gamma_{-1,0}} W_0, \\
W_1 = \frac{\Gamma_{0,1}}{\Gamma_{1,0}} W_0, \\
W_0 = \left(1 + \frac{\Gamma_{0,-1}}{\Gamma_{-1,0}} + \frac{\Gamma_{0,1}}{\Gamma_{1,0}}\right)^{-1}.
\end{cases}
\tag{3.108}
$$

Средний заряд $\langle Q\rangle$ дается следующим выражением

$$
\langle Q\rangle = e(W_1 - W_{-1}). \tag{3.109}
$$

Решая ур. (3.109) и (3.107), мы найдем средний потенциал $\langle\phi\rangle$. Рис. 34 иллюстрирует решения ур. 3.109 (непрерывная кривая) и ур. 3.107 (пунктир) от $\langle\phi\rangle$ при $Q_0 = 0$. На этом рисунке кривые имеют три пересечения в точках $\phi_{-1,0,1}$. Это означает, что система имеет гистерезис. Асимптотическое поведение уравнения (3.109) для $Q_0 = 0$

$$
Q_{\max}(T) = \pm\frac{e\Gamma_{0,1}}{\Gamma_{0,1}+\Gamma_{1,0}}. \tag{3.110}
$$

Значение $Q_{\max}$ зависит от температуры и уменьшается с ростом T. При температуре $T = T_h$, $Q_{\max}$ становится меньше q_0. Для температуры $T > T_h$ гистерезис исчезает. Однако при достаточно высоких температурах все состояния должны учитываться, и описание системе даже в базисе с тремя состояниями $(n = 0, \pm 1)$ может быть неверным.

3.5. Динамический подход к электронному транспорту в одноэлектронном транзисторе с активным диэлектриком

Одноэлектронные наноустройства, такие как одноэлектронные транзисторы (ОЭТ), одноэлектронные "ящики", цепочки металлических гранул и т.п., сейчас интенсивно исследуются, как с фундаментальной токи зрения, так и с прикладной [426–435]. Один из наименее изученных аспектов этих систем — это их динамика. Благодаря эффекту квантования заряда на грануле, даже прикладывая постоянной напряжение к системе, можно получить динамические эффекты и переменный ток, аналогично джозефсоновским контактам [436, 437]. Большой прогресс в изготовлении наноразмерных проводников позволяет создавать одноэлектронные устройства, связанные с наномеханическими резонаторами. Кроме того, существуют устройства с подвижными наногранулами. В этих системах электрические и механические степени свободы связаны между собой, что приводит к сложной динамике всего устройства. В ОЭТ с подвижной металлической частицей наблюдается так называемый "шаттл"-механизм переноса заряда [7, 438–441]. Недавно проведены интенсивные исследования ОЭТ с подвижным затворным электродом [435, 442–446]. Даже слабая электромеханическая связь очень сильно влияет на транспорт в ОЭТ, что может помочь изготовить сверхчувствительный элемент в датчике движения. Сильная электромеханическая связь вызывает также эффекты бистабильности и гистерезиса, которые полезны для создания компьютерной ячейки памяти.

Когда слой СЭ помещается в туннельные переходы, он служит туннельным барьером для электронов, но поляризация слоев СЭ имеет свою собственную динамику, в отличие от обычного ОЭТ, где поляризация изолятора мгновенно следует за электрическим полем в конденсаторах.

СЭ, помещенный в конденсатор затвора ОЭТ (см. рис. 35(а)), имеет нетривиальную динамику. В этом случае ОЭТ имеет много общего с ОЭТ, имеющим подвижный затвор, в котором движение электрода вызывает изменение индуцированного затвором заряда. Вариации поляризации СЭ влияют на ОЭТ аналогичным образом. Тем не менее, есть несколько важных различий между этими двумя системами. Наномеханические резонаторы обычно изучаются как линейные осцилляторы. По сравнению с ними, слой СЭ имеет в общем случае нелинейный отклик, так как электрические поля в конденсаторах ОЭТ могут легко превышать поле насыщения СЭ [7, 32–37, 40, 363]. Другое важное отличие связано с тем, что характерные временные масштабы СЭ материалов могут быть существенно ниже, чем у наномеханических систем, и даже могут быть сопоставимы

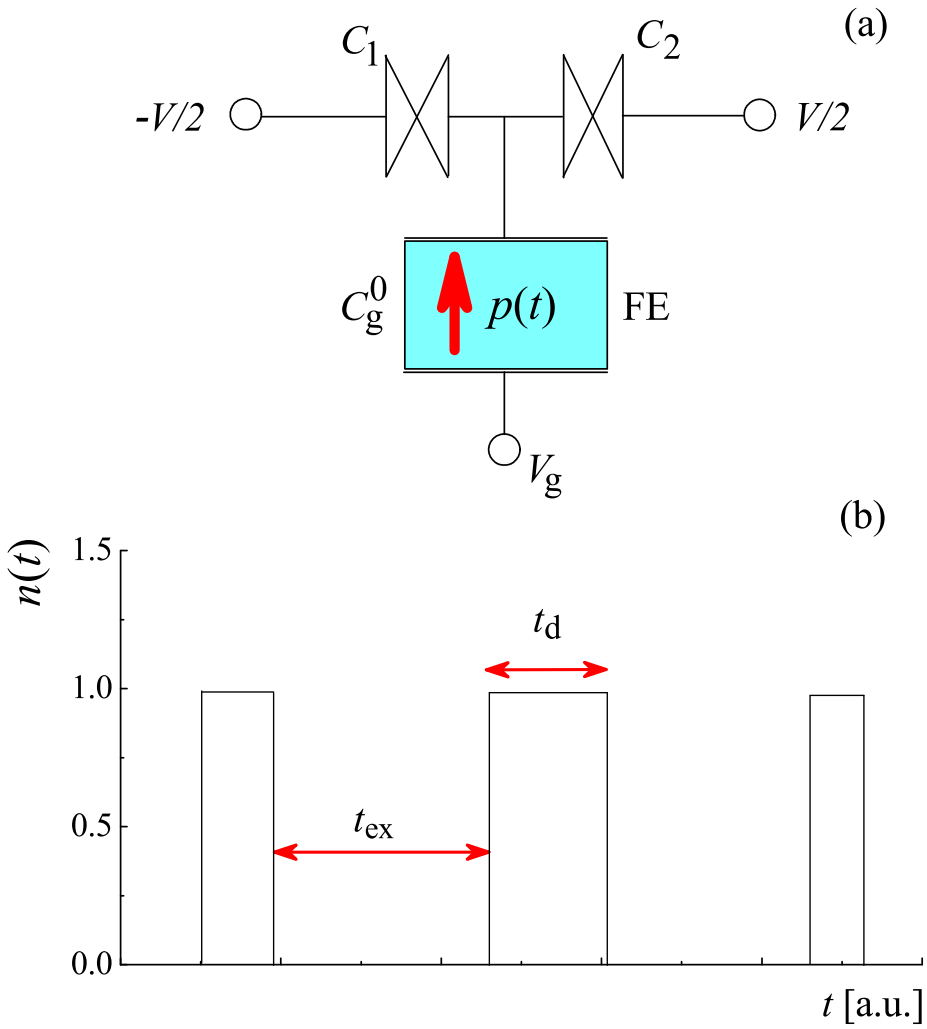


Рис. 35. (a) Схема одноэлектронного транзистора ОЭТ с активным диэлектриком (сегнетоэлектриком (СЭ)) между затвором и металлической гранулой. $C_{1,2}$ — туннельные емкости, C_g^0 — геометрическая емкость, $p(t)$ — зависящая от времени поляризация СЭ, V и V_g — тянущее напряжение и напряжение на затворе, соответственно. (b) Зависимость от времени t числа избыточных электронов на грануле, $n(t)$. ОЭТ характеризуется следующими временными масштабами: временем жизни избыточного электрона на грануле (время разрядки гранулы) t_d и временем корреляции СЭ, t_{ex}.

с характерными временами ОЭТ. Эти характерные временные масштабы СЭ и ОЭТ определяют транспортные свойства всей системы.

Различные виды СЭ материалов проявляют, естественно, разную динамику. Так называемые СЭ "сдвигового типа" описываются дифференциальным уравнением второго порядка (по времени) [378]. Эти материалы ведут себя подобно генераторам с определенной резонансной частотой ω_0^{FE} (в линейном режиме) и временем затухания t_{FE}. СЭ типа "порядок-беспорядок" подчиняются дифференциальному уравнению первого порядка. Эти материалы характеризуются одним параметром, временем затухания t_{FE}.

Самый короткий характерный временной масштаб ОЭТ $t_c \sim \hbar/E_{\mathrm{c}}$, где E_{c} — характерная энергия одного избыточного электрона на нанограунле. Для металлической гранулы с диаметром порядка нескольких нанометров это время порядка 10^{-14} s. Промежуточный масштаб времени — время жизни электрона на грануле (время разряда ОЭТ), $t_{\mathrm{d}} \sim RC_{\Sigma}$, где R и C_{Σ} — сопротивление и суммарная емкость системы, соответственно. Это время зависит от геометрии системы и обычно находится в диапазоне 10^{-12}–10^{-8} s. Наибольший характерный масштаб времени ОЭТ, t_{ex} — время между процессами туннелирования электронов на гранулу. В целом это время зависит от напряжения на затворе. Для сильной кулоновской блокады это время экспоненциально велико, $t_{\mathrm{ex}} \sim RC_{\Sigma}e^{E_{\mathrm{c}}/T}$, в то время как для подавленной кулоновской блокады (когда напряжение на затворе соответствует малой окрестности так называемых точек вырождения) оно сравнимо с временем жизни электрона на грануле, t_{d}.

Предел $t_{\mathrm{FE}} \ll t_{\mathrm{c}}$ соответствует классической теории ОЭТ. В этом случае поляризация диэлектриков мгновенно следует за электрическим полем в конденсаторах ОЭТ. Когда заряд на грануле меняется с n на $n\pm1$, обычно неявно предполагается, что поляризация диэлектриков мгновенно меняется с некого равновесного значения $p^{\mathrm{eq}}|_n$ на другое равновесное значение $p^{\mathrm{eq}}|_{n\pm1}$. Таким образом, "классическая" теория ОЭТ рассматривает переходы между состояниями $(n, p^{\mathrm{eq}}|_n)$ и $(n\pm1, p^{\mathrm{eq}}|_{n\pm1})$. Предельный случай, $t_{\mathrm{FE}} \gg t_{\mathrm{ex}}$, был рассмотрен недавно в наших работах [32–37,40,363] на основе теории среднего поля. В этом случае поляризация ФЭ слоев чувствительна к среднему электрическому полю в ОЭТ. Взаимодействие ОЭТ с медленной динамической системой приводит к гистерезису даже в отсутствии собственного гистерезиса ОЭТ. В работах [37] был рассмотрен ОЭТ с медленным диэлектриком и было показано, что и в этом случае состояние ОЭТ будет иметь гистерезис. Область параметров между двумя предельными случаями, быстрого и медленного отклика активного диэлектрика в конденсаторе, может быть разделена на следующие области: 1) $t_{\mathrm{FE}} \approx t_{\mathrm{c}}$; 2) $t_{\mathrm{FE}} \approx t_{\mathrm{d}}$; и 3) $t_{\mathrm{FE}} \approx t_{\mathrm{ex}}$. В первой области необходимо рассматривать электронное туннелирование с учетом дисперсии диэлектрической проницаемости. Так называемая отртодоксальная теория ОЭТ неприменима в этом случае.

Остальные два режима можно рассматривать в рамках ортодоксальной теории, если динамика поляризации принята во внимание. Ниже рассматривается ОЭТ с активным диэлектриком в конденсаторах, когда его время релаксации больше, чем t_c ($t_{FE} \gg t_c$), но соотношение между t_{FE} и $t_{d,ex}$ может быть произвольным.

Два разных метода обычно используются при изучении динамических эффектов в ОЭТ. Первый метод основан на исследовании динамики плотности распределения различных состояний ОЭТ, используя уравнения типа Фоккера-Планка [443, 447]]. Этот метод в основном используется в ОЭТ с наномеханическим резонатором или подвижной гранулой. Механические степени свободы рассматривались на основе квазиклассических методов [440,442,445,446] (в том числе в нашей работе [7], которая стала основой подхода, изложенного ниже) или квантовомеханически [439, 441, 444, 448, 449]. Второй метод основан на численной симуляции динамики всех степеней свободы системы на основе динамического Монте-Карло [436,450]. Этот метод позволяет численно исследовать динамику параметров системы. Для исследования СЭТ с активным диэлектриком в конденсаторах мы выбрали второй метод: динамический Монте-Карло. На сегодняшний день возможно экспериментально получить зависимость заряда на островке от времени [451]. Поэтому результаты подобного подхода позволяют гипотетически провести сравнение теории с экспериментом.

3.5.1. Модель одноэлектронного транзистора

Мы рассматриваем одноэлектронный транзистор, схематически показанный на рис. 35(а). Левые и правые электроды (исток и сток) соединены с металлической гранулой посредством туннельных контактов. Потенциалы истока и стока равны $\pm V/2$.Для простоты мы предполагаем, что емкости и сопротивления контактов удовлетворяют соотношениям $C_1 = C_2 = C/2$ и $R_1 = R_2 = R$. Изолятор с мнговенным откликом на внешнее электрическое поле находится в туннельных контактах. Поляризация такого изолятора в любой момент времени равна $p_{1,2} = \chi_{jun}(\pm V/2 - \phi)/d$, где ϕ — это потенциал гранулы, d — толщина контактов и χ_{jun} — диэлектрическая восприимчивость. Поляризация туннельных контактов включена в емкости $C_{1,2}$. Взаимодействие затвора с потенциалом V_g и металлической гранулой описывается емкостью C_g. СЭ (активный диэлектрик) с нелокальной по времени связью поляризации и электрического поля располагается в конденсаторе между затвором и гранулой. Характерное время затухание СЭ $t_{FE} > t_c$. Для простоты предполагается, что поляризация $p(t)$ СЭ не зависит от координаты. Для геометрической емкости используется обозначение: $C_g^0 = S_g/(4\pi d_g)$, где S_g и d_g — площадь и толщина конденсатора затвора.

Ниже будут рассматриваться две отдельные температуры: 1) T_{FE} — температура СЭ слоя и 2) T_{e} — температура гранулы. В общем случае эти температуры могут быть разными, с одной стороны, из-за тока, протекающего через цепь исток-гранула-сток [452–454], или из-за искусственного локального нагрева или охлаждения гранулы [455–458].

Свободная энергия ОЭТ

Уравнения, определяющие поведение ОЭТ с СЭ (активным диэлектриком), могут быть выведены из свободной энергии системы. Приращение свободной энергии может быть выражено через заряды q_i и потенциалы ϕ_i всех металлических электродов, $\delta F = \delta R = \sum \phi_i \delta q_i$. Здесь заряды рассматриваются как независимые переменные. В нашей модели ОЭТ три металлических электрода соединены с идеальным источником напряжения. В этом случае потенциал гранулы может быть найден самосогласованным расчетом. Следуя стандартному подходу [459], мы вводим термодинамический потенциал, в котором заряд гранулы и потенциалы электродов рассматриваются как независимые переменные $\delta F_{\mathrm{m}} = \delta F - \delta(V_{\mathrm{g}} Q_{\mathrm{g}}) - \delta(V_1 q_1) - \delta(V_2 q_2) = \phi\delta q - Q_{\mathrm{g}}\delta V_{\mathrm{g}} - q_1 \delta V_1 - q_2 \delta V_2$, где Q_{g} — заряд электрода затвора, $q_{1,2}$ и $V_{1,2}$ — заряды и потенциалы истока и стока, q и ϕ — заряд и потенциал металлической гранулы, соответственно. Ниже мы используем обозначение F_{m} для свободной энергии.

При нулевом напряжении смещения приращение этого смешанного термодинамического потенциала имеет вид $\delta F_{\mathrm{m}} = \phi\delta q - Q_{\mathrm{g}}\delta V_{\mathrm{g}}$. Интегрирование δF_{m} по δq и δV_{g} позволяет найти полную свободную энергию. Используя законы электростатики, найдем $Q_{\mathrm{g}} = (C C_{\mathrm{g}}^0 V_{\mathrm{g}q} C_{\mathrm{g}}^0 - p S_{\mathrm{g}} C)/C_\Sigma$, где $C_\Sigma = C + C_{\mathrm{g}}^0$ – полная емкость системы. Потенциал гранулы определяется как $\phi = (C_{\mathrm{g}}^0 V_{\mathrm{g}} + q - p S_{\mathrm{g}})/C_\Sigma$. Таким образом,

$$F_{\mathrm{m}} = F_0 + \frac{q^2}{2C_\Sigma} + \frac{q C_{\mathrm{g}}^0 V_{\mathrm{g}}}{C_\Sigma} - \frac{p S_{\mathrm{g}} q}{C_\Sigma} + \frac{p S_{\mathrm{g}} C V_{\mathrm{g}}}{C_\Sigma} - \frac{C C_{\mathrm{g}}^0 V_{\mathrm{g}}^2}{2C_\Sigma}, \tag{3.111}$$

где F_0 — свободная энергия системы при нулевом напряжении на затворе и нулевом заряде гранулы:

$$F_0 = (\alpha_{\mathrm{P}} p^2/2 + \beta_{\mathrm{P}} p^4/4 + p^2 S_{\mathrm{g}}/(2C_\Sigma d_{\mathrm{g}})) S_{\mathrm{g}} d_{\mathrm{g}}. \tag{3.112}$$

Первые два слагаемых в ур. (3.112) — это стандартный вклады в свободную энергию, описывающие диэлектрические материалы и СЭ вблизи перехода сегнетоэлектрик–параэлектрик [378]. Здесь α_{P} и β_{P} — феноменологические коэффициенты. Для диэлектрических материалов обе константы положительны. Для СЭ коэффициенты α_{P} линейно зависят от температуры и обращаются в ноль при температуре перехода в

парамагнитное состояние. Последнее слагаемое в ур. (3.112) вызвано ненулевым электрическим полем $E_0 = -4\pi C_g^0 p/C_\Sigma$, действующим на СЭ слой при $q = 0$ и $V_g = 0$.

При конечном напряжении V свободная энергия F_m должна быть модифицирована: F_m получает дополнительный вклад $\pm eV/2$, когда дополнительный электрон попадает на гранулу.

При линейном соотношении между поляризацией p и электрическим полем $p(t) = \chi_0^i(\phi(t) - V_g)/d_g$ мы получим свободную энергию ОЭТ с перенормированной емкостью $C_g = C_g^0\epsilon_0$ и $\tilde{C}_\Sigma = C + C_g$, где $\epsilon_0 = 1 + 4\pi\chi_0^i$ — эффективная диэлектрическая восприимчивость среды в конденсаторе затвора.

Динамика сегнетоэлектрика

Варьируя свободную энергию в ур. (3.111) по поляризации p, можно найти уравнение, описывающее динамику p. Ниже мы рассмотрим СЭ типа “порядок-беспорядок”. Эти материалы могут описываться динамическим уравнением первого порядка [378]

$$\gamma\dot{p} = -\frac{\partial F_m}{\partial p} + \tilde{\Gamma}_L, \tag{3.113}$$

где γ — коэффициент затухания, обратно пропорциональный времени релаксации, $t_{FE} = \gamma\chi_0$, где $\chi_0 = \alpha_P^{-1}$ — коэффициент линейного отклика поляризации на электрическое поле. $\tilde{\Gamma}_L$ описывает ланжевеновский шум. Подставляя свободную энергию F_m в ур. (3.113), найдем следующее нелинейное уравнение на поляризацию СЭ:

$$\gamma\dot{p} + \alpha_P p + \beta_P p^3 = \frac{q - CV_g - pS_g}{C_\Sigma d_g} + \tilde{\Gamma}_L. \tag{3.114}$$

Здесь мы ввели температуру Кюри T_C, при которой коэффициент, стоящий в линейном по поляризации слагаемом, обращается в нуль: $\chi^{-1} = \alpha_P + 4\pi C_g^0/C_\Sigma = \tilde{\alpha}_P(T_{FE} - T_C) = 0$. Если $T_{FE} > T_C$, то ур. (3.114) имеет только одно решение, а при $T_{FE} < T_C$ появляется спонтанная поляризация, и уравнение имеет несколько решений.

Можно ввести другую температуру Кюри T_C^0, исходя из соотношения $\chi_0^{-1} = \tilde{\alpha}_P^0(T_{FE} - T_C^0) = 0$. Это соответствует СЭ, но окруженному заземленными электродами. Можно увидеть, что тогда $T_C < T_C^0$. Когда СЭ помещается между замкнутыми металлическими электродами, электрическое поле фиксировано в слое СЭ. Напротив, в ОЭТ потенциал металлической гранулы должен быть найден самосогласованно. Поэтому уравнение, описывающее такой слой СЭ, дает более низкую оценку температуры Кюри. Физически это отражает тот факт, что деполяризующее электрическое поле внутри слоя СЭ не полностью экранируется металлической гранулой в ОЭТ.

Напомним, что χ_0 — восприимчивость слоя СЭ по отношению к внешнему электрическому полю, а χ — восприимчивость по отношению к внешним зарядам q и $Q_0 = -C_g^0 V_g$. Ниже мы будем ссылаться на Q_0 как заряд затвора. Однако Q_0 не является реальным зарядом на электроде затвора и отличается от Q_g, который был введен выше. Если $T_{FE} > T_C$, то две восприимчивости χ и χ_0 связаны следующим образом: $\chi^{-1} = \chi_0^{-1} + 4\pi C_g^0/C_\Sigma$. Для диэлектрических материалов с мгновенным откликом постоянная χ_0 определяет диэлектрическую проницаемость, $\chi_0^i = \chi_0$ и $\epsilon_0 = 1 + 4\pi\chi_0$.

Материал в конденсаторе затвора мы рассматриваем как диэлектрик, если величина $\alpha_P + 4\pi C_g^0/C_\Sigma > 0$ положительна для любой температуры. В общем случае, обычный диэлектрик мы можем формально описывать как материал с отрицательной температурой Кюри, $T_C < 0$.

Мы напрямую численно решаем нелинейное ур. (3.114) методом динамического Монте-Карло. Для аналитических расчётов мы линеаризуем это уравнение при $T_{FE} > T_C^0$,

$$\gamma \dot{q}_P + \chi^{-1} q_P = \frac{4\pi C_g^0 (q - C V_g)}{C_\Sigma} + \Gamma_L. \tag{3.115}$$

Здесь $q_P = p S_g$ и $\Gamma_L = S_g \tilde{\Gamma}_L$.

Следует отметить, что при температуре ниже T_C^0 восприимчивостьχ_0 становится отрицательной. Однако СЭ все еще находится в параэлектрической фазе при температурах $T_C < T_{FE} < T_C^0$. Ниже будет показано, что в этом диапазоне температур ур. (3.115) неприменимо, так как оно приводит к расходящимся решениям для q_P и q. Необходимо учитывать нелинейный член $\beta_P p^3$, чтобы ограничить флуктуации q_P и q.

Ланжевеновские силы

Внутренние флуктуации слоя СЭ происходят из-за взаимодействия поляризации СЭ с другими степенями свободы. Это взаимодействие состоит из двух компонент. «Регулярная» компонента приводит к появлению поляризационной релаксации. Этот член можно записать, как $\gamma \dot{q}_P$ даже для нелинейных систем [460]. Другая компонента шума, ответственная за флуктуации поляризации СЭ, возникает из-за правой части ур. (3.114) как случайная ланжевеновская сила $\tilde{\Gamma}_L$. Если поляризация медленно меняется со временем по сравнению с характерным временем затухания поляризации СЭ, корреляционная функция ланжевеновских сил может быть выбрана как $C_L = \langle \tilde{\Gamma}_L(t) \tilde{\Gamma}_L(t') \rangle = 2\gamma k_B T_{FE} \delta(t - t')/(S_g d_g)$. Связь между релаксационной константой γ и ланжевеновсими силами справедлива даже для нелинейных систем [460]. Дисперсия флуктуаций поляризации в линейном режиме ($\beta_P \ll \alpha_P p^2$) может быть выражена через восприимчивость: $D_P = \langle (\Delta p)^2 \rangle = \chi k_B T_{FE}/(S_g d_g)$. Ниже это соотношение будет использоваться для анали-

тических оценок. В случае сильной нелинейности, ($\beta_{\rm P} \sim \alpha_{\rm P} p^2$), дисперсия поляризации даётся более сложным выражением [461].

Динамика одноэлектронного транзистора

Вероятность перехода электронов на/из металлической гранулы определяется выражением

$$G^{\pm}_{1,2} = \frac{1}{e^2 R} \frac{\Delta F^{\pm}_{1,2}}{e^{\Delta F^{\pm}_{1,2}/T_{\rm e}} - 1}, \tag{3.116}$$

где

$$\begin{aligned} \Delta F^{\pm}_1 &= 2E_{\rm c}\left(\pm\left(n + \frac{C^0_{\rm g} V_{\rm g}}{e} + \frac{C_\Sigma V}{2e} - \frac{q_{\rm p}}{e}\right) + 1/2\right), \\ \Delta F^{\pm}_2 &= 2E_{\rm c}\left(\pm\left(n + \frac{C^0_{\rm g} V_{\rm g}}{e} - \frac{C_\Sigma V}{2e} - \frac{q_{\rm p}}{e}\right) + 1/2\right). \end{aligned} \tag{3.117}$$

Индексы $(1,2)$ обозначают электрод, с которого (или на который) прыгает электрон. Верхний индекс + описывает прыжок электронов с одного из электродов на гранулу. Верхний индекс − описывает обратный процесс. Здесь $n = q/e$ — число избыточных электронов на грануле и $E_{\rm c} = e^2/(2C_\Sigma)$ — кулоновская энергия.

Важное приближение при вычислении ΔF — предположение, что поляризация p не меняется во время электронного тунелирования так как $t_{\rm FE} \gg t_{\rm c}$. Ур. (3.117) описывает процессы $(n, p(t)) \to (n \pm 1, p(t))$. Это противоречит "классической" теории ОЭТ, когда во время скачка поляризация p регулируется, и происходят следующие процессы $(n, p^{\rm eq}|_n) \to (n \pm 1, p^{\rm eq}|_{n\pm1})$.

Два характерных временных масштаба могут быть введены, используя уравнение (3.116): 1) время возбуждения $t_{\rm ex}$, соответствующее зарядке гранулы при нулевом напряжении затвора, $V_{\rm g} = 0$. Это событие подавляется из-за эффекта кулоновской блокады, $t_{\rm ex} = G^+_1|_{n=0,V_{\rm g}=0,q_{\rm p}=0,V=0} \sim RC_\Sigma e^{E_{\rm c}/T_{\rm e}}$; 2) время релаксации $t_{\rm d}$, соответствующее разряду заряженной гранулы. Это время намного короче, $t_{\rm ex} \gg t_{\rm d}$, поскольку в этом случае экспоненциальный множитель отсутствует, $t_{\rm d} = G^-_1|_{n=1,V_{\rm g}=0,q_{\rm p}=0,V=0} \sim RC_\Sigma$. Отметим, что время возбуждения сильно зависит от напряжения на затворе $V_{\rm g}$. И для определённого диапазона напряжений оба временных масштаба могут быть одного порядка по величине.

Избыточный заряд гранулы определяется случайными во времени туннельными процессами:

$$\dot{n}(t) = \sum_i Z_i \delta(t - t_i). \tag{3.118}$$

Здесь Z_i может принимать три значения: ± 1 и 0. Вероятность перехода электронов в единицу времени определяется уравнением (3.116). Она зависит от напряжения смещения V, напряжения затвора V_{g}, числа электронов на грануле $n(t)$ и индуцированного заряда СЭ слоя $q_{\mathrm{p}}(t)$. Последние две величины зависят от времени, что, как следствие, приводит к зависящим от времени вероятностям туннелирования. Таким образом, необходимо решить самосогласованные уравнения для поляризации СЭ и избыточного заряда гранулы ОЭТ.

Как уже говорилось, мы используем численный метод динамического Морнте-Карло [436] для решения этих уравнений. Ур. (3.118) удобнее написать в разностной форме

$$\begin{aligned} n(t_i) &= n(t_{i-1}) + Z(n(t_{i-1}), q_{\mathrm{p}}(t_{i-1}))dt, \\ Z &= \begin{cases} 1, & x < G_1^+ + G_2^+, \\ 0, & G_1^+ + G_2^+ < x < 1 - (G_1^- + G_2^-), \\ -1, & x > 1 - (G_1^- + G_2^-), \end{cases} \end{aligned} \tag{3.119}$$

где x — случайное число, равномерно распределённое между 0 и 1, $dt = t_i - t_{i-1}$. Интервал времени dt значительно короче всех характерных времен задачи, $dt \ll t_{\mathrm{d}},\ t_{\mathrm{FE}}$.

Средний электрический ток в ОЭТ может быть найден следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= \frac{e}{T_{\mathrm{m}}} \sum_i \zeta(t_i), \\ \zeta &= \begin{cases} 1, & Z(t_i) > 0 \wedge y < G_1^+/(G_1^+ + G_2^+), \\ -1, & Z(t_i) < 0 \wedge y < G_1^-/(G_1^- + G_2^-), \\ 0, & Z(t_i) = 0, \end{cases} \end{aligned} \tag{3.120}$$

где y — случайное число, равномерно распределённое между 0 и 1; T_{m} — интервал измерений.

3.5.2. Кондактанс ОЭТ

Мы исследуем кондактанс ОЭТ как функцию напряжения на затворе V_{g} для различных соотношений между временем релаксации СЭ, t_{FE}, и характерных масштабов времени ОЭТ, t_{ex} и t_{d}.

Подавление кулоновской блокады флуктуациями поляризации ОЭТ

Пики кондактанса как функции заряда на затворе Q_0 имеют конечную ширину при конечных температурах. Ширина этих пиков равна $\Delta Q_0^{\mathrm{L}} \approx e k_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}} / E_{\mathrm{c}}$. Поляризация СЭ входит в уравнение как дополнительный заряд на обкладках конденсатора. Поэтому флуктуации СЭ поляризации можно рассматривать как флуктуации Q_0. Эти

флуктуации эффективно усредняют кондактанс ОЭТ по области $\Delta Q_0^{\mathrm{p}} \sim \sqrt{D_{\mathrm{p}}} \sim \sqrt{T_{\mathrm{FE}}}$. Из-за специфической зависимости ΔQ_0^{p} от температуры ($\propto \sqrt{T}$) флуктуации поляризации СЭ сильнее всего влияют на кондактанс. Если температура СЭ T_{FE} равна температуре электродов стока и истока, T_{e}, то флуктуациями СЭ можно пренебречь, пока $k_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{FE}} \ll 2\pi\chi C_{\mathrm{g}}^0 E_{\mathrm{c}}/C_{\Sigma}$ или $T_{\mathrm{FE}} \ll T_{\mathrm{e}}$.

Если ΔQ_0^{p} больше половины заряда электрона, то эффекты кулоновской блокады забываются, и соответствующие пики кондктанса пропадают. Таким образом, общее условие наблюдения квантования заряда на грануле в ОЭТ: $S_{\mathrm{g}} \sqrt{D_{\mathrm{p}}} \ll e/2$, где D_p — дисперсия поляризации СЭ.

Ниже показано, что флуктуации СЭ могут в некоторых случаях увеличивать кондактанс ОЭТ.

ОЭТ с сверхбыстрым сегнетоэлектриком в конденсаторе затвора

Мы называем СЭ (диэлектрики) сверхбыстрыми, если $t_{\mathrm{FE}} \ll t_{\mathrm{c}}$. Напротив, мы называем FE "медленными" , если $t_{\mathrm{FE}} \gg t_{\mathrm{c}}$. Сверхбыстрые диэлектрики в ОЭТ изучались в многих работах на основе ортодоксальной теории. В этом случае проводимость является периодической функцией заряда затвора Q_0. Максимумы проводимости расположены в точках $Q_0 = e(l + 1/2)/\epsilon_0$, где l — целое число. Пиковое значение проводимости ОЭТ в этом случае составляет $\sigma_0 = 1/(4R)$. Проводимость подавляется между пиками из-за эффекта кулоновской блокады.

Если ОЭТ имеет в составе СЭ, у которого временя релаксации $t_{\mathrm{FE}} \approx T_{\mathrm{c}}$, то такой ОЭТ не может быть описан в рамках ортодоксальной теории. Этот случай требует аккуратного вычисления туннельных матричных элементов электронов, взаимодействующих с СЭ (диэлектрической) поляризацией и изменяющихся на масштабах времени t_{c}. Туннелирование при наличии временной дисперсии рассматривалось ранее в [374, 462, 463]. Было показано, что временная дисперсия, вызванная диссипацией в цепи туннельного перехода, приводит к уменьшению проводимости перехода и появлению эффекта кулоновской блокады.

ОЭТ с “быстрым” сегнетоэлектриком ($t_{\mathrm{FE}} \ll t_{\mathrm{d}}$)

В случае “ быстрого ” СЭ (диэлектрика) $t_{\mathrm{c}} \ll t_{\mathrm{FE}} \ll t_{\mathrm{d}}$, переходы электрона на гранулу или с гранулы в электрод происходят на фоне СЭ поляризации, которая находится в состоянии равновесия при заданном заряде гранулы n. Однако во время туннелирования электрона поляризация СЭ (диэлектрика) сохраняет свое значение, так как $t_{\mathrm{FE}} \gg t_{\mathrm{c}}$, что означает, что состояние поляризации СЭ не является равновесным сра-

зу после туннелирования. Определим состояние ОЭТ в каждый момент времени переменными $(n(t), p(t))$. Следующие переходы соответствуют зарядке и разрядке гранулы $(n, p|_n^{\mathrm{eq}}) \to (n \pm 1, p|_n^{\mathrm{eq}})$, где $p|_n^{\mathrm{eq}}$ обозначает равновесную поляризацию при заданных n и Q_0:

$$\chi^{-1} p^{\mathrm{eq}}|_n + \beta_{\mathrm{P}} (p^{\mathrm{eq}}|_n)^3 = \frac{en + CQ_0/C_{\mathrm{g}}^0}{C_\Sigma d_{\mathrm{g}}}. \tag{3.121}$$

Отметим, что в ОЭТ со сверхбыстрыми диэлектриками происходят другие переходы: $(n, p|_n^{\mathrm{eq}}) \to (n \pm 1, p|_{n\pm1}^{\mathrm{eq}})$.

Рассмотрим приращение свободной энергии, определённое в ур. (3.117), как функцию заполнения (т.е., числа избыточных зарядов) гранулы n при $V = 0$. Устойчивое значение заполнения гранулы определяется условиями:

$$\begin{cases} \Delta F^+(n+1, p^{\mathrm{eq}}|_{n+1}) > \Delta F^-(n+1, p^{\mathrm{eq}}|_{n+1}), \\ \Delta F^+(n, p^{\mathrm{eq}}|_n) < \Delta F^-(n, p^{\mathrm{eq}}|_n). \end{cases} \tag{3.122}$$

Можно приближено найти равновесное значение n и поляризацию p при данном Q_0, используя следующее соотношение:

$$\Delta F^+(n^{\mathrm{eq}}, p^{\mathrm{eq}}|_{n^{\mathrm{eq}}}) = \Delta F^-(n^{\mathrm{eq}}, p^{\mathrm{eq}}|_{n^{\mathrm{eq}}}). \tag{3.123}$$

Если обозначить n^{eq} наиболее вероятное заполнение гранулы, то уравнение (3.123) принимает вид

$$en^{\mathrm{eq}} - Q_0 - q_{\mathrm{P}}^{\mathrm{eq}}|_{n^{\mathrm{eq}}} = 0, \tag{3.124}$$

где $q_{\mathrm{P}}^{\mathrm{eq}}|_{n^{\mathrm{eq}}} = S_{\mathrm{g}} p^{\mathrm{eq}}|_{n^{\mathrm{eq}}}$. Используя ур. (3.121), мы можем связать “равновесную” поляризацию и эффективный заряд затвора Q_0

$$\alpha_{\mathrm{P}}(q_{\mathrm{P}}^{\mathrm{eq}}|_{n^{\mathrm{eq}}}) + \tilde{\beta}_{\mathrm{P}}(q_{\mathrm{P}}^{\mathrm{eq}}|_{n^{\mathrm{eq}}})^3 = 4\pi Q_0, \tag{3.125}$$

где $\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = \beta_{\mathrm{P}}/S_{\mathrm{g}}^2$. Уравнение (3.125) имеет единственное решение в области температур $T_{\mathrm{FE}} > T_{\mathrm{C}}^0$. При $T_{\mathrm{FE}} < T_{\mathrm{C}}^0$ оно имеет три решения. Подставляя $p^{\mathrm{eq}}|_{n^{\mathrm{eq}}}$ в ур. (3.124), можно найти равновесное заполнение гранулы, n^{eq}. При фиксированном Q_0 состояние системы наиболее вероятно будет соответсвовать n^{eq}. Чтобы приближено вычислить кондактанс ОЭТ, мы учтем два состояния n_1 и n_2 $(n_1 < n_2)$ вблизи n^{eq}. Используя выражение

$$\sigma = \frac{e}{V} \frac{\tilde{G}_2^+ \tilde{G}_1^- - \tilde{G}_1^+ \tilde{G}_1^-}{\tilde{G}_1^+ + \tilde{G}_2^+ + \tilde{G}_1^- + \tilde{G}_2^-} \tag{3.126}$$

можно найти кондактанс ОЭТ. Мы используем следующие обозначения в ур. (3.126): $\tilde{G}_{1,2}^+ = G_{1,2}^+|_{n=n_1}$, $\tilde{G}_{1,2}^- = G_{1,2}^-|_{n=n_2}$. Ниже рассматриваются транспортные свойства ОЭТ в широком диапазоне температур.

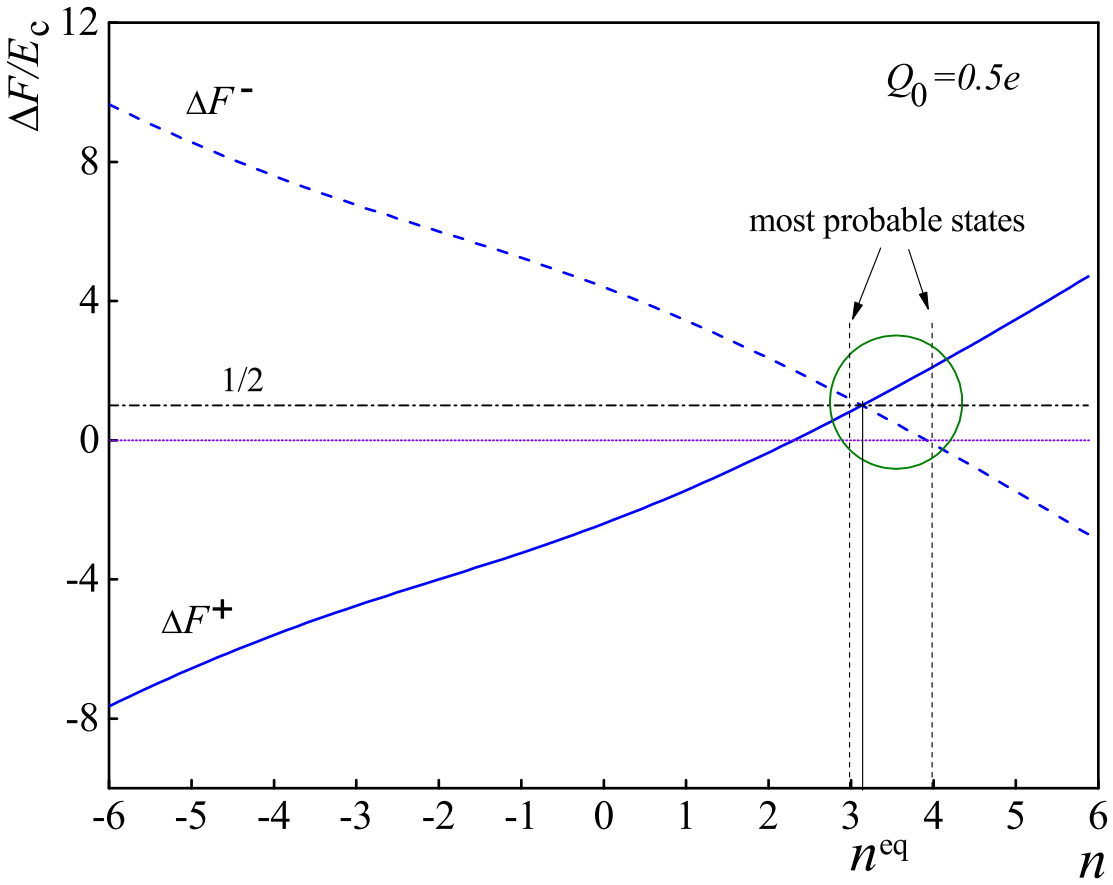


Рис. 36. Изменение свободной энергии ОЭТ, ур. (3.117), при $V = 0$ и $Q_0 = 0.5$e в зависимости от n. Непрерывные кривые соответствуют $\Delta F^{+}(n)$, пунктир — $\Delta F^{-}(n)$. Пересечение ΔF^{+} и ΔF^{-} определяет наиболее вероятное состояние ОЭТ при заданном Q_0.

$T_{\mathrm{FE}} > T_{\mathrm{C}}^{0}$.

В этой области температур параметр α_{P} является положительным, и уравнение (3.125) имеет только одно решение, приводящее к одному “стабильному” состоянию для всей системы. На рисунке 36 показана разность свободной энергии как функция заполнения гранулы n, когда $C_{\mathrm{g}}^{0} = 0.2C_{\Sigma}$, $\alpha_{\mathrm{P}} = 1.5$, $e^2\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = 0.13$ и $Q_0 = 0.5e$. Неравенства (3.122) выполняются только для $n = 3$. Уравнение (3.125) определяет “равновесное” значение n^{eq}, немного превышающее 3. Наиболее вероятные состояния: $n = 3$ и $n = 4$. Рисунок 37 показывает, как кондактанс ОЭТ (уравнение (3.126)), зависит от заряда затвора Q_0 для следующих параметров: $C_{\mathrm{g}}^{0} = 0.005C_{\Sigma}$, $\alpha_{\mathrm{P}} = 0.12$, $e^2\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = 0.0013$ и $T_{\mathrm{e}} = 0.2\ E_{\mathrm{c}}$. Эти параметры соответствуют СЭ типа TTF-CA при $T_{\mathrm{FE}} = 120$K [464]. Этот СЭ имеет довольно короткое время релаксации в пикосекундной области [465], которое может быть одного порядка, меньшим или большим, чем время разряда ОЭТ. Кондактанс при изменении V_g выглядит как совокупность пиков. Период и высота пиков не постоянны из-за

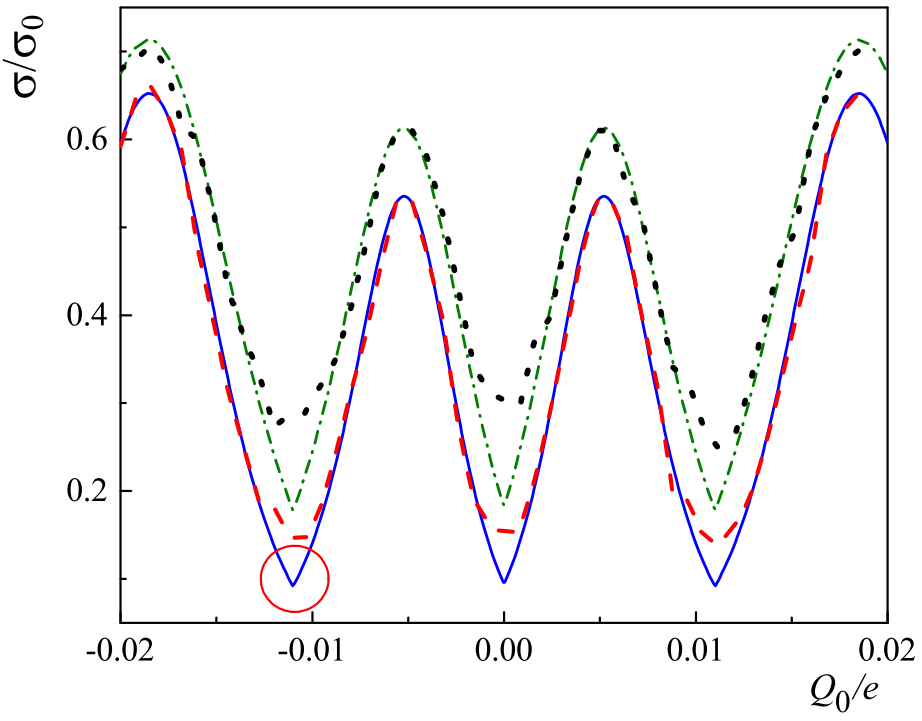


Рис. 37. Кондактанс ОЭТ как функция заряда затвора Q_0 для температур $T_{FE} > T_C^0$. Сплошная синяя кривая рассчитывается по формуле (3.126) при температуре электронов $T_e = 0.2E_c$. Пунктирная красная и пунктирная черная кривая получены с помощью МС моделирования. Пунктирная красная кривая была получена при отсутствии флуктуаций СЭ. Пунктирная черная кривая учитывает эти флуктуации. Зеленая кривая получена по формуле (3.126) при $T_e = 0.26E_c$. Красным кружком отмечена типичная область, где уравнение (3.126) неприменимо.

нелинейного члена в уравнении (3.114). Красным кружком показана область, где уравнение (3.126) неприменимо. В этой области по крайней мере три состояния вовлечены в электронный транспорт, тогда как уравнение (3.126) учитывает только два состояния. Пунктирная линия показывает кондактанс, рассчитанный методом Монте-Карло (МС). Предполагалось, что $\gamma = 0.05RC_\Sigma$. Численные и аналитические результаты совпадают в окрестности пиков кондактанса, где применимо уравнение (3.126). В провалах кондактанса численные результаты являются более точными, чем аналитические, поскольку при моделировании учитываются все возможные состояния. Пики кондактанса меньше, чем σ_0, в быстром СЭ. Ниже мы покажем, что это является следствием дополнительной эффективной кулоновской блокады, появляющейся из-за запаздывания СЭ.

Важно то, что ур. (3.126) не учитывает тепловые флуктуации СЭ. Это приближение справедливо, например, при температурах $T_{FE} \ll T_e$. Чтобы получить синюю кривую на рис. 37, мы специально выключили ланжевеновские силы в численных расчётах

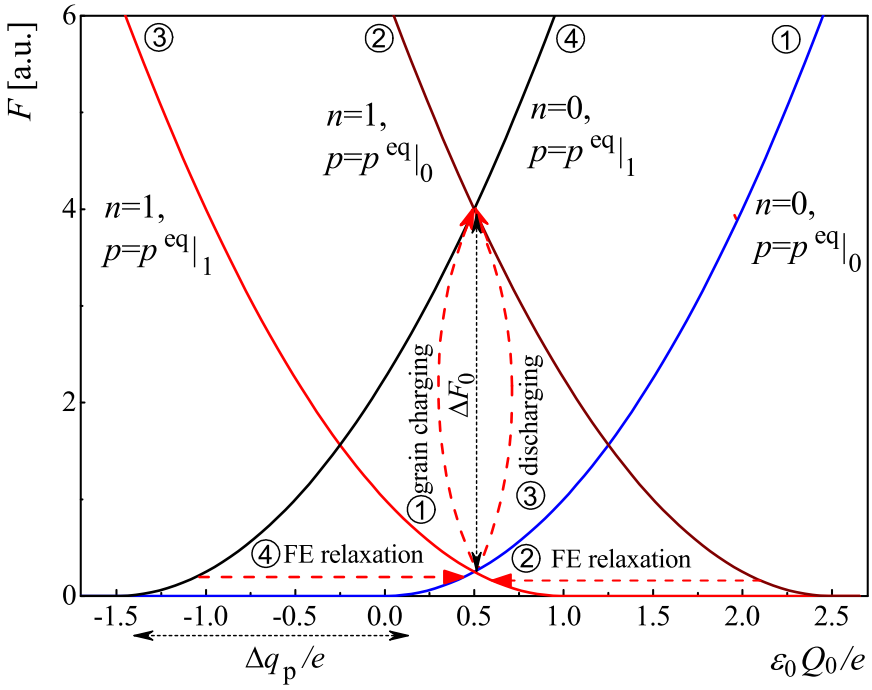


Рис. 38. Свободная энергия как функция заряда затвора Q_0. Синяя ветвь (1) соответствует состоянию $(0, p^{\mathrm{eq}}|_0)$, красная ветвь (3) соответствует состоянию $(1, p^{\mathrm{eq}}|_1)$, коричневая ветвь (2) показывает свободную энергию для состояния $(1, p^{\mathrm{eq}}|_0)$, а чёрная ветвь (4) показывает состояние $(0, |_1)$. При $\epsilon_0 Q_0 = e/2$ в ОЭТ с «сверхбыстрыми» изоляторами события зарядки и разрядки гранулы соответствуют переходу от синей к красной ветви. Энергетическая щель в этом случае равна нулю, что приводит к большому значению кондактанса. Для ОЭТ с «запаздывающим» СЭ происходит другой тип переходов. Событие зарядки гранулы (1) соответствуют переходу от синей ветви (1) к коричневой ветви (2). После перехода поляризация СЭ релаксирует в новое состояние равновесия (процесс изображен горизонтальной стрелкой (2)). Событие разрядки гранулы (3) соответствует переходу от красной (3) к черной (4) ветви. Наконец, СЭ-поляризация снова релаксирует (процесс (4)). $\Delta F_0 = 4\pi\chi\, C_{\mathrm{g}}^0 E_{\mathrm{c}}/C_\Sigma$, $\Delta q_{\mathrm{p}} = (4\pi\chi\, C_{\mathrm{g}}^0/C_\Sigma)e$.

ур. (3.114), см. красную пунктирную кривую.

Черная пунктирная линия на рис. 37 показывает результат МС-моделирования для $T_{\mathrm{FE}} = T_{\mathrm{e}}$ при учете тепловых флуктуаций СЭ. Видно, что флуктуации важны для электронного транспорта. Флуктуации СЭ подавляют кулоновскую блокаду, увеличивая кондактанс. Для сравнения, пунктирной зеленой линией показан кондактанс, посчитанный по формуле (3.126) для тех же параметров ОЭТ, но с более высокой электронной температурой, $T_e = 0.26\, E_{\mathrm{c}}$.

Для достаточно малых значений параметра β_{P} мы можем пренебречь нелинейны-

ми эффектами и использовать линеаризованное уравнение для поляризации СЭ, уравнение (3.115). В этом случае проводимость ОЭТ является периодической функцией параметра Q_0 с периодом $\Delta Q_0 = e/\epsilon_0$. Рассмотрим кондактанс вблизи положения первого пика $Q_0 = -e/(2\epsilon_0)$. На рисунке 38 показаны различные процессы, способствующие переносу электронов в ОЭТ с "запаздывающим" слоем СЭ. На этом рисунке показано количество ветвей свободной энергии как функции заряда Q_0. Эти ветви соответствуют разному заполнению гранулы, $n = 0, 1$, и поляризации СЭ, $p^{\mathrm{eq}}|_{0,1}$. Для ОЭТ с "запаздывающим" СЭ, переходы (события зарядки и разрядки) происходят между состояниями с неравновесной поляризацией слоя СЭ (диэлектрика). Это приводит к появлению ненулевой энергетической щели (см. рис. 38) для любого напряжения на затворе. Такой разрыв может рассматриваться как дополнительная эффективная кулоновская блокада, возникающая из-за "запаздывающего" отклика СЭ (диэлектрика).

При $\epsilon_0 Q_0 = e/2$ зарядка гранулы, $(0, p|_0^{\mathrm{eq}}) \to (1, p|_0^{\mathrm{eq}})$ (процесс (1) на рис. 38) требует дополнительной энергии $\Delta F_0 = 4\pi\chi\, C_{\mathrm{g}}^0 E_{\mathrm{c}}/C_\Sigma$. Слой СЭ релаксирует до своего равновесного состояния $p|_1^{\mathrm{eq}}$ (процесс (2) на рис. 38) после зарядки гранулы. Процесс разрядки (3), $(1, p|_1^{\mathrm{eq}}) \to (0, p|_1^{\mathrm{eq}})$ также неупругий. Требуется такая же энергия, ΔF_0. Эта энергетическая щель подавляет проводимость ОЭТ с "запаздывающим" слоем СЭ. Для ОЭТ с «сверхбыстрым» СЭ (диэлектрическим) слоем, переходы, связанные с зарядкой и разрядкой гранулы, происходят непосредственно от ветви (1) к ветви (3) и не требуют никакой дополнительной энергии при $\epsilon_0 Q_0 = e/2$, что приводит к относительно более высокому значению кондактанса.

Для температур $T_{\mathrm{e}} \ll E_{\mathrm{c}}(4\pi\chi\, C_{\mathrm{g}}^0/C_\Sigma)$ максимум кондактанса

$$\sigma_{\max} \approx \frac{1}{R}\frac{2\pi\chi\, C_{\mathrm{g}}^0}{C_\Sigma}\frac{E_{\mathrm{c}}}{T_{\mathrm{e}}} e^{-\frac{\Delta F_0}{T_{\mathrm{e}}}}. \tag{3.127}$$

Величина пика кондактанса увеличивается экспоненциально с температурой, однако она остается меньше «классического» значения кондактанса ОЭТ σ_0. Отметим, что для ОЭТ со «сверхбыстрымы» изоляторами величина пика кондактанса не зависит от температуры (если не учитывать квантовые поправки, связанные с котунелированием).

Область температур $T_{\mathrm{C}} < T_{\mathrm{FE}} < T_{\mathrm{C}}^0$.

В этой области температур восприимчивость χ_0 отрицательна, и ур. (3.125) имеет три различных решения, означающие, что существует несколько (мета)стабильных состояний ОЭТ. Рис. 39 показывает $\Delta F^{\pm}(n, p^{\mathrm{eq}}|_n)$ для различных Q_0 для следующих параметров: $\alpha_{\mathrm{P}} = -2$, $\chi^{-1} = 0.513$, $e^2\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = 0.13$, и $C_{\mathrm{g}}^0 = 0.2C_\Sigma$.

Здесь зависимости немонотонны, в отличие от случая $T_{\mathrm{FE}} > T_{\mathrm{C}}^0$. Рассмотрим синие

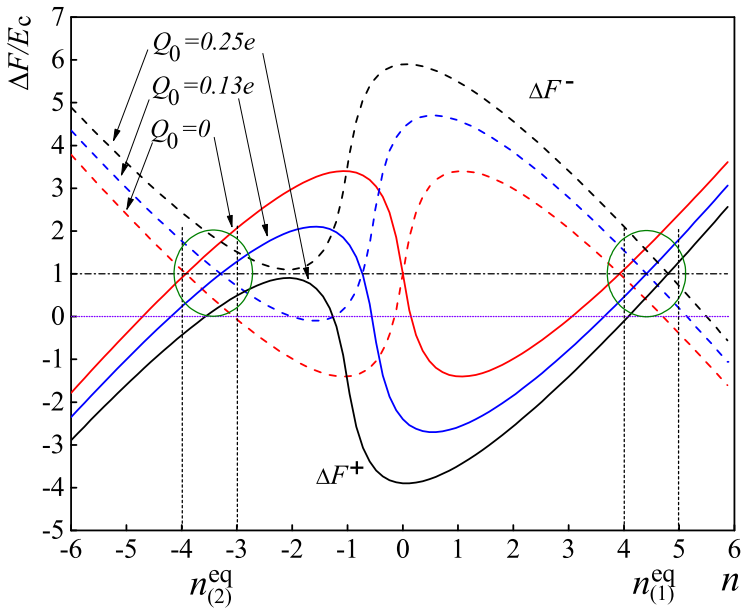


Рис. 39. Изменение свободной энергии (3.117) при $V = 0$ при разных n. Сплошные линии соответствуют $\Delta F^{+}(n, p^{\mathrm{eq}}|_n)$, пунктирные линии — $\Delta F^{-}(n, p^{\mathrm{eq}}|_n)$. Красные линии соответствуют $Q_0 = 0$, синие линии показывают $\Delta F^{\pm}$ при $Q_0 = 0.13e$, а черные линии показывают случай $Q_0 = 0.25e$. Отрицательные значения χ_0 ответственны за отрицательный наклон ΔF^{+} и положительный наклон ΔF^{-} в окрестности $n = 0$.

кривые, соответствующие $Q_0 = 0.13e$. Видно, что состояние системы с нулевым зарядом гранулы нестабильно. Два устойчивых состояния, отмеченные зелеными кружками, возникают в окрестностях $n^{\mathrm{eq}}_{(1)} \approx 4.5e$ и $n^{\mathrm{eq}}_{(2)} \approx -3,5e$. В зависимости от исходного состояния, система может эволюционировать в двумя путями. В этом случае можно ожидать гистерезисного поведения кондактанса ОЭТ как функции напряжения на затворе. Рисунок 39 показывает, что при достаточно высоком напряжении на затворе (черные линии) остается только одно стабильное состояние, что означает, что гистерезис кондактанса существует только около $Q_0 = 0$. Это противоречит случаю ОЭТ с “медленным” СЭ, рассмотренному в работах [32,33,36,37], где гистерезис появляется вблизи каждого пика кондактанса. Природа гистерезиса в случае «медленного» СЭ в конденсаторе затвора сильно отличается от случая «быстрого» КЭ (диэлектрика). Для «сверхбыстрого» СЭ гистерезис связан с нестабильностью ($\chi_0 < 0$) диэлектрических свойств СЭ, в то время как для «медленного» СЭ гистерезис возникает даже в отсутствие нестабильности СЭ из-за взаимодействия быстрых степеней свободы ОЭТ с медленным СЭ.

Следует отметить, что в области $T_{\mathrm{C}} < T_{\mathrm{FE}} < T^{0}_{\mathrm{C}}$ нельзя пренебрегать нелинейным членом в ур. (3.114), описывающим СЭ поляризацию, так как иначе заполнение гранулы $n(t)$ и поляризация $p(t)$ могут стать расходящимися функциями.

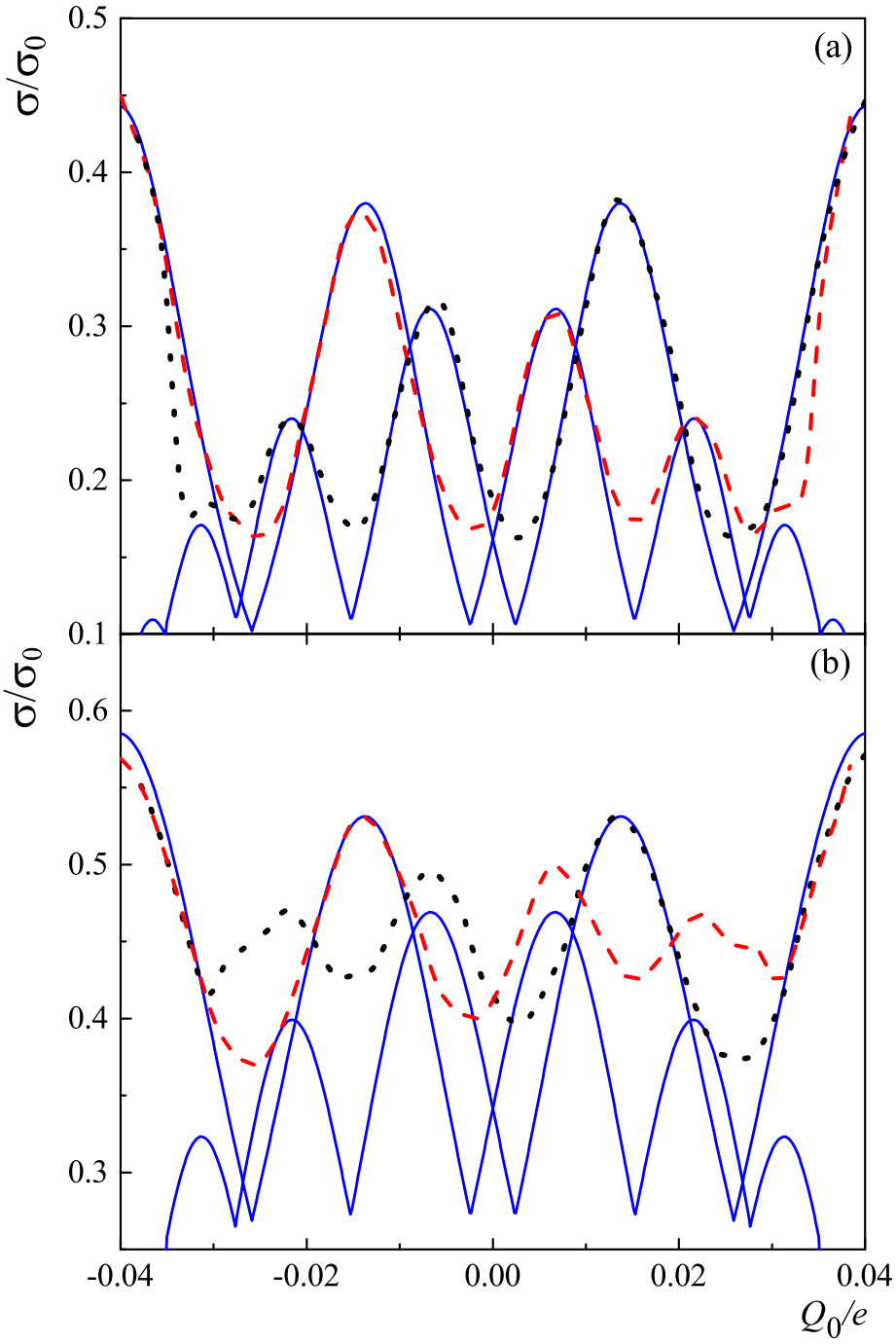


Рис. 40. Кондактанс ОЭТ как функция заряда на затворе Q_0 в области температур $T_C < T_{FE} < T_C^0$. Сплошные синии кривые получены на основе ур. (3.126). Прерывистая красная кривая и пунктирная черная кривая получены численным моделированиям методом Монте Карло. При этом, прерывистая линия получена при возрастающем Q_0, а пунктирная, наоборот, при убывающем Q_0. Рис. (a) иллюстрирует результаты, полученные на основе ур. (3.126) при $T_e = 0.2E_c$, и результаты численного моделирования при $T_e = 0.2E_c$ (пренебрегая тепловыми флуктуациями СЭ). Рис. (b) соответствует ур. (3.126) при $T_e = 0.3E_c$ и численному моделированию при $T_e = 0.2E_c$ с учетом тепловых флуктуаций поляризации СЭ.

На рис. 40 показан кондактанс ОЭТ как функция напряжения на затворе Q_0 для следующих параметров: $\alpha_{\mathrm{P}} = -0.12$, $e^2\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = 0.0013$, $C_{\mathrm{g}}^0 = 0.02C_\Sigma$. Эти параметры соответствуют СЭ типа TTF-CA при $T_{\mathrm{FE}} \approx 50$ K [464]. Непрерывные кривые показывают результаты расчётов, полученные на основе ур. (3.126) при $T_{\mathrm{e}} = 0.2E_{\mathrm{c}}$ (рис. (a)) и $T_{\mathrm{e}} = 0.3E_{\mathrm{c}}$ (рис. (b)). Как видно, кондактанс ОЭТ имеет две ветви как функция напряжения на затворе. Штрихованные и пунктирные кривые соответствуют численному моделированию методом Монте Карло в случае пренебрежимо малых флуктуаций поляризации СЭ (рис. (a)). Флуктуации учтены на рис. (b). Красные прерывистые кривые получены при возрастании Q_0 от $-0.5e$ до $+0.5e$. Начальную поляризацию и заполнения гранулы мы выбираем при каждом новом значении Q_0, исходя из результатов расчетов при предыдущих значениях Q_0. Пунктирная кривая соответствует случаю уменьшающегося Q_0. Моделирование методом Монте-Карло подтверждает существование гистерезиса кондактанса. Аналитические и численные результаты согласуются друг с другом, как следует из данного рисунка.

На рис. (b) показаны результаты численного моделирования с учетом тепловых флуктуаций поляризации СЭ ($T_{\mathrm{FE}} = T_{\mathrm{e}}$). Как видно, флуктуации подавляют кулоновскую блокаду, и в результате кондактанс становится больше. Положение пиков кондактанса остаётся прежним. Также видно, что флуктуации не замывают гистерезис кондактанса в данном диапазоне параметров.

Диапазон температур, $T_{\mathrm{FE}} < T_{\mathrm{C}}$

В этой области температур решения ур. (3.114) становятся менее тривиальными, что приводит к более сложном эффектам в ОЭТ. Два различных значения поляризации $p_{1,2}^{\mathrm{eq}}|_n$ могут соответствовать одному значению n. Рассмотрим приращение свободной энергии как функции n при $\alpha_{\mathrm{P}} = -7$, $e^2\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = 0.5$, $C_{\mathrm{g}}^0 = 0.1C_\Sigma$, и $Q_0 = 0$ (см. рис. 41). Величины $\Delta F^{\pm}$ имеют две ветви, показанные красным и черным цветом. Они отвечают равновесным поляризациям $p_1^{\mathrm{eq}}|_n$ и $p_2^{\mathrm{eq}}|_n$. Синии линии показывают нестабильные решения. “Равновесное” заполнение гранулы $n_{(1)}^{\mathrm{eq}}$ определяется пересечением двух красных линий. В отличии от случая $T_{\mathrm{FE}} > T_{\mathrm{C}}$, здесь имеется дополнительное состояние $n = n_{(1)}^{\mathrm{eq}}$, соответствующее другой поляризации. Благодаря неравенствам (3.122) второе состояние неустойчиво по отношению к вариациям n. Тепловые флуктуации поляризации СЭ могут приводить переключению поляризации (процесс (1) на рис. 41), что приводит к переходу в другое “равновесное” состояние $n_{(2)}^{\mathrm{eq}}$. Различные динамические процессы в ОЭТ отмечаем черными стрелками на рис. 41. Система переключается между двумя состояниями, $n = n_{(1)}^{\mathrm{eq}}$ и $n = n_{(2)}^{\mathrm{eq}}$.

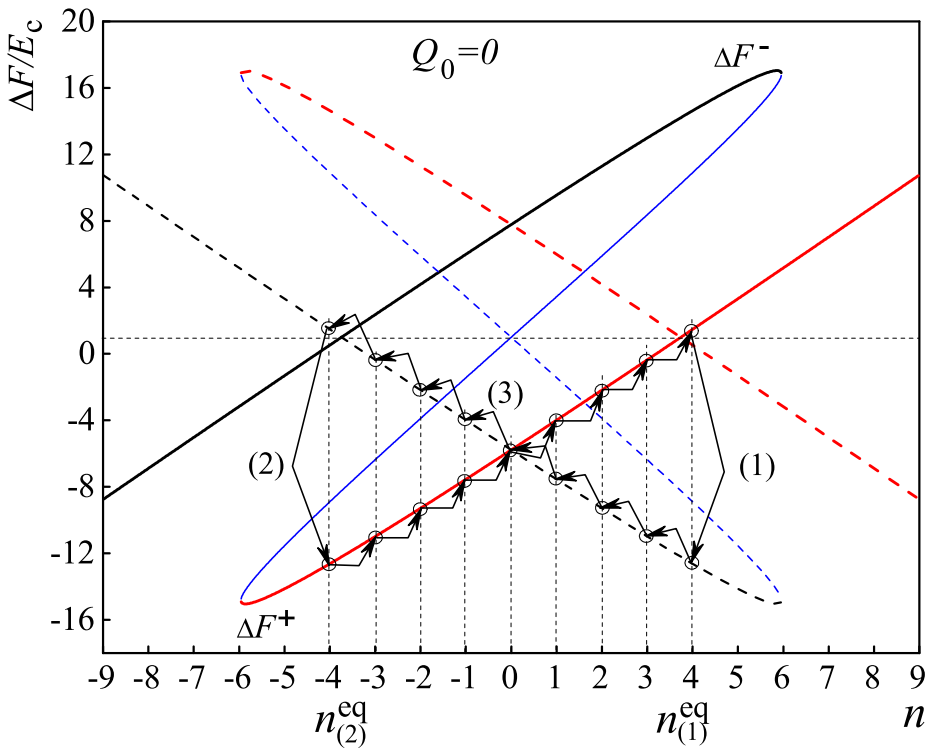


Рис. 41. Разница свободных энергий, см. ур. (3.117), при $V = 0$ и $Q_0 = 0$ при разных n. Непрерывные кривые соответствуют $\Delta F^{+}(n, p^{\mathrm{eq}}_{1,2}|_n)$, пунктиром показана $\Delta F^{-}(n, p^{\mathrm{eq}}_{1,2}|_n)$. Различными цветами выделены разные состояния поляризации СЭ. Например, синим цветом показано нестабильное состояние СЭ, $p^{\mathrm{eq}}_3|_n$, которое трудно реализовать экспериментально. Красными линиями показана положительная поляризация СЭ, черные линии соответствуют отрицательной поляризации.

Температура перехода между двумя равновесными состояниями СЭ определяется энергетическим барьером между этими состояниями, который можно оценить: $\Delta W_{\mathrm{p}} \approx 2S_{\mathrm{g}} d_{\mathrm{g}} \alpha_{\mathrm{P}}^2/(\beta_{\mathrm{p}}) = 2\alpha_{\mathrm{P}}^2/(4\pi\tilde{\beta} C_{\mathrm{g}}^0)$. Меняя параметры, можно сделать этот барьер выше, чем E_{c}, запрещая таким образом температурные переходы между состояниями. В этом случае не существует “странствующих” заполнений, и вся система ведет себя аналогично случаю $T_{\mathrm{FE}} > T_{\mathrm{C}}$. В особенности, кондактанс демонстрирует гистерезис, как функция Q_0. В области параметров, использованных на рис. 41, $\Delta W_{\mathrm{p}} > 100E_{\mathrm{c}}$. Поэтому процессы (1) и (2) почти запрещены. Поведение гистерезиса в системе с указанными выше параметрами достаточно устойчиво.

Гистерезис также можно размазать путем последовательного изменения n. Для перехода между $n = n^{\mathrm{eq}}_{(1)}$ и $n = n^{\mathrm{eq}}_{(2)}$ требуется как минимум энергия порядка $16E_{\mathrm{c}}$. Эта оценка получена на основе рис. 41 в качестве максимального значения красной пунктирной кривой. Кроме того, ОЭТ должен пройти несколько переходов $(n) \to (n-1)$,

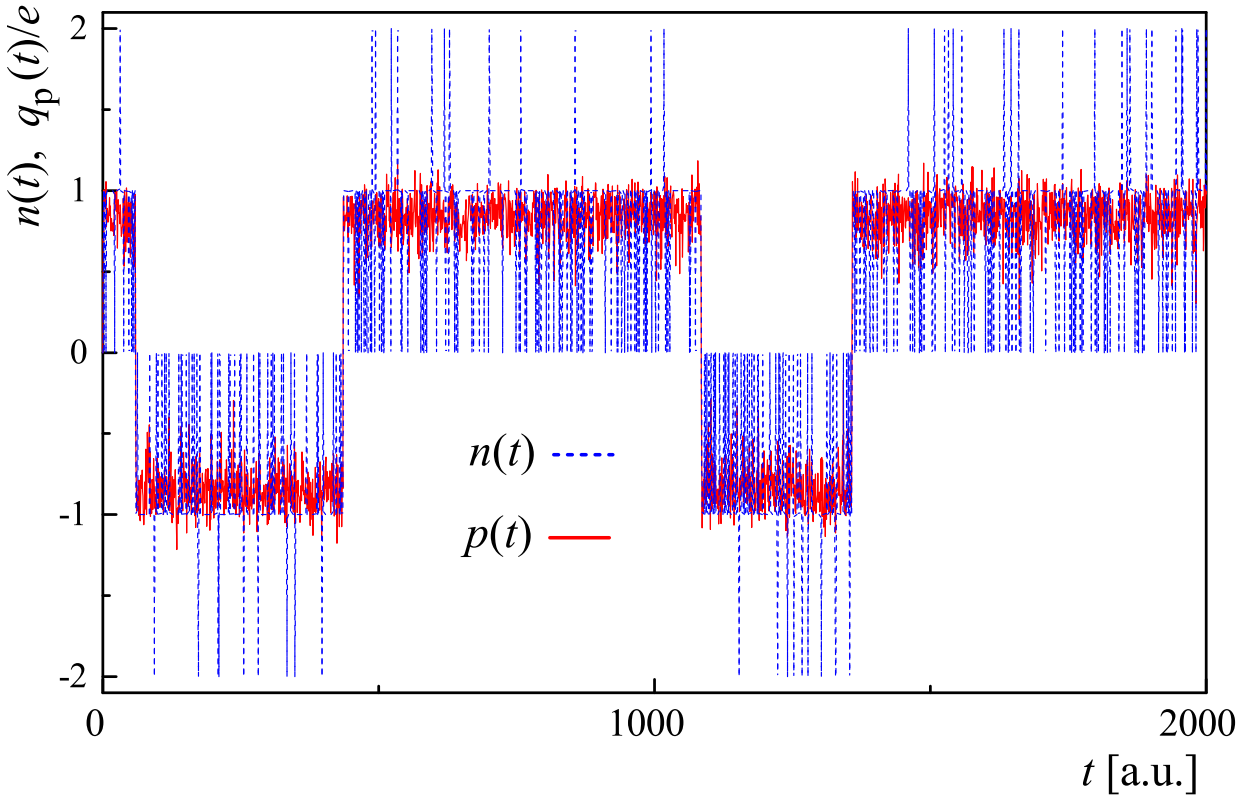


Рис. 42. Заполнение гранулы n (голубая пунктирная кривая) и поляризационный заряд СЭ, q_{P}/e, (красная сплошная кривая) как функции времени t для следующих параметров: $\alpha_{\mathrm{P}} = -0.15$, $e^2\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = 0.2$, $C_{\mathrm{g}}^0 = 0.002C_\Sigma$, и $Q_0 = 0$. Поляризация слоя СЭ переключается между двумя состояниями равновесия из-за тепловых флуктуаций.

чтобы достичь состояния равновесия $n = n_{(1)}^{\mathrm{eq}}$, стартуя с $n = n_{(2)}^{\mathrm{eq}}$. Таким образом, вероятность такого переключения между состояниями равновесия ничтожна.

Если барьер равен $\Delta W_{\mathrm{p}} \sim k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{FE}}$, то система переключается между состояниями $n = n_{(1)}^{\mathrm{eq}}$ и $n = n_{(2)}^{\mathrm{eq}}$. Это поведение показано на рис. 42, где построены функции $n(t)$ и $p(t)$, найденные численным моделированием методом Монте-Карло при следующих параметрах: $\alpha_{\mathrm{P}} = -0.15$, $e^2\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = 0.2$, $C_{\mathrm{g}}^0 = 0.002C_\Sigma$, и $Q_0 = 0$. Наше моделирование показывает, что в этом случае нет никакого гистерезисного поведения кондактанса как функции Q_0. Это происходит потому, что переключение между различными состояниями поляризации $p_{1,2}^{\mathrm{eq}}|_n$ означает, что на больших отрезках времени слой СЭ ведет себя как параэлектрический из-за сильных флуктуаций. Отметим, что такого механизма подавления гистерезиса не существует при температурах $T_{\mathrm{C}} < T_{\mathrm{FE}} < T_{\mathrm{C}}^0$. В этой области температур поляризация p всегда имеет единственное значение. Подавление гистерезиса из-за последовательного изменения n также маловероятно. Поэтому гистерезис кондактанса достаточно устойчив в области $T_{\mathrm{C}} < T_{\mathrm{FE}} < T_{\mathrm{C}}^0$, однако он не очень стабилен

для $T_{FE} < T_C$.

3.5.3. ОЭТ с медленным СЭ (диэлектриком) в конденсаторе затвора ($t_{FE} \gg t_{ex}$)

t_{ex} — это характетрное время между последовательными электронными прыжками на гранулу. Оно зависит от напряжения на затворе и в случае слабой кулоновской блокады оказывается одного порядка с t_d.

В промежуточной области, $t_d \ll t_{FE} \ll t_{ex}$, в кондактансе появляются пики кулоновской блокады, как и в области $t_{FE} \gg t_{ex}$. Однако форма пиков в промежуточной области количественно отличается, так как, меняя напряжение на затворе V_g, мы меняем также отношение t_{FE}/t_{ex}. Так как качественно форма пиков в обоих режимах не меняется, кроссовер между этими режимами трудно померить экспериментально. Поэтому мы рассматриваем здесь одновременно оба случая, медленного и не очень медленного сегнетоэлектрика.

Выше было показано, как медленный СЭ может быть изучен в рамках теории среднего поля. Напомним, что был также рассмотрен ОЭТ с диэлектриком в конденсаторе затвора, но имеющим строго линейный отклик на внешнее поле. Было показано, что связь быстрых степеней свободы ОЭТ с обыкновенным диэлектриком, но медленным, приводит к гистрезису в зависимости от направления эволюции Q_0, если диэлектрик удовлетворял следующему условию: $\chi_0 > \chi_0^{cr} = T_e C_\Sigma/(\pi C_g^0(E_c + T))$. Также исследовался ОЭТ с сегнетоэлектриком, имеющим сильную нелинейность. Было показано, что тоже появляется гистерезис вблизи $Q_0 = 0$. Ниже исследуется кондактанс ОЭТ в промежуточной области, между быстрым и медленным предельными случаями, рассмотренными выше. Изучается кондактанс при переходе от «быстрого» к «медленному» СЭ (диэлектрику) с учетом флуктуаций поляризации. Эти флуктуации существенно изменяют свойства ОЭТ даже в случае «медленного» СЭ.

Следуя теории среднего поля применительно к ОЭТ с «медленным»диэлектрическим слоем ($0 < \chi_0 < \chi_0^{cr}$) в конденсаторе затвора, найдем кондактанс в окрестности $Q_0 = e/(2\epsilon_0)$:

$$\sigma^{MF}/\sigma_0 \approx \frac{e\delta Q_0/(C_\Sigma k_B T_e)}{\sinh(e\delta Q_0/(C_\Sigma k_B T_e))} \approx 1 - \frac{1}{6}\left(\frac{e\delta Q_0}{C_\Sigma k_B T_e}\right)^2, \tag{3.128}$$

где $\delta Q_0 = Q_0 - e/(2\epsilon_0)$. Уравнение (3.128) применимо при малых отклонениях δQ_0. Флуктуации СЭ приводят усреднению максимумов кондактанса по конечной области Q_0. Эта область пропорциональна квадратному корню дисперсии флуктуаций СЭ, $S_g\sqrt{D_p} \sim \sqrt{T_{FE}}$. Если $T_{FE} = T_e = T$, усреднение дает следующее максимальное значение для кондак-

танса:

$$\sigma_{\max}^{\mathrm{av}} = \sigma_0\left(1 - \frac{1}{18}\left(\frac{eS_{\mathrm{g}}\sqrt{D_{\mathrm{p}}}}{C_\Sigma k_{\mathrm{B}} T}\right)^2\right) = \sigma_0\left(1 - \frac{1}{18}\frac{4\pi C_{\mathrm{g}}^0 e^2 \chi}{C_\Sigma^2 k_{\mathrm{B}} T}\right). \tag{3.129}$$

Уравнение (3.129) показывает, что усреднение по флуктуациям приводит к уменьшению пикового значения кондактанса. Кроме того, с понижением температуры пиковое значение кондактанса уменьшается. Это неожиданное поведение связано с тем, что флуктуации поляризации СЭ ведут себя как $\sqrt{T}$, что приводит к "сильным" $\sim \sqrt{T}$ флуктуациям соответствующей разницы свободных энергий. Ниже мы покажем, что колебания СЭ также размывают форму гистерезиса, когда $\chi_0 > \chi_0^{\mathrm{cr}}$.

3.5.4. Переход от быстрого к медленному сегнетоэлектрику

Аналитические вычисления в области $t_{\mathrm{FE}} \sim t_{\mathrm{d}}$ довольно затруднительны. Поэтому мы используем метод Монте-Карло.

Область параметров, $T_{\mathrm{FE}} > T_{\mathrm{C}}^0$.

В случае «быстрого» СЭ (диэлектрика) кондактанс выглядит как серия пиков в зависимости от заряда затвора Q_0. Здесь мы рассмотрим случай линейного отклика СЭ. В этом случае период пиков и их высота постоянны и не зависят от Q_0. Высота пика определяется эффективной дополнительной кулоновской блокадой. В случае "медленного" СЭ (диэлектрика) кондактанс также является периодической функцией Q_0 с тем же периодом, что и в случай "быстрого" диэлектрика. Однако форма пиков кондактанса сильно зависит от величины диэлектрической восприимчивости χ_0. Для большой восприимчивости кондактанс имеет гистерезис при изменении Q_0, в то время как для малой восприимчивости гистерезис отсутствует. Природа гистерезиса была детально исследована выше с помощью теории среднего поля, пренебрегая флуктуациями поляризации СЭ. Ниже приводятся результаты численных расчётов, которые показывают, что флуктуации СЭ могут разрушать гистерезис в области температур $T_{\mathrm{FE}} = T_{\mathrm{e}} = T$. Понижение температуры СЭ T_{FE} уменьшает флуктуации Q_0, но ширина гистерезиса также уменьшается с электронной температурой T_{e}. Поэтому для наблюдения гистерезиса в случае "медленного" диэлектрика необходимо использовать ОЭТ, например с разными температурами диэлектрического слоя и токопроводящей цепи, $T_{\mathrm{FE}} < T_{\mathrm{e}}$.

Рис. 43 показывает эволюцию функции $\sigma(Q_0)$ с увеличением параметра γ при больших значениях восприимчивости χ_0 для следующих параметров: $C_{\mathrm{g}}^0 = 0.03 C_\Sigma$, $\alpha_{\mathrm{P}} = 0.5$, $e^2\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = 3 \cdot 10^{-4}$, $T_{\mathrm{e}} = 0.06 E_{\mathrm{c}}$. Рис. (а) показывает идеальный случай полного отсутствия

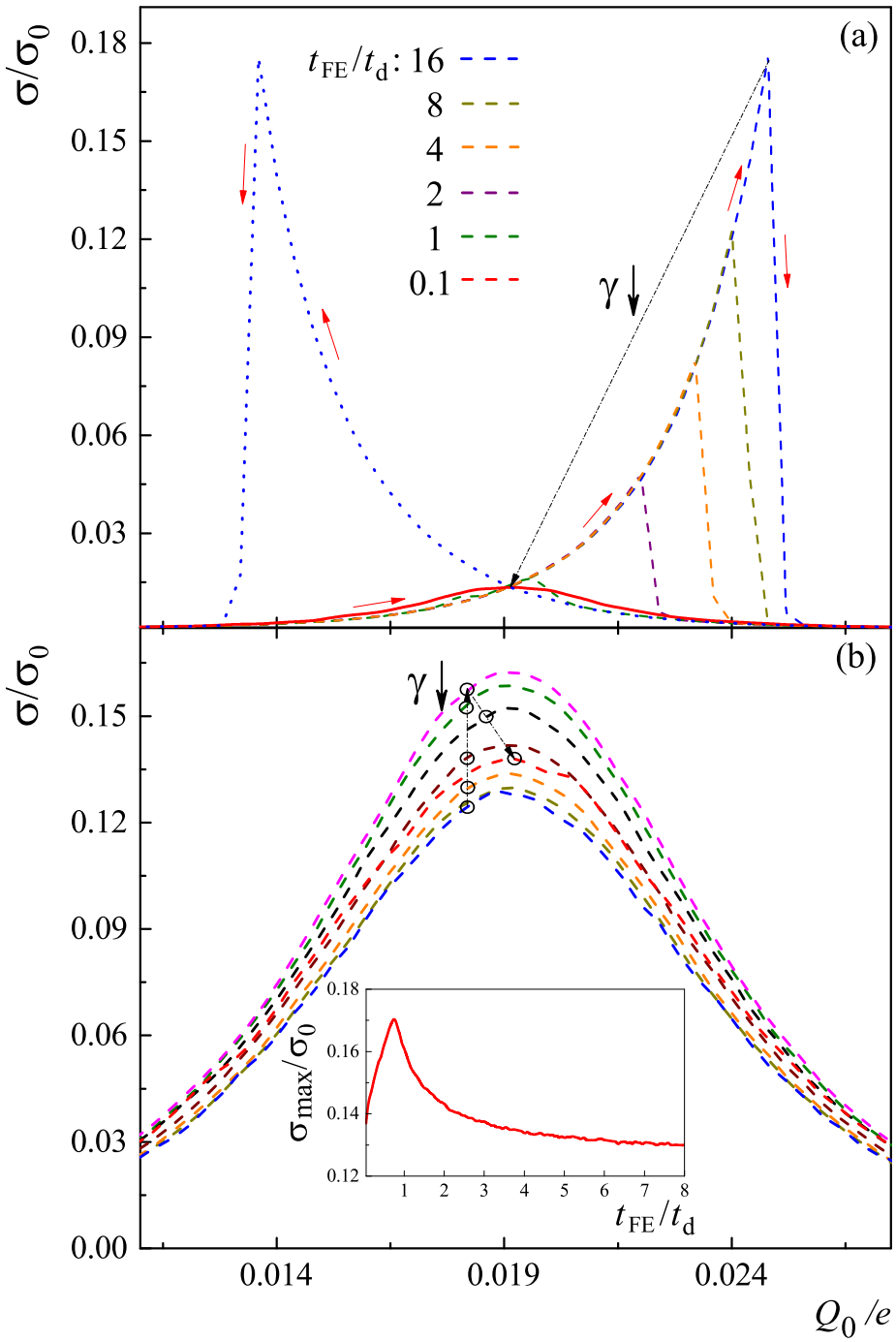


Рис. 43. Кондактанс ОЭТ как функция Q_0 при разных t_{FE}. (a) Флуктуации СЭ отсутствуют ($T_{FE} \ll T_e$). Красные линии показывают путь вдоль петли гистерезиса. Обе ветви гистерезиса показаны для $t_{FE}/t_d = 16$. (b) Режим сильных флуктуаций СЭ ($T_{FE} = T_e$). Вставка на панели (b) показывает зависимость пика кондактанса от t_{FE}.

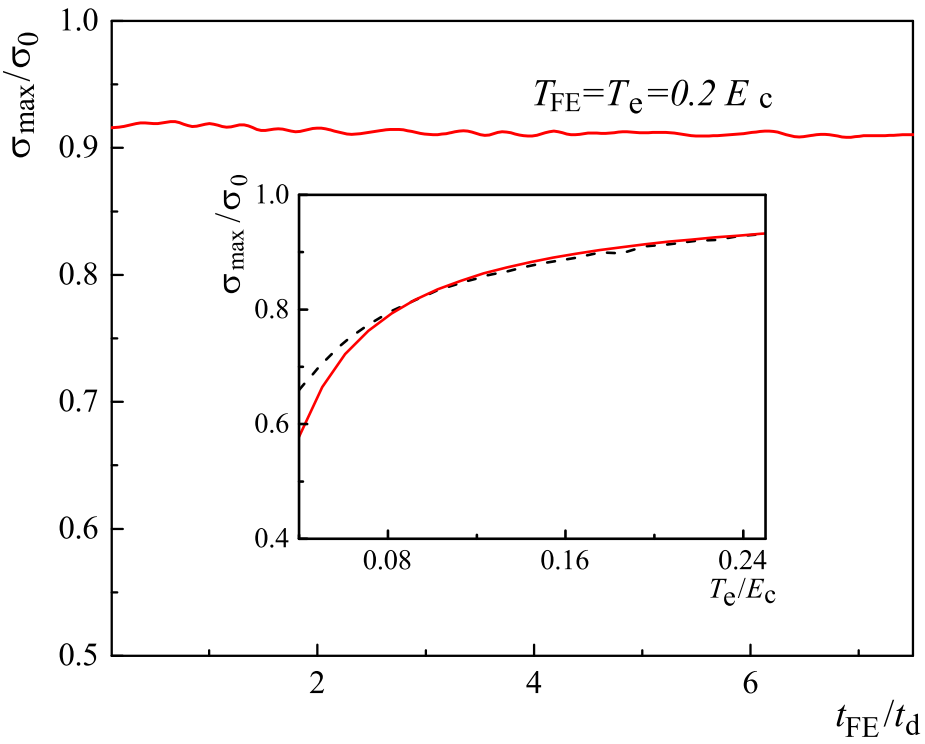


Рис. 44. Зависимость пика кондактанса от t_{FE} для СЭ с относительно малой диэлектрической восприимчивостью, χ_0. Вставка показывает пик кондактанса как функцию температуры $T_e = T_{FE}$, когда $t_{FE}/t_d = 8$. Черная пунктирная кривая показывает результаты численного моделирования методом Монте Карло. Красная кривая получена с помощью модифицированного ур. (3.129).

флуктуаций СЭ и температур $T_{FE} \ll T_e$. Для больших времен релаксации СЭ, $t_{FE} \gg t_d$, гистерезис очень выразителен, см. синие пунктирные и штрихованные линии. Красные сплошные стрелки показывают путь вокруг петли гистерезиса. Ширина гистерезиса и максимальное значение кондактанса падают с уменьшением времени t_{FE} (γ). Если $t_{FE} \ll t_d$, гистерезис исчезает, и кондактанс подавляется благодаря дополнительному эффекту кулоновской блокады. Ситуация сильно отличается при значительных флуктуациях поляризации СЭ и температур $T_{FE} = T_e$, см. рис.(b). В этом случае гистерезис отсутствует при $t_{FE} \gg t_d$. Кондактанс как функция Q_0 имеет пик в окрестности $\epsilon_0 Q_0 = e/2$. Высота пика демонстрирует немонотонную зависимость от t_{FE}. Вставка на рис. (b) показывает пик кондактанса, $\sigma_{max} = \sigma|_{\epsilon_0 Q_0 = e/2}$, как функцию t_{FE}. Кривая имеет пик при $t_{FE} \approx t_d$.

Если восприимчивость χ_0 мала и гистерезис отсутствует в $t_{FE} \gg t_d$, кондактанс является периодической функцией Q_0 (при отсутствии нелинейного члена в уравнении (3.114)). На рисунке 44 показана зависимость пикового значения кондактанса,

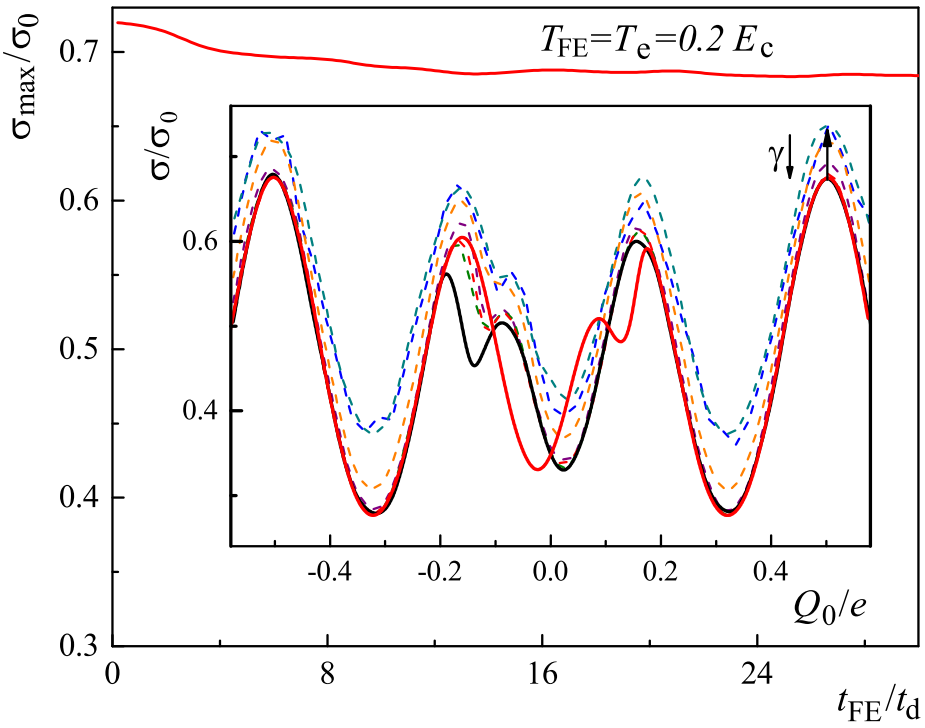


Рис. 45. Кондактанс $\sigma_{max} = \sigma|_{Q_0=e/2}$ как функция t_{FE} для отрицательной восприимчивости, χ_0, ($T_e = T_{FE} < T_C^0$). Вставка: кондактанс ОЭТ как функция Q_0 для различных t_{FE}. Красная кривая соответствует возрастающему Q_0. Все остальные кривые — убывающему Q_0. Сплошные красная и черная кривые построены при $t_{FE} \gg t_d$. Голубые штрихованные кривые отвечают противоположному случаю, $t_{FE}/t_d = 0.1$. Все остальные кривые построены при промежуточных t_{FE}.

$\sigma_{max} = \sigma|_{\epsilon_0 Q_0=e/2}$, от времени релаксации СЭ, t_{FE}. Кривые на рис. 44 построены при учете флуктуаций СЭ для следующих параметров: $\alpha P = 2$, $C_g^0 = 0.01 C_\Sigma$, $T_e = T_{FE} = 0.2 E_c$. Видно, что в этом случае пиковое значение не зависит от времени релаксации СЭ, t_{FE}. На вставке к рис. 44 показана зависимость пикового значения кондактанса от температуры для $t_{FE} \gg t_d$, см. черную пунктирную линию. Пиковое значение увеличивается с ростом температуры. Это находится в качественном согласии с уравнением (3.129). Красная линия на вставке показывает ту же функцию, что и в уравнении (3.129), но с другим коэффициентом (1/7) вместо (1/18). Все кривые на вставке построены для фиксированной восприимчивости, χ_0.

Случай $T_{FE} < T_C^0$.

Выше мы показали, что для “быстрого” СЭ кондактанс имеет гистерезис как функция Q_0. Наши расчеты методом Монте Карло показывают, что этот гистерезис суще-

ствует даже для «медленного» СЭ. Гистерезис устойчив к флуктуациям СЕ (см. красные и черные кривые на вставке рис. 45). На вставке к рис. 45 показан кондактанс ОЭТ в зависимости от заряда затвора Q_0 и времени релаксации СЭ t_{FE} при наличии флуктуаций поляризации СЭ для следующих параметров: $C_{\mathrm{g}}^0 = 0.2C_\Sigma$ и $T_{\mathrm{e}} = T_{\mathrm{FE}} = 0.2E_{\mathrm{c}}$, $\alpha_{\mathrm{P}} = -2$, $e^2\tilde{\beta}_{\mathrm{P}} = 0.13$. Пиковое значение кондактанса уменьшается с увеличением времени релаксации СЭ (см. кривую на рис. 45).

3.5.5. Обсуждение возможных экспериментов с ОЭТ

Вопрос об экспериментальной реализации ОЭТ со слоем СЭ в конденсаторе затвора связан в первую очередь с температурой Кюри СЭ. Эта температура и диэлектрическая проницаемость убывают с уменьшением толщины слоя СЭ [335, 388]. Для большинства СЭ материалов существует критическая толщина. Ниже этой толщины фазовый переход в СЭ состояние не существует (T_{C}^0 становится отрицательным). Кроме того, граничные условия на поверхности слоя СЕ в ОЭТ также способствует ухудшению свойств СЭ. Поскольку напряжение гранулы не фиксировано, внутреннее электрическое поле СЭ не экранируется достаточно эффективно, что приводит к снижению температуры Кюри СЭ и его диэлектрической проницаемости. Вопрос об электрических свойствах СЭ материала, ограниченного в таком небольшом объеме, в настоящее время остается открытым. В нашем рассмотрении мы все это учитываем. Одним из возможных кандидатов на СЭ материал является TTF-CA FE. Объемный TTF-CA имеет температуру Кюри $T_{\mathrm{C}}^0 = 80$ K [464, 466]. Для этого материала T_{C}^0 может быть порядка $(0.1-0.2)E_{\mathrm{c}}$. В работе [467] пленка TTF-CA была ограничена на одной поверхности гранулированным проводником. Поэтому не было эффективного экранирования внутреннего поля СЭ. В этой системе температура Кюри КЭ имеет меньшее значение: $T_{\mathrm{C}}^0 = 50$ K.

Для того, чтобы эффекты кулоновской блокады существовали при такой относительно высокой температуре, как ~ 50 K, необходимо создать в ОЭТ довольно маленькую гранулу размером примерно 5 нм. Предполагая, что толщина изолятора в туннельных переходах составляет около 1 нм и $\epsilon_{\mathrm{jun}} \approx 5$ nm, мы находим, что $C \sim 10^{-18}$ F. Обычно сопротивление туннельного перехода составляет около 10^6 Ом, что приводит к следующей оценке характерного времени разряда, $t_{\mathrm{d}} \sim 10^{-12}$ s. Используя туннельные переходы с сопротивлением порядка $\sim 10^7$ Ом, можно увеличить время разряда СЭ до $t_{\mathrm{d}} \sim 10^{-11}$ s.

Известно, что время релаксации диэлектриков зависит от механизма диэлектрического отклика. Две группы материалов являются наиболее перспективными для наших целей. В первой группе диэлектрический отклик обусловлен упругими механизмами.

Электронный механизм не дает достаточно высокой диэлектрической проницаемости, но вместо этого он обеспечивает очень быстрый отклик с $t_{FE} \sim 10^{-15}$ s. Обычные изоляторы, такие как Si, SiO_2 и Al_2O_3, имеют такой механизм отклика. Эти материалы не могут быть использованы как «медленные» в ОЭТ. Напротив, ОЭТ с этими изоляторами может быть описан с использованием “ортодоксальной” теории. Ионный упругий механизм дает более высокую диэлектрическую проницаемость, но более медленный отклик $t_{FE} \sim 10^{-11} - 10^{-14}$с. Этот механизм вносит существенный вклад в диэлектрическую восприимчивость полупроводников (GaAs и CdS) и ионных кристаллов, таких как NaCl. Изоляторы с таким типом диэлектрического отклика могут использоваться для исследования ОЭТ в предельных случаях, $t_{FE} \ll t_d$ и $t_{FE} \sim t_d$. Вторая группа материалов имеет тепловые механизмы диэлектрического отклика. Эти механизмы имеют довольно высокую диэлектрическую проницаемость, но более длительное время релаксации, $t_{FE} \sim 10^{-4} - 10^{-10}$ с. Более того, время релаксации в этих материалах увеличивается с понижением температуры. Диэлектрический отклик релаксорных СЭ (таких как PMN-PSN [468] с $t_{FE} \sim 10^{-9}$s при комнатной температуре) обычно обусловлен термическим механизмом. Эти материалы можно рассматривать как медленные СЭ с $t_{FE} \gg t_d$.

Большинство СЭ материалов довольно медленные, и их время диэлектрической релаксации значительно ниже 1 ТГц. Это связано с ионной природой их диэлектрического отклика. Однако недавно были открыты новые типы электронных СЭ. Одним из них является TTF-CA. Этот материал имеет время диэлектрической релаксации в ТГц области [465]. Этот материал может быть использован для изучения взаимодействия ОЭТ с медленными СЭ.

Выводы:

Мы исследовали ОЭТ с СЭ, помещенным в конденсатор затвора. В отличие от предыдущих работ, мы исследовали поведение системы при произвольном соотношении между временем релаксации СЭ t_{FE} и характерным временем релаксации заряда на грануле ОЭТ, t_d. Мы использовали как аналитические методы, так и численное моделирование методом Монте-Карло для изучения транспорта в ОЭТ.

Был рассмотрен случай относительно “быстрого” СЭ, когда $\hbar/E_c \ll t_{FE} \ll t_d$. Показано, что в этом случае совершенно не применима «классическая» теории ОЭТ, в которой предполагается мгновенный отклик диэлектрической пленки во всех конденсаторах $\hbar/E_c \gg t_{FE}$. Таким образом, даже относительно “быстрый” СЭ имеет запаздывающий отклик. Мы показали, что запаздывающими отклика СЭ приводит к появлению дополнительного вклада в эффект кулоновской блокады и подавляет кондактанс ОЭТ. Было

показано, что кондактанс как функция заряда затвора Q_0 ведет себя по-разному при разных температурах. Ниже определенной температуры T_C^0 (которая является температурой Кюри СЭ внутри конденсатора затвора) кондактанс имеет гистерезис. Выше T_C^0 гистерезис не возникает в случае “быстрой” СЭ. Моделирование методом Монте-Карло позволило нам учесть флуктуации СЭ поляризации. В случае «быстрого» СЭ эти флуктуации частично подавляют так называемый дополнительный эффект кулоновской блокады, но гистерезис кондактанса устойчив к этим флуктуациям.

Был изучен случай “медленного” СЭ, когда $t_{FE} \gg t_d$. Этот предел обсуждался в начале этой главы с использованием подхода среднего поля. Интересная особенность связана с тем, что из-за взаимодействия быстрой подсистемы ОЭТ с медленной подсистемой СЭ кондактанс ОЭТ имеет гистерезис даже для температур $T > T_C^0$. Таким образом, природа гистерезиса не связана со спонтанной поляризацией слоя СЭ и может появиться даже при простом диэлектрике, помещенном в конденсатор затвора. Мы использовали метод Монте-Карло для повторного расследования этого случая. Было обнаружено, что тепловые флуктуации поляризации подавляют гистерезис. Единственный способ наблюдать этот гистерезис состоит в том, чтобы сделать температуру слоя диэлектрика ниже температуры электронов в контактах ОЭТ ($T_{FE} \ll T_e$).

Мы показали, что для «медленного» СЭ и достаточно низкой температуры, $T < T_C^0$, кондактанс ОЭТ как функция заряда затвора Q_0 испытывает гистерезис из-за нестабильности СЭ. Этот гистерезис устойчив к флуктуациям поляризации СЭ.

Используя численное моделирование методом Монте-Карло, мы изучили переходную область между «быстрым» и «медленным» СЭ. Границы этой области зависят от температуры (или восприимчивости слоя СЭ (диэлектрика)). При высоких температурах (низкая восприимчивость) пиковое значение кондактанса ОЭТ практически не зависит от времени релаксации СЭ. Для температур, близких к T_C^0 (высокая восприимчивость), пиковое значение кондактанса немонотонно зависит от времени релаксации СЭ. Максимум появляется близко к $t_{FE} = t_d$. Ниже точки Кюри ($T < T_C^0$) пиковое значение кондактанса уменьшается с увеличением t_{FE}.

3.6. Выводы к главе 3

Показано, что в наносистемах взаимосвязь между кинетикой электронов и сегнетоэлектричеством гораздо сильнее, чем в большинстве объемных однородных систем.

В случае магнитных гранул показано, что ферроэлектрик также будет влиять на обменное взаимодействие между гранулами. Обменное взаимодействие — часть кулоновского взаимодействия. Диэлектрическая проницаемость напрямую входит в оператор кулоновского взаимодействия. Поэтому диэлектрическая проницаемость ферроэлектрика должна существенно влиять на обмен между гранулами.

Одной из ключевых решенных задач является разработка теории электронного транспорта в одноэлектронных транзисторах с феррэлектрическими компонентами. Ферроэлектрик в этом описании приводит к дополнительным зарядам, возникающим на емкости между гранулой и затвором. Исследовано поведение системы при произвольном соотношении между временем релаксации сегнетоэлектрика t_{FE} и характерным временем релаксации заряда на грануле одноэлектронного транзистора, t_{d}. Ключевые результаты удалось получить аналитическими методами. Для выполнения задач были развиты и применены новые оригинальные теоретические подходы, включая численное моделирование, которое позволило проверить аналитические результаты и исследовать поведение системы в области параметров, где не работают методы теории возмущений и среднего поля. Показано, что для «медленного» активного диэлектрика или сегнетоэлектрика в конденсаторах одноэлектронного транзистора и для достаточно низкой температуры сопротивление как функция заряда затвора Q_0 (напряжения на затворе) испытывает гистерезис. Этот гистерезис устойчив к флуктуациям поляризации СЭ. Предложена ячейка памяти на основе ОЭТ и показано, что ее свойствами можно управлять in situ.

Нанометровые системы с ферроэлектрическими и ферромагнитными компонентами в настоящее время являются одним из наиболее быстро развивающихся направлений физики твердого тела. Малые (нанометровые) размеры систем приводят к существенному увеличению важности поверхностных эффектов, которые существенным образом влияют на магнитное и электрическое состояние наносистем и их транспортные характеристики. Понимание влияния этих поверхностных эффектов на поведение наносистем является фундаментально важной задачей. С другой стороны, из-за малого размеры металлических компонент этих систем начинают играть роль эффекты квантования избыточного заряда на них. Этот эффект, в свою очередь, начинает оказывать значительное влияние на характер взаимодействия электрических и магнитных степеней свободы. Высокие (комнатные и выше) температуры ферромагнетизма и ферроэлектричества позволяют говорить о многочисленных возможных применениях наносистем

с магнитными и ферроэлектрическим компонентами, среди которых эффективные приемники и передатчики электромагнитного излучения нанометрового размера, различные устройства микро(нано)электроники, запоминающие устройства, логические ячейки нового типа и даже эффективные моторы нанометрового размера. Одной из ключевых проблем в настоящее время является взаимодействие магнитной и электрической подсистем на наномасштабах, а также вопрос о способах эффективного внешнего контроля этих подсистем и их взаимодействия. Другой важный вопрос связан с тем, что стандартные методы, использующиеся для преобразования электрической энергии в магнитную, и наоборот, в макроскопических системах, становятся неэффективными в области наномасштабов. Это требует поиска новых механизмов магнито-электрического взаимодействия. Таким образом, задача, на решение которой направлена данная глава, имеет глубокую фундаментальную составляющую, а также большое практическое значение и является актуальной в настоящее время.

Глава 4.

Перегрев и переохлаждение в квантовых и классических композитных структурах вдали от равновесия

4.1. Введение к главе 4

Транспорт в мезоскопических туннельных переходах в режиме сильных электронных корреляций обеспечивается за счет обмена энергией между носителями заряда и термостатами: поскольку электронные уровни энергии на берегах мезоскопических переходов, как правило, различны, туннелирование невозможно, если отсутствует некая подсистема возбуждений, способная приспосабливаться к этой разности энергий [374, 469–475]. Интенсивные исследования наноструктурированных и неупорядоченных систем, включая джозефсоновские контакты [476], мезоскопические сверхпроводники [477], структурированные сверхпроводящие пленки [478,479], сильно неупорядоченные сверхпроводящие и полупроводниковые пленки [480–484] раскрывают первостепенную важность неравновесных свойств среды, с которой туннельные носители обмениваются энергией в процессе туннелирования. Примечательно, что процессы релаксации могут быть опосредованы не только фононами, но и обменом энергией с электромагнитной средой [374, 452, 469, 472–475, 485] и с электрон-дырочными парами, порождёнными туннельными носителями заряда [486, 487]. Релаксация энергии в мезоскопических туннельных переходах в случае, когда скорость обмена энергией между туннельными носителями заряда и электромагнитным и/или электронно-дырочным резервуаром, $1/\tau_{\mathsf{env-e}}$, сопоставима со скоростью потери энергии в фононный термостат $1/\tau_{\mathsf{env}\to\mathsf{bath}}$, была проанализирована в [488]. Мы развивили общий подход [19, 21, 25–27, 29, 30] к

описанию сильно неравновесных процессов, где $1/\tau_{\text{env}-\text{e}} \gg 1/\tau_{\text{env}\to\text{bath}}$, и показали, что релаксация энергии, обеспечивающая протекание туннельного тока, происходит в две стадии: (i) релаксация энергии от туннелирующих зарядов в термостат промежуточных бозонных мод (электромагнитные или электронно-дырочные возбуждения), совокупность которых мы в дальнейшем будем называть резервуаром; и (ii) перенос энергии из резервуара в фононный термостат, на который мы далее будем ссылаться как на термостат.

Разработан теоретический подход [19,21,25–27,29,30], показывающий, что электронный транспорт в ряде случаев определяется главным образом первой стадией энергетической релаксации, и, таким образом, явления переноса оказываются критически чувствительными к спектру мод резервуара. В то же время, электрический ток выводит резервуар из равновесия, и его спектр и эффективная температура сами могут стать зависимыми от тока (напряжения). Получены самосогласованные уравнения, описывающие кинетику носителей заряда и неравновесного бозонного резервуара. Ниже основные результаты иллюстрированы на примере туннельного переноса заряда в массивах нормальных и сверхпроводящих контактов.

Основной проблемой дизайна современных наноэлектронных устройств при низких температурах является контроль температуры, что в первую очередь требует фундаментального понимания самогенерируемого тепла внутри этих систем. В частности, перегрев квантовых цепей сильно меняет их транспортные свойства — иногда необратимо. Типичной особенностью этих систем является нелокальность тепловыделения, когда носители заряда выделяют тепло в электродах в процессе их уравновешивания из-за неупругого рассеяния, причем последним наиболее трудно управлять. Основная проблема состоит в том, чтобы понять механизмы рассеяния и оптимизировать процедуры охлаждения [489].

Прототип системы, которая также является наиболее распространенным компонентом нано-схем, представляет собой соединение из наноструктурированных проводящих материалов, слабо связанных с электродами [374, 490, 491] (см. рис. 1). Такие системы являются строительными блоками для перспективных высокоплотных, высокоскоростных и маломощных запоминающих устройств [492]. Квантовый режим в этих цепях реализуется, когда i) энергии электростатического заряда гранул, соответствующих одному носителю заряда, значительно превышают температуры гранул и напряжение между электродами, и ii) туннельное сопротивление превышает квант сопротивления [19, 21, 25–27, 29, 30].

Глава 4 организована следующим образом:

В разделе 4.2 в общем случае исследуются явления переноса заряда в далеких от

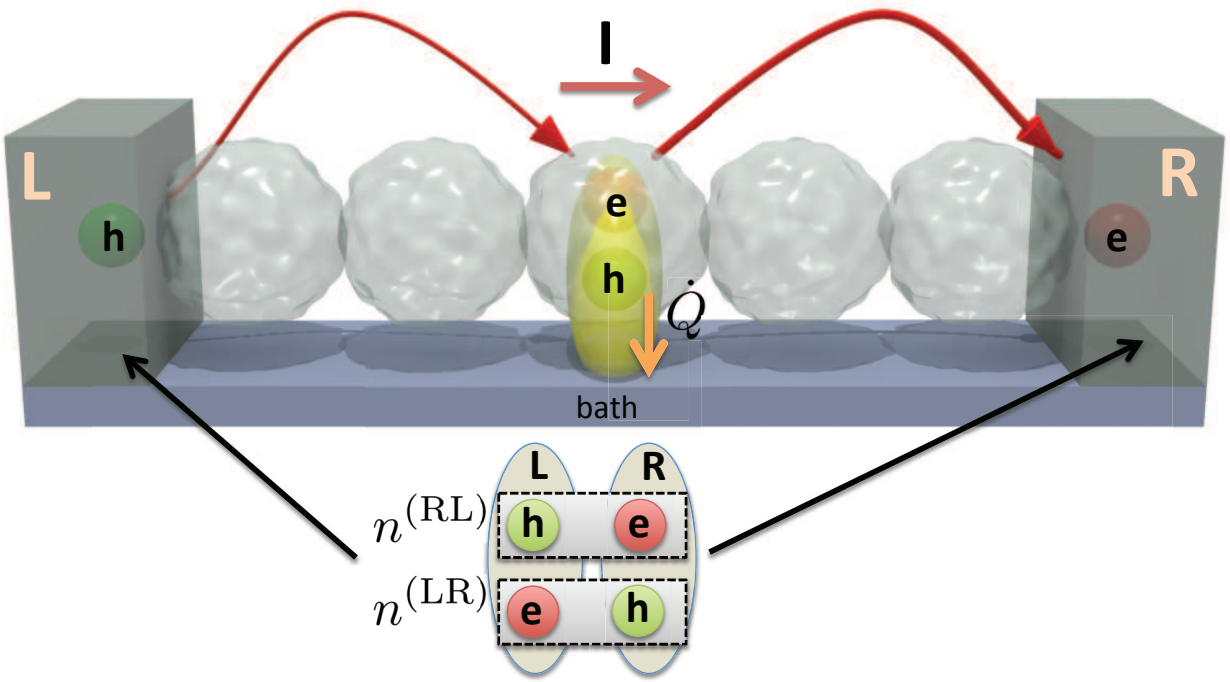


Рис. 1. Цепочка слабосвязанных металлических наногранул. Красные стрелки указывают на неупругий процесс котуннелирования, оставляющий в грануле электрон-дырочную пару (e-h). Эти процессы ответственны за перенос электронов в системе (I). Затем энергия этой e-h пары рассеивается в термостате с мощностью $\dot{Q}$. Форм-фактор $n^{(\mathrm{LR})}_{\Omega>0}$ в уравнении (4.15) можно интерпретировать как функцию распределения электронно-дырочных пар, оставшихся после туннельного события, где электрон сидит слева, а дырка справа — соответственно. Форм-фактор $n^{(\mathrm{RL})}_{\Omega>0}$ соответствует противоположной ситуации.

равновесия массивах туннельных переходов. Показано, что если скорость энергетической релаксации в электрон-электронном канале превышает скорость энергетической релаксации в электрон-фононном канале, то релаксация энергии, обеспечивающая перенос заряда, может происходить последовательно через несколько стадий. В частности, в котуннельном транспорте в массивах переходов преобладает релаксация через промежуточную бозоническую среду из электронно-дырочных возбуждений, а не по электронн-фононному механизму. Вольт-амперные характеристики очень чувствительны к спектру мод окружающей среды (термостата) и к приложенному смещению, которое устанавливает нижнюю границу для эффективной температуры. Показано, что энергетическая щель в электронн-дырочном спектре, которая открывается ниже некоторой критической температуры T^* из-за дальнодействующих кулоновских взаимодействий, приводит к подавлению туннельного тока.

В разделе 4.3 и 4.4 рассматриваются эффекты нагрева и диссипации в гранулированных наносистемах в режиме слабой связи между гранулами. Исследуется режим котуннелирования — наиболее типичный для подобных систем. Показано, что задача о кинетике электронов в такой системе может быть аналитически решена в этом случае. Показано, что отношение мощности тока к выделяемому в грануле теплу имеет универсальное квантованное значение, которое геометрически “защищено”: зависит только от количества гранул, но не от их формы.

В 4.4 разработана динамическая кинетическая теория для этих систем и рассчитан профиль температуры как функции параметров гранул в массиве, напряжения или тока. В пределах низкого и высокого напряжения аналитически решено уравнение теплового балланса. Найден гистерезис, связанный с циклами нагрева и охлаждения в режимах с относительно большим протекающим током. Кроме того, мы рассмотрели влияние подложки на данную систему, которая действует как фононный теплоотвод. Показано, что цепочки гранул могут использоваться в качестве высокочувствительных термометров в широком диапазоне температур.

4.2. Иерархическая релаксация энергии в мезоскопических туннельных переходах

Сначала рассмотрим туннельный переход между двумя объемными металлическими электродами, между которыми приложено напряжение V, см. рис. 2а. Общая формула для туннельного тока:

$$I = e\left(\overrightarrow{\Gamma} - \overleftarrow{\Gamma}\right), \tag{4.1}$$

где $\overrightarrow{\Gamma}$ ($\overleftarrow{\Gamma}$) — это скорость туннелирования электрона с первого электрода на второй. Для одного контакта,

$$\overrightarrow{\Gamma} = \frac{1}{R_{\text{т}}}\int_{\epsilon\epsilon'} f_{\epsilon}^{(1)}(1-f_{\epsilon'}^{(2)})P^{<}(\epsilon-\epsilon'), \tag{4.2}$$

где $f^{(1,2)}$ — электронные функции распределения в электродах, $P^{<}(\epsilon)$ — это вероятность того, что туннелирующий носитель заряда потеряет энергию E, передавая ее резервуару, а $R_{\text{т}}$ — затравочное сопротивление туннельного контакта. Обратная скорость туннелирования равна $\overleftarrow{\Gamma} \propto \int_{\epsilon\epsilon'} f_{\epsilon}^{(2)}(1-f_{\epsilon'}^{(1)})P^{<}(\epsilon-\epsilon')$. Если промежуточная среда отсутствует и релаксация обеспечивается фононным термостатом, то $P^{<}(\epsilon)=\delta(\epsilon)$ и ур. (4.2) воспроизводит закон Ома. Квазиравновесная ситуация, когда функциями распределения мод среды N_ω являются бозе-распределения, параметризованные равновесной температурой, обсуждалась в [374, 471, 474]. В общем случае, вдали от равновесия:

$$P^{<}(E) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp[J(t)+iEt], \tag{4.3}$$

$$J(t) = 2\int_{0}^{\infty}\frac{d\omega}{\omega}\rho(\omega)F(\omega), \tag{4.4}$$

$$F(\omega) = \left[N_\omega e^{i\omega t} + (1+N_\omega)e^{-i\omega t} - B_\omega\right]. \tag{4.5}$$

Здесь $\exp[J(t)]$ — неравновесное обобщение функционала влияния Фейнмана-Вернона [493], отражающее, что туннельные электроны приобретают случайные фазы из-за взаимодействия с окружающей средой, представленной набором осцилляторов с неравновесным распределением мод, N_ω. Последнее определяется кинетическим уравнением с интегралом рассеяния, описывающим обмен энергией между модами среды и туннельными электронами. Члены, пропорциональные N_ω и $1+N_\omega$, соответствуют поглощенным и испущенным возбуждениям окружающей среды (резервуара), соответственно. Комбинация $B_\omega = 1+2N_\omega$ является ядром независимого от времени вклада в J, описывающего упругое взаимодействие туннельного электрона с модами среды и имеющего структуру фактора Дебая-Уоллера. В равновесии N_ω сводится к бозе-функции, а

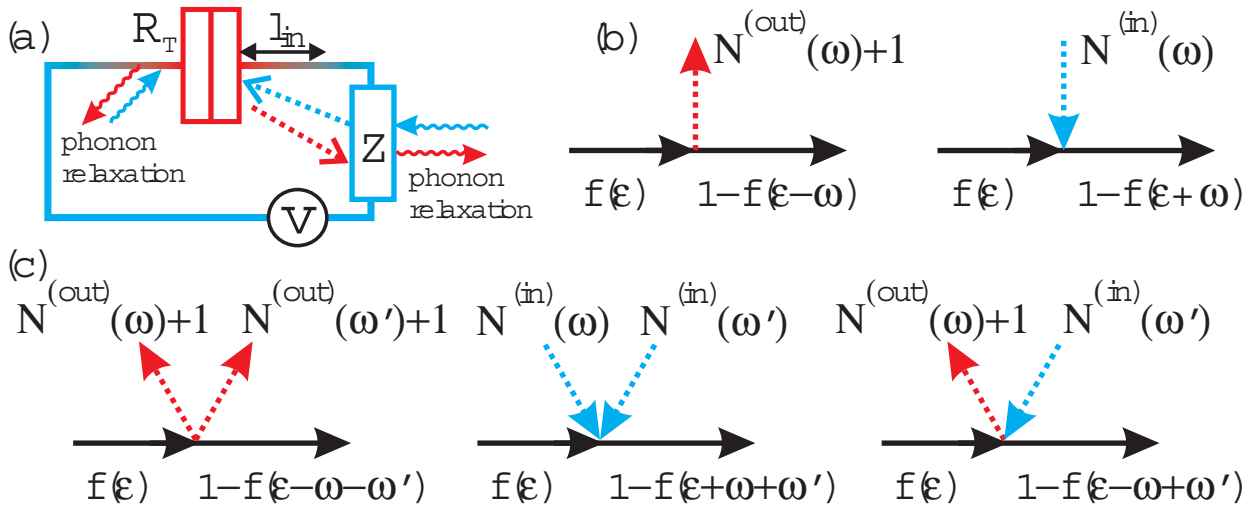


Рис. 2. (a) Эффективная схема для туннельного перехода, к сторонам которого приложено напряжение смещения V. Здесь Z – эффективный импеданс, описывающий внешнюю среду. (b) - (c) Диаграмма разложения $P^<$ до первого и второго порядка по ρ. Сплошные линии описывают распространение электронов, пунктирные линии обозначают возбуждения среды. Вершина с двумя электронными линиями и одной пунктирной линией несет множитель $G_T\rho(\omega)/\omega$, вершина из двух пунктирных линий соответствует $G_T\rho(\omega)\rho(\omega')/(\omega\omega')$.

функционал $P^<$ сводится к форме, полученной в [494]. Спектральная вероятность взаимодействия электронов с (электромагнитной) средой равна $\rho(\omega) = \mathrm{Re}[Z_t(\omega)]/R_Q$, где $Z_t = 1/[iC\omega + Z(\omega)^{-1}]$ — полное сопротивление электрической цепи, в уторой находится туннельный контакт, Z — импеданс среды, C — емкость туннельного перехода, и R_Q — это квант сопротивления [474]. Действуя аналогично [494], можно найти спектральную вероятность, соответствующую взаимодействию электронов друг с другом внутри каждого электрода, равную $\rho_n(\omega) = 2\,\mathrm{Im}\int_{\mathbf{q}} U_n/(D_n q^2 - i\omega)^2$, $n = 1, 2$, а для взаимодействия электронов через туннельный контакт $\rho_{12}(\omega) = -2\,\mathrm{Im}\int_{\mathbf{q}} \tilde{U}_{12}/[(D_1 q^2 - i\omega)(D_2 q^2 - i\omega)]$, где $D_{1(2)}$ — коэффициенты диффузии в соответствующих электродах, а $\tilde{U}_{1(2)}$ — динамические экранированные кулоновские взаимодействия. Форма $\rho_{12}(\omega)$ [и в более общем случае $\rho(\omega)$] зависит от структуры спектра возбуждений среды и, следовательно, от внешнего смещения. Последнее особенно важно в массиве высокопрозрачных контактов, где $\rho(\omega)$ различно для упругих и неупругих процессов [469, 495]. В частности, для электрон-дырочного резервуара с постоянной $\tilde{U}$ следует при расчете $\rho(0)$ обрезать (расходящийся) интеграл на $q_T = \sqrt{T_{\mathrm{eff}}/D}$ [1]. Здесь T_{eff} — (зависящая от смещения) эффек-

[1] В равновесии q_T определяет длинноволновой предел диффузионных флуктуаций. Можно показать, что в неравновесном случае та же самая обрезка сохраняется при перенормировке: $T \to T_{\mathrm{eff}}$ [495].

тивная температура среды, которая должна быть самосогласованно определена. Этот пример позволяет сформулировать рецепт: если в равновесии $\rho = \rho(\omega, T)$, то в неравновесном состоянии $\rho = \rho(\omega, T_{\text{eff}})$.

Чтобы замкнуть систему уравнений (4.1)–(4.5), необходимо добавить кинетические уравнения (КУ) для бозонных функций распределения N_ω. Чтобы вывести эти КУ, мы используем полуфеноменологический кинетический подход [496] и выразим ток (4.1) через функцию распределения электронов: $I = \int_{\epsilon_1} [df_{\epsilon_1}^{(1)}/dt]\nu_1$. Здесь $\nu_{1(2)}$ — это плотность состояний в электродах 1(2) и $df_{\epsilon_1}^{(1)}/dt = I_{\text{col}}$, где I_{col} — интеграл столкновения, описывающий эволюцию функции распределения электронов в результате процессов передачи энергии и/или импульса. Разлагая далее $P^<$ по параметру взаимодействия ρ, найдем, в нулевом порядке по N_ω, интеграл столкновения в форме $I_{\text{col}}^{(0)} = -\int W_{12}[f_{\epsilon_1}^{(1)}(1-f_{\epsilon_2}^{(2)}) - f_{\epsilon_2}^{(2)}(1-f_{\epsilon_1}^{(1)})]\delta(\epsilon_1-\epsilon_2)\nu_2 d\epsilon_2$, где $W_{12} = 1/\nu_1\nu_2 R_{\text{T}}$ пропорциональна вероятности того, что электрон протуннелирует от одного электрода к другому. В первом порядке

$$\begin{aligned}\frac{df_{\epsilon_1}^{(1)}}{dt} = &-\int d\omega \nu_\omega \nu_2 d\epsilon_2 \left(\frac{\rho}{\omega\nu_\omega}\right) W_{12}\times \\ &\Big\{\delta(\epsilon_{12}-\omega)[f_{\epsilon_1}^{(1)}(N_\omega+1)(1-f_{\epsilon_2}^{(2)}) - (1-f_{\epsilon_1}^{(1)})N_\omega f_{\epsilon_2}^{(2)}] + \\ &\delta(\epsilon_{12}+\omega)[f_{\epsilon_1}^{(1)}N_\omega(1-f_{\epsilon_2}^{(2)}) - (1-f_{\epsilon_1}^{(1)})(N_\omega+1)f_{\epsilon_2}^{(2)}]\Big\},\end{aligned} \tag{4.6}$$

где $\epsilon_{12} = \epsilon_1 - \epsilon_2$ и ν_ω — это плотность состояний резервуара [2]. Структура интеграла столкновений $I_{\text{col}}^{(1)}$ идентична электрон-фононному интегралу столкновений в кинетике нормальных металлов [496], где N_ω будет функцией распределения фононов. Величина $\rho/\omega\nu_\omega$ будет пропорциональна вероятности электрон-фононного взаимодействия.

Интеграл столкновений, дуальный $I_{\text{col}}^{(1)}$, и эволюция N_ω выводятся аналогично:

$$\left(\frac{dN_\omega}{dt}\right)_{\text{e-env}} = -\frac{A\rho(\omega)}{\nu_\omega R_{\text{T}}}[N_\omega(1+n_\omega) - (1+N_\omega)n_\omega], \tag{4.7}$$

здесь A — множитель порядка единицы, n_ω — функция распределения электрон-дырочных пар. Интеграл взаимодействия в ур. (4.7) идентичен по своей структуре интегралу фонон-электронного взаимодействия в нормальных металлах [496]. В случае электрон-дырочной эффективной среды (индекс $i = 1, 2$ соответствует электродам, где расположена пара), найдем, что $n_\omega^{(i)} = (1/\omega)\int_\epsilon f_{\epsilon_+}^{(i)}(1-f_{\epsilon_-}^{(i)})$, где $\epsilon_\pm = \epsilon \pm \omega/2$. Это согласуется с результатами [497], где неравновесная бозонная функция распределения была равна $1 + 2n_\omega$. Если электроны и дырки относятся к разным электродам, то $n_\omega^{(ij)} =$

[2] Например, в LC-цепочке спектр возбуждений линейный, $\omega = vk$, где $v = c/\sqrt{LC}$, поэтому $\nu_\omega = 1/v$.

$(2\omega)^{-1}\int_\epsilon f^{(i)}_{\epsilon_+}\sigma^x_{ij}(1-f^{(j)}_{\epsilon_-})$, и $\hat\sigma^x$ — матрица Паули. С помощью ур. (4.7) можно оценить скорость обмена энергией между окружающей средой и туннелирующими электронами: $1/\tau_{\text{env-e}} = \rho(\omega)/\nu_\omega R_\text{T}$. Теперь можно сравнить $1/\tau_{\text{env-e}}$ с характерной частотой, характеризующей взаимодействие эффективной среды с фононным термостатом, $1/\tau_{\text{env}\to\text{bath}}(\omega)$. Для электрон-дырочной среды, $1/\tau_{\text{env}\to\text{bath}}(\omega)$ можно найти с помощью ур.(4.7) с учётом соответствующего электрон-фононного интеграла рассеяния. Если $\tau_{\text{env}\to\text{bath}} \gg \tau_{\text{env-e}}$, двухступенчатая релаксация инерции имеет место, и характерная энергия, передаваемая среде от туннелирующих электронов, равна $\omega \sim \max\{T_\text{e}, V\}$, где T_e — температура электронов в электродах. Электромагнитная среда также способствует двухстадийной релаксации в том случае, когда омические потери происходят в сверхпроводящей LC-цепочке и они достаточно малы. Возьмём, например, типичный алюминиевый мезоскопический образец, $\tau_{\text{env-e}} = 10^{-8}\,\text{sec}$ и $\tau_{\text{env}\to\text{bath}} = 10^{-6}\,\text{sec}$ [452], так что условия для двухстадийной релаксации выполнены в этом случае. Тогда функции распределения N_ω значительно отклоняются от бозе-распределения с температурой фононного термостата. Их следует определять из условия, что интеграл столкновений фононов с электрон-дырочными парами, сопровождающими поток тока, становится равным нулю, а из уравнения (4.7) тогда следует: $N_\omega \cong n^{(12)}_\omega$. Если $T_\text{e} \ll V$, то N_ω может быть аппроксимировано бозе-функцией с некоторой эффективной температурой T_eff при $\omega < V = T_\text{eff}$ и $N_\omega = 0$ при $\omega > T_{meff}$ (испускание возбуждений с энергией, превышающей V, запрещено), и

$$T_\text{eff} \equiv \lim_{\omega\to 0}\omega N_\omega = 0.5V\coth(V/2T). \tag{4.8}$$

Этот результат показывает, что система с хорошо изолированным резервуаром бозонных мод не может быть охлаждена ниже T_eff. Отметим, что coth — выражение для T_eff, полученное в первом приближении в ρ. В общем случае T_eff зависит от ρ.

Система уравнений (4.1)–(4.7) дает полное описание туннельного контакта в неравновесной среде. Чтобы вывести вольт-амперную характеристику, I-V, мы в явном виде найдем неравновесную функцию распределения бозонных мод $N_\omega \cong n^{(12)}_\omega$ и подставим ее в ур. (4.1)–(4.4). Вводя параметры $g^{-1} = \rho(0)$ и Λ, где характерная частота затухания $\rho(\omega)$ [для омической модели [374], $\rho = g^{-1}/\{1+(\omega/\Lambda)^2\}$ и Λ/g порядка зарядовой энергии контакта $E_c = e^2/C$], мы найдем:

$$I \sim \frac{V}{R_\text{T}}\ln\frac{\Lambda}{V}; \tag{4.9}$$

в интервале $T \ll V \ll \Lambda$, где $T_\text{eff} \simeq V$. Следует отметить, что $I(V)$, которая определяется ур.(4.9), отличается от степенной зависимости, найденной в [374], если $T_\text{e} = T_\text{eff} = 0$. Это

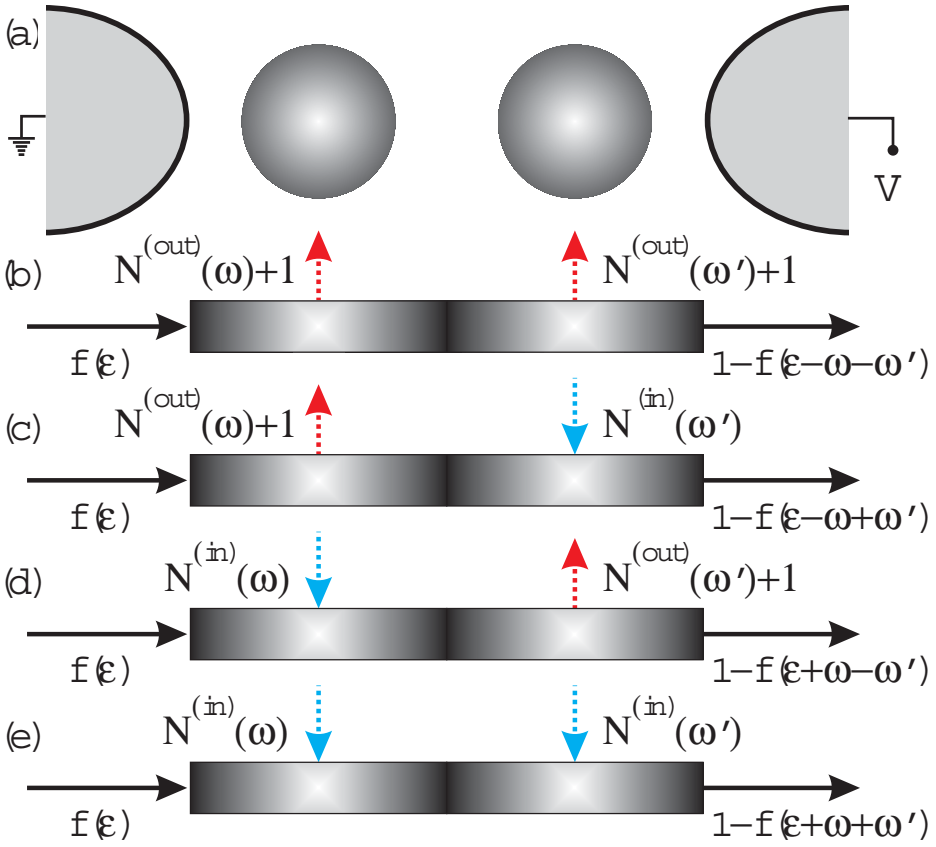


Рис. 3. (a) Схема туннельного контакта с двумя наногранулами. (b)–(d) Диаграммы, описывающие вероятность котуннелирования электрона в единицу времени. Стрелки «вверх» обозначают электрон-дырочные пары, возбуждаемые в процессе котуннелировании, а стрелки «вниз» соответствуют рекомбинации этих электрон-дырочные пар. Вершины, показанные прямоугольниками, пропорциональны вероятности возбуждения элементарной электрон-дырочной пары, которая пропорциональна $\rho(\omega)/\omega$.

показывает, что, меняя параметры эффективной среды, можно управлять $I(V)$ и другими характеристиками туннельного перехода (эффект стробирования). При высоких напряжениях, $V \gg \Lambda$, можно найти

$$I(V) \simeq (V - \Delta_\infty)/R_{\mathrm{T}}, \tag{4.10}$$

$\Delta_\infty = iJ'(0) = 2\int_0^\infty d\omega \rho_\omega [1 + N_\omega^{(\mathrm{out})} - N_\omega^{(\mathrm{in})}] \simeq \Delta_\infty^{(0)} \ln(\Lambda/\min\{T_e, T_{\mathrm{env}}\})$, где $\Delta_\infty^{(0)} = \Delta_\infty[N^{(\mathrm{out})} = N^{(\mathrm{in})}] \sim \Lambda/g$, при условии, что $V \gg \Lambda$, $N_\omega^{(\mathrm{out})} \simeq \Lambda/\omega \gg N_\omega^{(\mathrm{in})}$.

4.2.1. Массивы туннельных контактов

Обобщая уравнение (4.2) на массив из N контактов, можно найти:

$$\overrightarrow{\Gamma} = \left(\prod_{i=1}^{N} \frac{R_K}{4\pi^2 R_i} \right) S^2 \int d\epsilon d\epsilon' f_1(\epsilon)[1 - f_2(\epsilon')]P(\epsilon - \epsilon'), \tag{4.11}$$

где

$$P(E) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(iEt) \left\{ \int_0^{\infty} d\omega \frac{\rho(\omega)}{\omega} \prod_{j \le N-1} \left[N_{\omega,j}^{(\text{in})} e^{i\omega t} + (1 + N_{\omega,j}^{(\text{out})}) e^{-i\omega t} \right] \right\}. \tag{4.12}$$

Здесь $S = E_c^{-(N-1)} N^N / (N-1)!$, и $E_c = e^2/2C$ — кулоновская зарядовая энергия одного контакта (C — емкость одного тунельного контакта). В случае сверхпроводящих контактов, необходимо учесть заряд купперовской пары и заменить $e \to 2e$. Уравнения. (4.11),(4.12) были получены в первом порядке по туннельному гамильтониану. На рис. 3 показаны диаграммы, соответствующие уравнениям (4.12) для $N = 3$.

Обобщение результатов, полученных для одного перехода, включая структуру интеграла столкновений и концепцию эффективной температуры (4.8), можно масштабировать на большие массивы. Известно, что до тех пор, пока температуры не очень низкие [486], в переносе заряда в больших массивах преобладают неупругое котуннелирование и двухстадийная релаксация энергии. Туннелирующие носители заряда генерируют электрон-дырочные пары [486, 487], служащие в качестве среды, обменивающейся энергией с туннельным током, а затем медленно теряющей ее в фононном термостате. Понятие двухстадийной релаксации является ключом к разрешению спора о прыжковой проводимости с переменным диапазоном прыжков (VRH), как в легированных полупроводниках [498, 499], так и в неупорядоченных сверхпроводящих пленках [481]: наблюдаемый универсальный предэкспоненциальный фактор указывает на то, что релаксация энергии обусловлена электрон-электронными (ее), а не электрон-фононными взаимодействиями. С другой стороны, согласно [500, 501], электронная релаксация не может обеспечить конечную проводимость ниже так называемой температуры многочастичной локализации [501]. Последовательная релаксация электронов через среду электрон-дырочных пар, которая впоследствии передает энергию фононному термостату, подразумевает, что префактор прыжковой проводимости действительно пропорционален $e^2/\hbar$.

В заключение мы разработали количественное описание туннельного транспорта в массивах туннельных переходов в пределе $1/\tau_{\text{env-e}} \gg 1/\tau_{\text{env}\to\text{bath}}$ вдали от равновесия и продемонстрировали, что низкотемпературная релаксация, обеспечивающая возникно-

вение туннельного тока, происходит через промежуточную бозонную среду. Показано, что возникновение щели в спектре возбуждений этой среды подавляет туннельный ток.

4.3. Универсальность и квантование отношения мощности тока к производству тепла в единицу времени в наногранулированых системах

Здесь мы изучаем нагрев таких наносистем на примере цепочки наногранул или квантовых точек в режиме слабой связи между гранулами. Поскольку нас интересует низкотемпературное поведение, мы сосредоточиваем внимание на режиме котуннелирования, который в этом случае является основным транспортным механизмом. Мы точно (аналитически) решаем проблему рассеяния тепла в таких системах и показываем, что отношение полной рассеиваемой мощности $I \cdot V$ к теплу, рассеиваемому в грануле, $\dot{Q}$, имеет универсальное квантованное значение

$$\frac{\dot{Q}}{I \cdot V} = \frac{n}{n+1}, \tag{4.13}$$

где I — ток, V — напряжение смещения, а n — целое число, соответствующее общему числу гранул. Рациональное число в уравнении (4.13) геометрически защищено, т.е. оно не зависит ни от формы гранулы, ни от микроскопических деталей туннельных переходов.

Мы предполагаем, что все гранулы в общем случае различны. Это означает, что каждая гранула имеет свою собственную кулоновскую энергию, свою собственную форму и свой собственный проводящий материал (прозрачность туннельных барьеров также индивидуальна). Несмотря на это, мы утверждаем, что часть тепла, рассеиваемого в грануле, является универсальной: она задается долей $1/(n+1)$ от общей мощности $I \cdot V$.

Электроды представляют собой объемные проводники, прикрепленные к гранулам туннельными контактами. Каждый электрод выделяет универсальную долю тепла

$$\frac{\dot{Q}_{\text{electrode}}}{I \cdot V} = \frac{1}{2}\frac{1}{n+1}. \tag{4.14}$$

В частности, в случае одной гранулы, то есть $n = 1$, половина мощности рассеивается в грануле, а другая половина — в электродах.

Физическая причина этого квантования связана в создании электрон-дырочных пар в гранулах посредством котуннелирующего электрона, который отдает часть своей энергии этими парам. Другая часть энергии электронов (столько же) рассеивается в электродах.

Как правило, вольт-амперные характеристики, $I(V,T)$, гранулированного контакта нелинейны как по напряжению, так и по температуре. Эти нелинейности учитывались

при получении уравнений (4.13)–(4.14). Мы также предполагали, что электроды находятся равновесии при одинаковых температурах, процессы релаксации энергии внутри каждого электрода достаточно быстрые, так что применимо описание в терминах локального равновесия, и что температура гранул аналогична температурам электродов. Последнее условие подразумевает, что избыточное тепло от гранул эффективно переносится в термостат с помощью фононов. Более общая ситуация обсуждается в конце этого раздела. В частности, мы рассматриваем вопрос об устойчивости свойства "универсальности" в ур. (4.13)–(4.14), если температуры гранул разные. Показано, что квантование сохраняется для напряжений смещения, значительно превышающих дисперсию температур гранул и электродов.

Квантование отношения мощности к теплу в уравнении (4.13) является результатом неупругих процессов котуннелирования, которые отвечают за перенос электронов. Суть этих процессов заключается в том, что электрон туннелирует через виртуальные состояния в промежуточных гранулах, минуя, таким образом, огромный кулоновский барьер [374, 423, 491, 502–513]. Это можно представить как когерентную суперпозицию двух событий: туннелирование электрона в гранулу и одновременный выход другого электрона из той же гранулы. Существует два различных механизма процессов котуннелирования: упругое и неупругое котуннелирование. Упругое котуннелирование означает, что электрон, покидающий гранулу, имеет ту же энергию, что и входящий. В случае неупругого котуннелирования электрон, выходящий из гранулы, имеет энергию, отличную от входящего электрона (см. изогнутые стрелки на рис. 1). Эта разность энергий поглощается электронно-дырочным возбуждением в грануле, которое остается в процессе неупругого котуннелирования. Ниже мы сконцентрируемся на неупругом случае, так как только этот транспортный механизм способствует эффектам нагрева. В частности, упругое котуннелирование и последовательное туннелирование не создают электронно-дырочных пар внутри гранул.

При температурах и напряжениях ниже кулоновской энергии котуннелирование обычно доминирует над другими механизмами электронного транспорта в гранулированных нано-контактах, такими как механизм «одноэлектронного транзистора» (ОЭТ) и последовательное туннелирование. Туннелирование по типу ОЭТ в гранулированном устройстве в квантовом случае реализуется только для редких комбинаций параметров и требует очень хорошо подогнаных напряжений на каждой грануле. В этом случае носители избыточного заряда могут теоретически оставаться в гранулах в течение достаточно долгого времени. Но на практике трудно поддерживать ОЭТ режим из-за эффектов медленной диффузии заряда в подложке. Вклад в последовательное туннелирование электронов экспоненциально подавляется в режиме кулоновской блокады

для температур и напряжений ниже характерной энергии заряда одного электрона в грануле, eV, $T < E_c$.

Каждая гранула характеризуется двумя энергетическими масштабами: (i) характерный интервал между энергетическими уровнями в грануле δ и (ii) и кулоновская энергия одного электрона на грануле $E_c \sim e^2(4\pi\kappa\epsilon_0 a)^{-1}$, где κ — относительная статическая диэлектрическая проницаемость среды, окружающей гранулу, а a — характерный размер гранулы. Мы рассматриваем в основном случай металлических наногранул, в которых спектр свободных электронов можно считать приближено непрерывным. В этом случае E_c, все рассматриваемые температуры и напряжения намного превышают δ. В этом режиме неупругое котуннелирование всегда доминирует над упругими процессами [374, 491].

4.3.1. Модельные вычисления

Вольт-амперные характеристики $I(V)$ наноконтакта в виде цепочки гранул в режиме котуннелирования можно найти микроскопически несколькими способами, стартуя с туннельного гамильтониана, см., например, обзор [491]. Мы следуем подходу, где ток выражается через разность скоростей обратного и прямого туннелирования электронов от одного электрода к другому, аналогично [374, 514, 515]. Для записи скоростей туннелирования и наблюдаемых мы используем «бозонный» язык [19, 30], который имеет прямую физическую интерпретацию и упрощает аналитические вычисления. Мы можем записать окончательный результат для вольт-амперных характеристик $I(V)$ для произвольного числа гранул n в наносистеме так:

$$I = \frac{e}{\mathcal{R}} \int_{-\infty}^{\infty} (n_\Omega^{(\mathrm{LR})} - n_\Omega^{(\mathrm{RL})}) P(\Omega) \Omega d\Omega, \tag{4.15}$$

где $\mathcal{R} = \prod_{i=0}^{n} R_{i,i+1}/R_q$, $R_q = \pi\hbar/e^2$ — квант сопротивления, и $R_{i,i+1}$ — туннельное сопротивление между соседними гранулами $(0 < i < n)$ или между гранулами и электродами, если $i \in \{0, n\}$. Здесь $n_\Omega^{(\mathrm{LR})} = \frac{1}{\Omega}\int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon f^{(L)}(\epsilon_+)\left[1 - f^{(R)}(\epsilon_-)\right]$ — бозонные формфакторы, составленные из электронных функций распределения $f(\epsilon)$ в левом и правом электродах и $\epsilon_\pm = \epsilon \pm \Omega/2$. Эти формфакторы можно интерпретировать как плотности вероятности найти электрон-дырочные пары, возбуждённые в электродах после процессов туннелирования [19, 516]. Например, $n_{\Omega>0}^{(\mathrm{LR})}$ описывает распределение электрон-дырочных пар, где электроном находится на левом электроде, а дырка — на правом, в то время как функция распределения $n_{\Omega>0}^{(\mathrm{RL})}$ соответствует противоположной ситуации, см. рис. 1.

Используя функции распределения $f^{(L)}(\epsilon, T_\mathrm{L}) = f_F(\epsilon - eV/2, T)$ и $f^{(R)}(\epsilon, T_\mathrm{R}) = f_F(\epsilon + eV/2, T)$, где T — температура обоих электродов, мы найдем форм-факторы в явном

виде:

$$n_{\Omega}^{(\mathrm{LR})} = \frac{\Omega - eV}{\Omega} N_B(\Omega - eV, T), \tag{4.16a}$$

$$n_{\Omega}^{(\mathrm{RL})} = \frac{\Omega + eV}{\Omega} N_B(\Omega + eV, T), \tag{4.16b}$$

где$N_B(\Omega, T)$ — это распределение Бозе-Эйнштейна. Функция $P(\Omega)$ в ур. (4.15) равна плотности вероятности, что туннелирующий электрон обменяется энергией Ω с электрон-дырочными парами в гранулах. Аналогичная функция появляется в теории малых туннельных контактов, взаимодействующих с электромагнитным термостатом [87, 374]. В этой теории электрический ток записывается в форме, похожей на ур. (4.15), где $P(\Omega)$ описывает вероятность обмена энергией с электромагнитным термостатом [19]. В нашем случае функция $P(\Omega)$ в ур. (4.15) имеет вид

$$P(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(\Omega + \sum_{j=1}^{n} \omega_j\right) \prod_{i=1}^{n} \frac{\omega_i d\omega_i}{2\pi (E_c^{(i)})^2} N_{\omega_i}^{(g_i)}, \tag{4.17}$$

где $N_{\omega}^{(g)} = \frac{1}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon f^{(g)}(\epsilon_+)\left[1 - f^{(g)}(\epsilon_-)\right]$ — эффективная функция распределения электрон-дырочных пар в грануле i и $f^{(g)}(\epsilon)$ — функция распределения электронов в той же грануле. Тождество $N_{\omega}^{(g)} = -[1 + N_{-\omega}^{(g)}]$ гарантирует, что $P(\Omega)$ положительно определена для частот $|\Omega| \ll E_c^{(i)}$, $i = 1, \ldots, n$ и правильно нормализована. Отметим, что все интегралы по частотам ω в ур. (4.17) быстро сходятся для энергий, намного меньших энергии зарядки $E_c^{(i)}$ [на масштабах частот порядка напряжения или температуры гранулы].

Для положительных частот $\omega_i > 0$ коэффициент $N_{\omega_i}^{(g_i)}$ в уравнении (4.17) описывает передачу энергии от электрон-дырочной пары, распадающейся в грануле i, к котуннелирующему электрону. Для отрицательных частот $\omega_i < 0$ мы переписываем произведение $\omega_i N_{\omega_i}^{(g_i)} = (-\omega_i)(1 + N_{-\omega_i}^{(g_i)})$, описывающий процесс возбуждения одной электронно-дырочной пары в грануле i с энергией $|\omega_i|$ при электроном котуннелировании. Существует несколько методов исследования теплопередачи в гранулированных системах, особенно для туннельных переходов с одной гранулой, когда тепловые потоки от одного электрода идут к другому из-за разницы температур, см., например, [21,29,452,517–521]. Здесь мы следуем скоростному подходу для расчета тепла, выделяющегося в связи с возбуждением электронно-дырочных пар котуннелирующим электроном [19,518] и применяя такой подход к системе с произвольным количеством гранул. Найдем суммарное тепло, выделяющееся в единицу времени во всех гранулах в результате обменом энергии туннелирующим электроном с электрон-дырочными парами:

$$\dot{Q} = \frac{1}{\mathcal{R}} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega (n_{\Omega}^{(\mathrm{LR})} + n_{\Omega}^{(\mathrm{RL})}) P(\Omega) \Omega d\Omega \,. \tag{4.18}$$

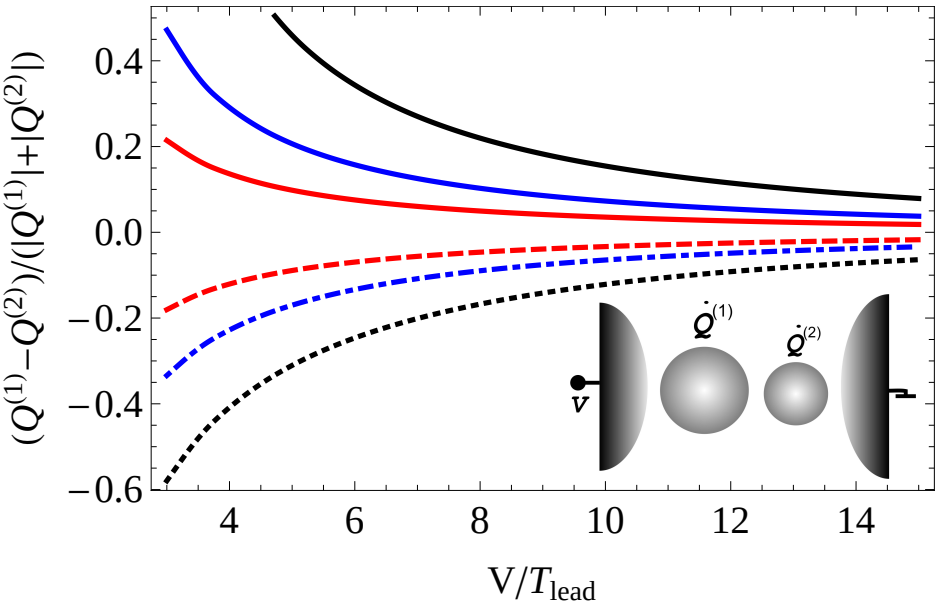


Рис. 4. Разница в скоростях рассеяния тепла в первой и второй гранулах контакта, показанного на вставке с разными температурами гранул, $T_{g1} \neq T_{g2}$. Кривые (сверху вниз) соответствуют температурам $T = T_{g1} = T_{\rm lead}$ и $T_{g2}/T = 1.2, 1.1, 1.05, 0.95, 0.09, 0.8$.

Отметим, что для электродов (или гранул) с различными температурами существует дополнительный вклад в тепло, помимо $\dot{Q}$, производимый градиентами температуры: см., например, [518, 519, 521].

Уравнение (4.18) имеет простую физическую интерпретацию, если мы введем бозонный форм-фактор $n_\Omega = \frac{1}{2}(n_\Omega^{(\rm LR)} + n_\Omega^{(\rm RL)})$ описывающий распределение электрон-дырочных пар в электродах. Этот бозонный форм-фактор, в отличие от $n_\Omega^{(\rm LR),(\rm RL)}$, удовлетворяет соотношению $n_{-\Omega} = -[1 + n_\Omega]$. такому же соотношению удовлетворяет $N_B(\omega)$. Принимая во внимание тот факт, что функция распределения бозонов должна зависеть строго от положительных частот, мы можем переписать уравнение (4.18) в виде

$$\dot{Q} = \frac{2}{\mathcal{R}} \int_0^\infty \Omega[n_\Omega P(\Omega) - (1 + n_\Omega)P(-\Omega)]\Omega d\Omega. \tag{4.19}$$

Слагаемое $\Omega\, n_\Omega\, P(\Omega)$ в уравнении (4.19) определяет количество тепла, рассеиваемого в электрон-дырочном термостате внутри гранул; множитель n_Ω описывает вероятность аннигиляции электрон-дырочной пары в электродах. Произведение $\Omega(1+n_\Omega)P(-\Omega)$ описывает энергию, которую котуннелирующий электрон получает из электрон-дырочного термостата; $1 + n_\Omega$ описывает создание электрон-дырочной пары в электродах.

Сначала предположим, что все гранулы и электроды имеют одинаковую температуру T. В этом случае функция распределения $N_\omega^{(g)}$ в ур. (4.17) равна $N_B(\omega) =$

$1/[\exp(\omega/T)-1]$, и плотность вероятности $P(\Omega)$ может быть найдена анлитически

$$P(\Omega)=\frac{\Omega[1+N_B(\Omega)]}{(2\pi E_c^2)^n(2n-1)!}\prod_{j=1}^{n-1}\left[\Omega^2+(2\pi T j)^2\right], \tag{4.20}$$

где $E_c\equiv(\prod_{i=1}^{n}E_c^{(i)})^{1/n}$. Из ур. (4.20) следует, что функция $P(\Omega)$ удовлетворяет условию детального баланса, $P(-\Omega)=P(\Omega)\exp(-\Omega/T)$. В особенности, в случае нулевой температуры гранул, $T=0$, котуннелирующий электрон может только отдать энергию в гранулы, что на математическом языке означает, $P(-\Omega)=0$, [87,374].

Подставляя ур. (4.20) для функции $P(\Omega)$ в ур. (4.15) и (4.18), найдем в явном виде ток $I(V,T)$ и тепло, $\dot{Q}$,

$$I(V,T)=\frac{e^2V}{\mathcal{R}}\frac{\prod_{j=1}^{n}\left[(eV)^2+(2\pi Tj)^2\right]}{(2n+1)!\,(2\pi E_c^2)^n}, \tag{4.21a}$$

$$\dot{Q}=\frac{n}{n+1}\frac{(eV)^2}{\mathcal{R}}\frac{\prod_{j=1}^{n}\left[(eV)^2+(2\pi Tj)^2\right]}{(2n+1)!\,(2\pi E_c^2)^n}. \tag{4.21b}$$

Ур. (4.21a) согласуется с результатами [374,491]. Отношение уравнений (4.21a) и (4.21b) позволяет получить основной результат, см. ур. (4.13).

Ниже мы покажем, что количество тепла, рассеиваемого в каждой грануле, одинаково во время процесса неупругого котуннелирования и определяется долей $1/(n+1)$ полной мощности $I\cdot V$. Аналогично уравнению (4.18), найдем тепло $\dot{Q}^{(i)}$, выделяемое котуннелирующим электроном в грануле i.

$$\dot{Q}^{(i)}=-\frac{2}{\mathcal{R}}\int_{-\infty}^{\infty}\omega_i n_\Omega\,\delta\left(\Omega+\sum_{j=1}^{n}\omega_j\right)\Omega d\Omega\prod_{s=1}^{n}\frac{\omega_s d\omega_s}{2\pi(E_c^{(s)})^2}N_{\omega_s}^{(g_s)}. \tag{4.22}$$

Суммирование по индексу гранул i воспроизводит уравнение (4.18) для $\dot{Q}$. Из (4.22) следует, что для одинаковых функций распределения $N_{\omega_s}^{(g_s)}$ (все температуры гранул одинаковы) тепло, которое рассеивается в каждой грануле $\dot{Q}^{(i)}$, не зависит от индекса гранулы i и равно $\dot{Q}^{(i)}=\dot{Q}/n$. Ниже мы исследуем, зависит ли $\dot{Q}^{(i)}$ от индекса гранулы i для разных температур гранул.

Для туннельного перехода с двумя гранулами ($n=2$), показанного на вставке к рис. 7, следует, что тепло, рассеиваемое в каждой грануле, зависит от температур гранул, $\dot{Q}^{(1)}\neq\dot{Q}^{(2)}$. Однако для достаточно больших напряжений $|eV|\gg|T_{g1}-T_{g2}|$, как следует из рис. 7, равномерное распределение тепла по гранулам асимптотически восстанавливается.

Фундаментальный вопрос, который необходимо рассмотреть, — это устойчивость условия квантования (4.13) по отношению к ненулевой разности температур между

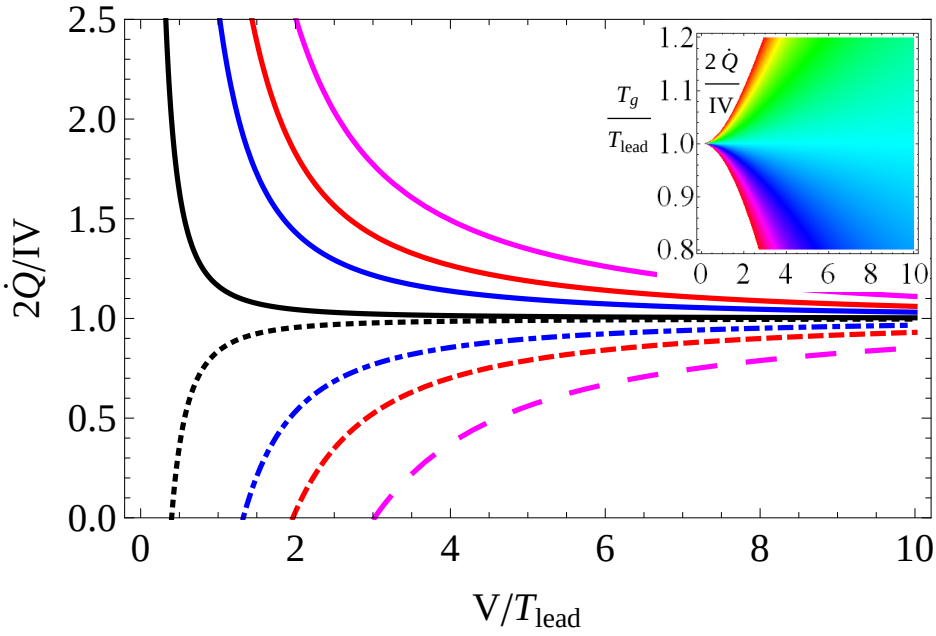


Рис. 5. Отношение тепла $\dot{Q}$, рассеиваемого в грануле, к полной мощности IV, $2\dot{Q}/IV$ для туннельного перехода с одной гранулой и температурой гранулой T_g, и температурой электродов T_{lead}. Кривые (сверху вниз) соответствуют $T_g/T_{\text{lead}} = 0.6, 0.8, 0.9, 0.99, 1.01, 1.1, 1.2, 1.4$. На вставке показан график $2\dot{Q}/IV$ как функции T_g/T_{lead} и V/T_{lead}, где V напряжение смещения.

гранулами и электродами. Для контакта с одной гранулой, $n = 1$, при температурах электродов и гранулы, равных T_{lead} и T_g, соответственно, получаем, используя уравнения (4.15)-(4.17) и (4.18)

$$\frac{\dot{Q}}{IV} = \frac{1}{2} + \frac{T_{\text{lead}}^2 - T_g^2}{(eV)^2} \frac{(eV)^2 + \frac{8}{5}\bar{T}^2}{(eV)^2 + (2\pi\bar{T})^2} \pi^4, \tag{4.23}$$

где $\bar{T} = \sqrt{(T_{\text{lead}}^2 + T_g^2)/2}$ — характерная температурная шкала. Для равных температур гранулы и электродов, $T_{\text{lead}} = T_g$, соотношение в уравнении (4.23) составляет ровно половину, $\frac{\dot{Q}}{IV} = 1/2$, в соответствии с уравнением (4.13). Для различных температур, $T_{\text{lead}} \neq T_g$, численные расчеты показывают, что квантование отношения в уравнении (4.23) размыто, см. рис. 5. Однако даже в этом случае в области температур $|T_{\text{lead}}^2 - T_g^2|/(eV)^2 \ll 1$, как следует из уравнени (4.23), это отношение приближается к $1/2$, см. рис. 5.

Качественно можно получить аналогичный результат для контактов с несколькими гранулами, $n > 1$. Определим вектор, составленный их температур: $\vec{\tau} = (T_{\text{lead}}, T_g^{(1)}, \ldots, T_g^{(n)})$, средняя температура $\bar{\tau} = \frac{1}{n+1}\sum \tau$ и дисперсия $\delta\tau = \sqrt{\frac{1}{n}\sum(\tau - \bar{\tau})^2}$. Покажем, что уравнения (4.13)–(4.14) справедливы в области напряжений $|eV|/n \gg \delta\tau$.

Другим важным следствием уравнения (4.23) является появление характерного масштаба напряжения $V_0(T_{\text{lead}}, T_g)$, для которого $\dot{Q} = 0$

$$V_0 = \pi \sqrt{2} \left[\left(\frac{2T_g^4 + 3T_{\text{lead}}^4}{5} \right)^{1/2} - T_{\text{lead}}^2 \right]^{1/2} . \tag{4.24}$$

Эту шкалу напряжений можно интерпретировать следующим образом: для напряжений смещения, превышающих V_0, $V > V_0$, котуннелирующие электроны нагревают гранулу, в то время как для напряжений смещения, меньших V_0, $V < V_0$, гранула охлаждается. Из уравнения 4.24) следует, что масштаб V_0 отличен от нуля, $V_0 > 0$, когда температура гранулы превышает температуру электродов, $T_g > T_{\text{lead}}$. Этот масштаб равен нулю, если $T_{\text{lead}} = T_g = T$, когда гранула нагревается при любом напряжении смещения V. Аналогичные характерные масштабы напряжения можно найти в контакте с большим числом гранул.

Наконец, мы рассмотрим вопрос о существовании универсальности и квантования отношения тепла к мощности в реалистичной экспериментальной системе. «Горячие» электрон-дырочные пары, генерируемые в гранулах процессом неупругого котуннелирования, выводят электроны в гранулах из равновесного состояния, в то время как электрон-электронное и электрон-фононное взаимодействия в гранулах делает обратное: термализуют электронное распределение. Многие транспортные эксперименты над гранулированными системами в режиме неупругого котуннелирования [491, 522] показывают, что локально равновесная аппроксимация распределения электронов с эффективной температурой [489] (распределение Ферми с эффективной температурой) хорошо описывает кинетические коэффициенты в широком диапазоне температур фононного термостата подложки T_{bath} и напряжений V. Здесь мы предполагаем, что температура гранулы является эффективной электронной температурой, $T_i(V)$, которая определяется путем решения уравнений теплового баланса. Транспортные эксперименты в гранулированных системах [491] показывают, что при небольшом смещении эффективная температура электронов с высокой точностью равна температуре фононного термостата, а перегрев начинается при относительно высоко напряжении смещения. В нашем случае тепло, рассеиваемое в конкретную гранулу i, равно $\dot{Q}^{(i)} = \kappa_{\text{e-ph}} (T_i^k - T_{\text{bath}}^k)$, где $i = 1, \ldots, n$, и $\kappa_{\text{e-ph}}$ — это константа электрон-фононного взаимодействия, а k — целое число $4{,}5$ или 6, в зависимости от конкретной модели взаимодействия между электронами и фононами [489, 522, 523]. При небольшом смещении $\dot{Q}^{(i)}$ также мало, что приводит к условию $T_i(V) \approx T_{\text{bath}}$ для всех гранул, i. Это режим применимости уравнений (4.13)–(4.14). Для одной гранулы, условие $|T_g - T_{\text{bath}}| \ll T_{\text{bath}}$ подразумевает, что $V^2 (V^2 + T_{\text{bath}}^2) / (\mathcal{R} E_c^2 \kappa_{\text{e-ph}} T_{\text{bath}}^k) \ll 1$.

4.3.2. Обсуждение: взаимосвязь квантования отношения “тепло/мощность” и симметрией $P(\Omega)$

«Квантование» рассеяния тепла, которое мы обсуждали выше, формально связано со специфической структурой функции распределения вероятностей, $P(\Omega)$. Выше было показано, что общие выражения для тока и тепла в контакте, состоящем из массива последовательно соединённых гранул, аналогичны соответствующим выражениям в ультрамалом туннельном контакте, связанном с электромагнитным термостатом. Тогда возникает важный вопрос: можно аналогичный эффект квантования наблюдать в ультрамалом туннельном переходе, и какая особенность функции распределения $P(\Omega)$ может это обеспечить.

Электромагнитная среда с одной резонансной частотой

Сначала рассмотрим сверхмалый туннельный переход, взаимодействующий с электромагнитной средой, имеющей одну моду. Вероятность того, что туннельный электрон отдаст энергию Ω этой среде, определяется выражением [87,374]

$$P(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k \delta(\Omega - k\omega_0), \tag{4.25}$$

$$p_k = e^{-\rho \coth \frac{\beta\omega_0}{2}} I_k\left(\frac{\rho}{\sinh(\beta\omega_0/2)}\right)\exp(k\beta\omega_0/2), \tag{4.26}$$

где $\rho > 0$ — константа взаимодействия туннельного электрона с окружающей средой. Известно, что $p_{-k} = p_k \exp(-k\beta\omega_0)$. Тогда

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Omega (n_\Omega^{(\mathrm{LR})} - n_\Omega^{(\mathrm{RL})}) P(\Omega) d\Omega = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{p_k e^{-k\beta\omega_0/2}(k\omega_0 - V)}{\sinh[\beta(k\omega_0 - V)/2]} \sinh(\beta V/2). \tag{4.27}$$

Аналогично находим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 (n_\Omega^{(\mathrm{LR})} + n_\Omega^{(\mathrm{RL})}) P(\Omega) d\Omega = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{p_k e^{-k\beta\omega_0/2} k\omega_0 (k\omega_0 - V)}{\sinh[\beta(k\omega_0 - V)/2]} \sinh(\beta V/2). \tag{4.28}$$

Окончательно найдем, что

$$\frac{IV}{\dot{Q}} = \frac{V \sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} I_k\left(\frac{\rho}{\sinh(\beta\omega_0/2)}\right)/\sinh[\beta(k\omega_0 - V)/2]}{\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} k\omega_0 I_k\left(\frac{\rho}{\sinh(\beta\omega_0/2)}\right)/\sinh[\beta(k\omega_0 - V)/2]}. \tag{4.29}$$

Отношение $I \cdot V/\dot{Q}$ показано на рис. 2. Отсюда следует, что величина $I \cdot V/\dot{Q}$ всегда далека от единицы. Следовательно, среда поглощает только часть джоулева тепла,

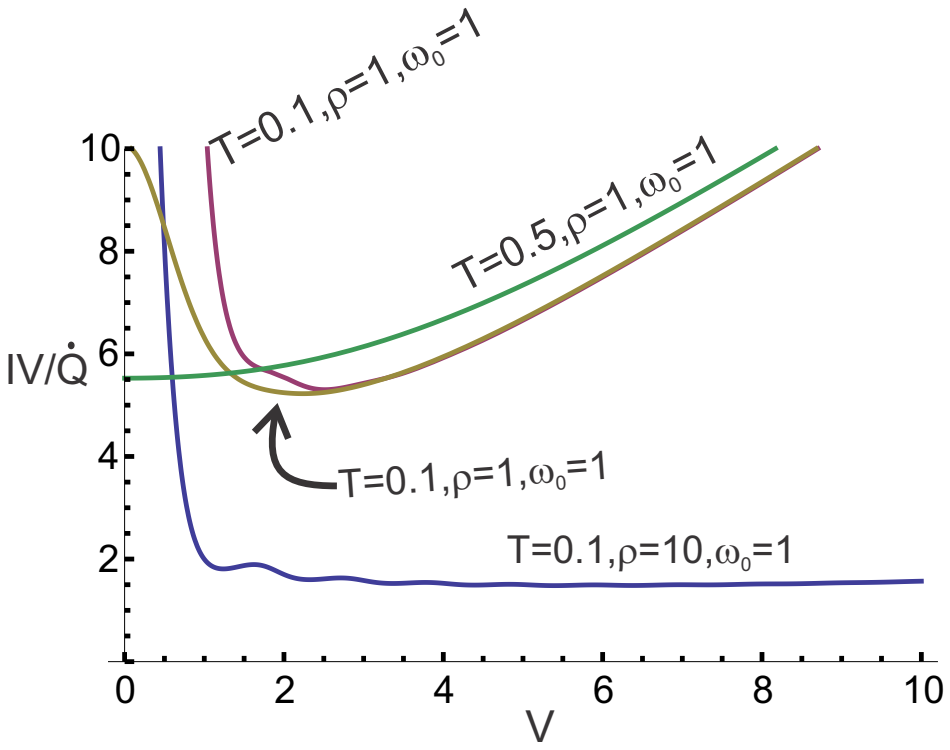


Рис. 6. Соотношение $I \cdot V/\dot{Q}$ для одномодового электромагнитного термостата. В этом случае большое выделение тепла в термостат возникает, когда $V \sim \ omega a_0$. Следовательно, универсального квантования соотношения мощности к теплу в этом случае не наблюдается.

как это происходит для гранулированного контакта. Однако $I \cdot V/\dot{Q}$ в общем случае не квантуется. Только в пределе $\rho \gg 1$ отношение $I \cdot V/\dot{Q}$ начинает асимптотически приближаться к целому числу. Возникает вопрос — почему отношение $I \cdot V/\dot{Q}$ не квантуется? Мы рассмотрим этот вопрос ниже, после рассмотрения еще одного примера.

Электромагнитный термостат: омический импеданс

Теперь рассмотрим так называемую омическую среду, связанную с сопротивлением, встроенным в электрическую схему [87, 374]. Без ограничения общности мы сосредоточимся на пределе $T = 0$. Тогда $P(\Omega) \propto \theta(\Omega)$, и мы получим

$$\frac{I \cdot V}{\dot{Q}} = \frac{V \int_0^V (eV - \Omega) P(\Omega) d\Omega}{\int_0^V \Omega (eV - \Omega) P(\Omega) d\Omega}. \tag{4.30}$$

В этом случае для малых частот (меньше, чем энергия E_c туннельного перехода) для функции распределения имеем

$$P(\Omega > 0) \propto \Omega^{\frac{2}{g}-1}, \qquad P(\Omega < 0) = 0, \tag{4.31}$$

где R — сопротивление, а R_q — квант сопротивления, а параметр $g = \frac{R_q}{R} < 1$. Используя уравнение (4.31), получим

$$\frac{I \cdot V}{\dot{Q}} = \frac{V \int_0^V (V - \Omega) P(\Omega) d\Omega}{\int_0^V \Omega (V - \Omega) P(\Omega) d\Omega} = \frac{2 + 3g + g^2}{2 + g} = 1 + g. \tag{4.32}$$

Этот результат справедлив для напряжений меньших, чем кулоновская энергия, $V \ll E_c$. Уравнение (4.45) говорит о том, что омическая электромагнитная среда очень эффективна как поглотитель энергии. Но универсальность соотношения тепло/мощность не имеет места.

Функция $P(\Omega)$ общего вида, описывающая взаимодействие туннелирующего электрона с термостатом

Итак, подводя предварительные итоги, мы продемонстрировали, что в общем случае квантование тепла и мощности в сверхмалых туннельных переходах отсутствует, в то время как в гранулированом соединении это квантование существует, пока электронный транспорт соответствует режиму котуннелирования. Основной вопрос — какой конкретный механизм (“симметрия”) обеспечивает это квантование? Имеет место следующее: в то время как электрон проходит через гранулы, он эффективно производит одинаковое число пар электрон-дырка в каждой грануле (1/2 в элекродах), и это является физическим источником квантования. [В режиме последовательного туннелирования нет возбуждения такой среды, как электронно-дырочные пары, и поэтому нет универсальности.] Математически, универсальность $IV/\dot{Q}$ скрыта в полиномиальной структуре P как функции Ω, где полином над Ω имеет порядок $2n-1$, где n — это число гранул.

Чтобы отличить «симметрию» задачи о гранулярном соединении в режиме котуннелирования от «симметрии» проблемы сверхмалого туннельного перехода в электромагнитной среде, мы показываем диаграммы, соответствующие вероятности $P(\Omega)$, см. рис. 7. Здесь $N^{(\text{in})}$ и $N^{(\text{out})}$ — Бозе-функции. Символы “(in)” и “(out)” просто помогают понять, что соответствует излучению или поглощению возбуждения окружающей средой электрон-дырочных пар. Обозначения, которые мы используем здесь при построение этих диаграмм, приведены в работах [19, 24]]. В [19, 24] также можно найти подробные правила, объясняющие, как построить $P(\Omega)$ из диаграмм. Нужно взять произведение функций распределения, показанных на диаграмме, и интегрировать по всем частотам, отмеченным штрихом, кроме частоты ω, чтобы получить соответствующий вклад в $P(\omega)$.

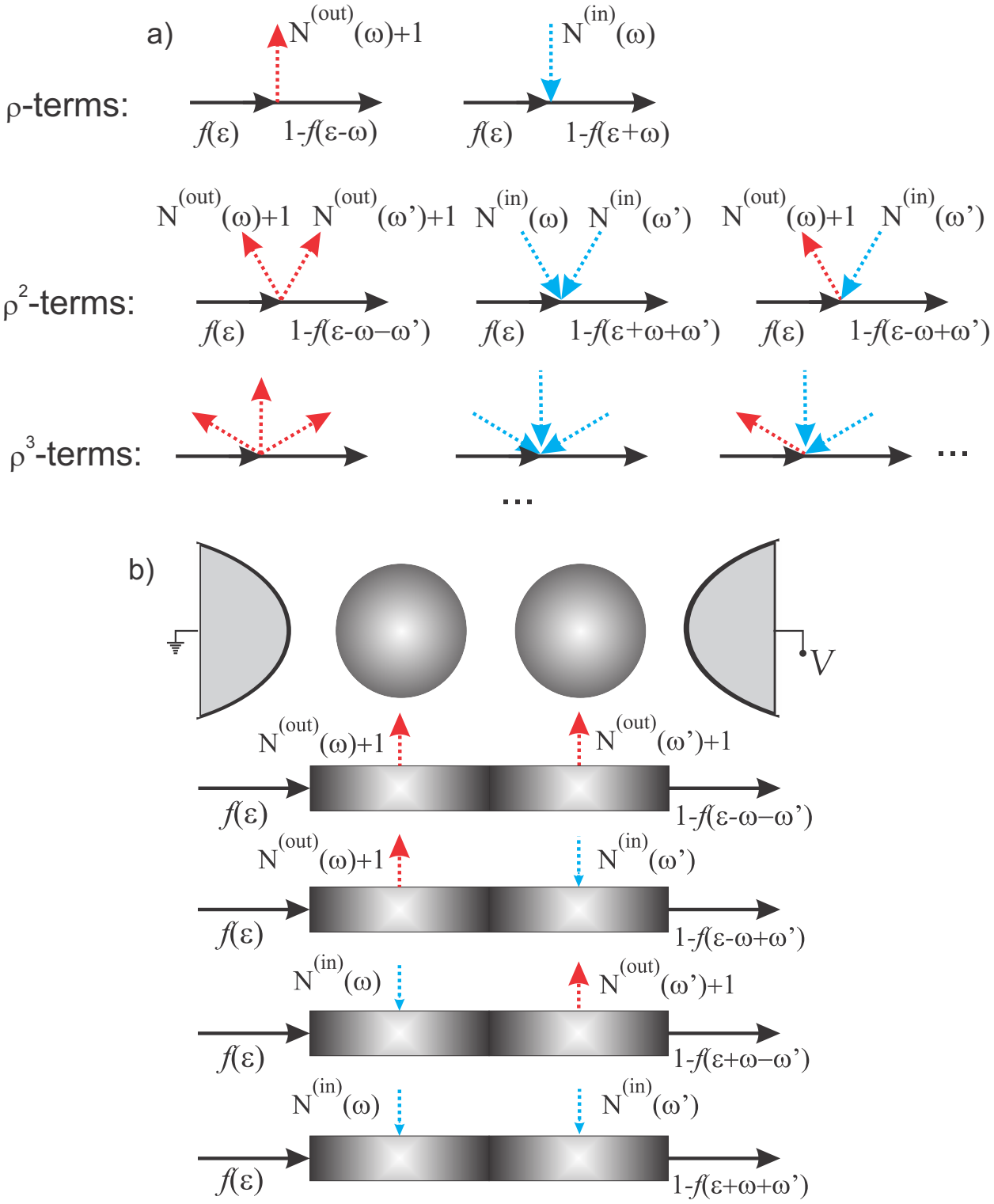


Рис. 7. а) Диаграммы для $P(\Omega)$ в первом, втором и частично в третьем порядке по параметру взаимодействия электронов с окружающей средой ρ в ультрамалом туннельном переходе. б) Все диаграммы для $P(\Omega)$ для перехода, состоящего из двух гранул. Разница между этими двумя случаями очевидна из структуры симметрии диаграмм.

Выводы

В заключение, мы изучили эффекты нагрева и диссипации в гранулированных наносистемах в режиме слабой связи между гранулами. Мы сосредоточились на режиме котуннелирования и решили задачу о рассеянии тепла в цепочке гранул. Мы показали, что, если температуры гранул остаются равными в процессе туннелирования электронов, отношение мощности к теплу имеет универсальное квантованное значение, которое зависит только от числа гранул. Для разных температур гранул и электродов эффект квантования асимптотически восстанавливается при достаточно больших напряжениях смещения.

4.4. Перенос тепла в цепочке квантовых точек вдали от равновесия

Большие усилия в области современных материаловедческих исследований сосредоточены на понимании тепловых свойств наноразмерных устройств [452, 454, 454, 524–527]. Транспорт электронов через массивы наногранул изучен в работах [19,21,25–27,29, 30,486,495,528–531] при малых токах, когда носители заряда имеют достаточно времени, чтобы отрелаксировать свою температуру к температуре фононной ванны. Известно, что большинство транспортных характеристик системы, например, сопротивление, на самом деле очень чувствительны к температуре электронных возбуждений в гранулах. Намного меньше известно об эффектах саморазогрева в этих системах, когда ток не очень мал, а поток заряда делает внутреннюю температуру электронов в гранулах отличной (более высокой), чем температура фононной ванны. Недавние экспериментальные исследования [532, 533] были сосредоточены на применении тепловых свойств низкоразмерных устройств для эффективного производства электроэнергии. Гранулированные термоэлектрические материалы имеют преимущество в том, что можно контролировать параметры системы и, следовательно, свойства устройства. Из-за высокой чувствительности сопротивления гранулированых материалов к температуре они являются хорошими кандидатами для широкополосных датчиков температуры, которые могут работать с высоким разрешением от криогенных до комнатных температур.

Ниже мы исследуем влияние неупругого котуннелирования на нагрев слабо связанной цепочки наногранул длиной N, связанных с двумя электродами (см. рис. 8). Расчитан профиль температуры гранул как функция параметров системы, тока и времени. Каждая гранула характеризуется двумя энергетическими масштабами: (i) средний интервал между энергетическими уровнями электронов в грануле δ и (ii) энергия зарядки $E_c = e^2(4\pi\kappa\epsilon_0 a)^{-1}$, где κ — относительная статическая диэлектрическая проницаемость материала гранулы. Ниже будут рассмотрены металлические гранулы, которые чаще всего встречаются в приложениях, удовлетворяющие неравенству $E_c \gg \delta$. Мы будем предполагать, что температура $\delta < T < E_c$. В этом случае спектр уровней энергии электронов в грануле можно считать квазинепрерывным.

В дополнение к вышеупомянутым энергетическим масштабам, важным параметром рассматриваемой системы является туннельный кондактанс $g_t^{(i)}$. Будет рассмотрен режим кулоновской блокады. Это значит, что туннельные кондактансы намного меньше кванта кондактанса, $g_t^{(i)} \ll 1$.

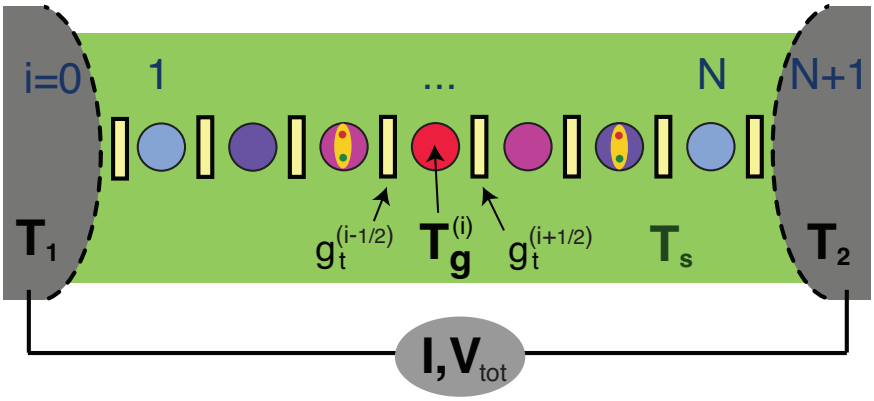


Рис. 8. Слабо связанная цепочка квантовых точек, соединенных посредством туннельных контактов с двумя электродами. Туннельные кондактансы удовлетворяют условию $g_t^{(i\pm1/2)} \ll 1$ (где $i \pm 1/2$ обозначает туннельные барьеры справа/слева от гранулы i). Электроды имеют индексы 0 и $N+1$. Температуры электродов равны T_1 и T_2, а температура подложки равна T_s. Температура гранул $T_g^{(i)}$ зависит от этих температур и от приложенного тока или напряжения. Основной механизм нагрева в гранул за счет неупругих процессов котуннелирования схематично показан на рисунке: электронно-дырочные пары внутри гранул имеют типичную энергию $T_g^{(i)}$. Цвета гранул показывают типичное распределение температуры по всей системе: самые холодные гранулы находятся ближе к электродам, а самые горячие — в середине цепи.

4.4.1. Механизм нагрева гранул

В рассматриваемой области низких температур единственным транспортным механизмом, способствующим нагреву гранул, является неупругое котонелирование электронов. Как уже неоднократно говорилось выше, этот процесс позволяет одновременно переносить заряд через несколько гранул. Одиночное котуннелирование (рис. 8), было подробно изучено в [534], см. также обзор [374]. Механизм котуннелирования обеспечивает канал проводимости при малых напряжениях между электродами, позволяя преодолевать кулоновская блокаду, возникающую из-за отталкивания электронов в гранулах. Суть процесса котуннелирования заключается в том, что электрон туннелирует через виртуальные состояния в промежуточных гранулах, как бы минуя огромный кулоновский барьер. Это можно представить как когерентную суперпозицию двух событий: туннелирование электрона в гранулу и одновременный выход другого электрона из той же гранулы. Существует два различных механизма процессов котуннелирования: упругое и неупругое котуннелирование. Упругое котуннелирование означает, что электрон, покидающий гранулу, имеет ту же энергию, что и входящий. В случае неупругого

котуннелирования электрон, выходящий из гранулы, имеет энергию, отличную от входящего электрона. Эта разность энергий поглощается электрон-дырочными возбуждениями, см рис. 8. Ниже мы рассматриваем только неупругое котуннелирование, потому что только этот транспортный механизм способствует эффектам нагрева. В частности, упругое котуннелирование и последовательное туннелирование не создают электронно-дырочных пар в гранулах.

Для количественного описания неравновесных эффектов, приводящих к нагреву цепочки гранул, мы рассмотрим (i) нагрев за счет электрического сопротивления, (ii) отвод тепла за счет теплопроводности электронов и фононов и (iii) некоторые случаи электрон-фононного взаимодействия массива гранул с подложкой. Электропроводность и электронная часть теплопроводности определяются неупругими процессами котуннелирования. Используя все эти ингредиенты, мы можем записать кинетическое уравнение для температур гранул, которое описывает эволюцию температуры со временем, и окончательный температурный профиль по всей цепочке гранул.

4.4.2. Уравнение теплового балланса

Для температуры каждой гранулы i в массиве мы можем написать из общих соображений следующее кинетическое уравнение

$$c_v^{(i)} \frac{\partial T_g^{(i)}}{\partial t} = \sigma_{\text{in}}^{(i)} \left(\frac{V^{(i)}}{a} \right)^2 + \hat{\nabla} \left(\kappa^{(i)} \hat{\nabla} T_g^{(i)} \right) - \mathcal{P}_{\text{s}}{}^{(i)}, \tag{4.33}$$

где $c_v^{(i)} = (1/3) k_B^2 T_g^{(i)} \nu$ — это теплоемкость каждой гранулы, $\nu = 1/(a^3 \delta)$ — электронная плотность состояний в грануле; член $\partial T_g^{(i)}/\partial t$ описывает динамику температуры $T_g^{(i)}$ от времени t. $\sigma_{\text{in}}^{(i)}$ — это кондактанс гранулы i, а $V^{(i)}$ падение напряжения между гранулами, и a — характерный размер гранулы; $\kappa^{(i)}$ — коэффициент теплопроводности, где $\kappa^{(i)} = \kappa_{\text{in}}^{(i)} + \kappa_{\text{ph}}^{(i)}$, где $\kappa_{\text{in}}^{(i)}$ мы явно различаем электронный и $\kappa_{\text{ph}}^{(i)}$ фононный вклады в теплопроводность. Для одной металлической гранулы, слабо связанной с соседями или электродами, известны следующие выражения [524, 534–537]

$$\sigma_{\text{in}}^{(i)} = 2e^2 a^{-1} \left(g_t^{(i)} \right)^2 \frac{\left(k_B T_g^{(i)} \right)^2 + \left(e V^{(i)} \right)^2}{\hbar E_c^2}, \tag{4.34a}$$

$$\kappa_{\text{in}}^{(i)} = \gamma_e a^{-1} \left(g_t^{(i)} \right)^2 k_B^2 T_g^{(i)} \frac{\left(k_B T_g^{(i)} \right)^2 + \left(e V^{(i)} \right)^2}{\hbar E_c^2}, \tag{4.34b}$$

$$\kappa_{\text{ph}}^{(i)} = \gamma_{\text{ph}} (\hbar l_{\text{ph}})^{-1} k_B^2 T_g^{(i)} \left(\frac{T_g^{(i)}}{\Theta_D} \right)^2. \tag{4.34c}$$

В уравнениях (4.34b) и (4.34c), $\gamma_{e/\mathrm{ph}}$ — численные коэффициенты ($\gamma_e = 32\pi^3/15$ и $\gamma_{\mathrm{ph}} = 8\pi^2/15$, см. [524]), l_{ph} — фононная длина свободного пробега $l_{\mathrm{ph}} \sim a$, и Θ_D — температура Дебая. Следует отметить, что температура гранул $T_g^{(i)}$ входит в ур. (4.34), которые определяют эволюцию внутренних энергетических степеней свободы гранул. Туннельные кондактансы $g_t^{(i)}$ следует понимать, как средние: $\sqrt{g_t^{(i-1/2)} g_t^{(i+1/2)}}$, где $i \pm 1/2$ левый(правый) тунельный барьер по отношению к грануле с индексом i.

Символ $\hat{\nabla}$ в ур. (4.33)относится к определению дискретных градиентов вдоль цепочки гранул. Последний член в правой части уравнений (4.33), $\mathcal{P}_{\mathrm{s}}^{(i)}$, описывает охлаждение гранулы i благодаря процессам электрон-фононного взаимодействия и уходу тепла в подложку [452, 454]

$$\mathcal{P}_{\mathrm{s}}^{(i)} = \Sigma_s \left[\left(T_g^{(i)} \right)^5 - T_s^5 \right], \tag{4.35}$$

где T_s температура подложки и Σ_s — константа электрон-фононного взаимодействия, которую можно оценить так: $10^4 \mathrm{W}/(\mathrm{m}^3\mathrm{K}^5)$. Этот электрон-фононный член написан для чистого случая, когда фононная длина свободного пробега λ_{ph} много меньше, чем электронная длина свободного пробега, $\lambda_{ph} < l_{el}$, [3]. Следует отметить, что плотность тока j не влияет здесь на член, описывающий подложку.

Уравнение (4.33) имеет простую физическую интерпретацию: энергия электрон-дырочных пар преобразуется в тепло, см. рис. 8, в то время как, благодаря теплопроводности электродов, тепло отводится тот гранул до тех пор, пока не будет достигнуто устойчивое состояние. Типичная энергия электрон-дырочных пар порядка температуры гранулы, $T_g^{(i)}$, которую мы включили в выражения для $\sigma_{\mathrm{in}}^{(i)}$ и $\kappa_{\mathrm{in}}^{(i)}$. Электроды мы считаем термостатами, находящимися при постоянной температуре T, так как они много больше гранул. Первый член в правой части уравнений (4.33) описывает энергию электрон-дырочных пары в грануле, умноженную на квадрат дискретного градиента напряжения ($V^{(i)}/a$). Второй член $\hat{\nabla}\left(\kappa^{(i)} \hat{\nabla} T_g^{(i)}\right)$ описывает уход энергии из гранулы i. Наши соображения верны до тех пор, пока приложенное напряжение не разрушит кулоновскую блокаду, т.е. когда $eV^{(i)} < E_c$.

В типичных экспериментах обычно фиксируется ток, и ур. (4.33) можно поэтому переписать так:

$$\hat{\nabla}\left(\kappa^{(i)} \hat{\nabla} T_g^{(i)}\right) = c_v^{(i)} \frac{\partial T_g^{(i)}}{\partial t} - \frac{\left(j^{(i)}\right)^2}{\sigma_{\mathrm{in}}^{(i)}} + \mathcal{P}_{\mathrm{s}}^{(i)}, \tag{4.36}$$

где мы обозначили ток $j^{(i)} = \sigma_{\mathrm{in}}^{(i)} \frac{V^{(i)}}{a}$, который, напоминаем, постоянен вдоль всей цепочки гранул. Хотя это уравнение эквивалентно ур. (4.33), оно имеет другую физическую

[3] Для массивов гранул фононная длина λ_{ph} обычно порядка размера гранулы, $\lambda_{ph} \sim a$.

интерпретацию, так как оно описывает поток тепла через массив гранул.

Кинетическое уравнение в безразмерных единицах

Удобно переписать кинетическое уравнение ур. (4.36) в безразмерных единицах. Температуры и напряжения измерены в единицах температуры T_1 первого электрода. Масштабы времени нормированы на среднее расстояние δ между энергетическими уровнями электрона, т.е.

$$\begin{aligned} \Upsilon_g^{(i)} = T_g^{(i)}/T_1 \quad , \quad \Upsilon_2 = T_2/T_1, \quad \Upsilon_s = T_s/T_1, \\ \mathcal{V}^{(i)} = eV^{(i)}/(k_B T_1) \quad , \quad \tau = t\delta/\hbar, \end{aligned} \tag{4.37}$$

где безразмерные температуры $\Upsilon_g^{(i)}$, Υ_2, Υ_s относятся к грануле, второму электроду, и подложке, τ — безразмерное время, и $\mathcal{V}^{(i)}$ — безразмерное падение напряжение на грануле i. Мы также должны аналогично написать проводимости (4.34):

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{in}}^{(i)} &= \frac{2e^2(k_B T_1)^2}{a\hbar E_c^2}\,\tilde{\sigma}_{\text{in}}^{(i)}, \\ \kappa_{\text{in}}^{(i)} &= \frac{\gamma_e(k_B T_1)^3}{a\hbar E_c^2}\,\tilde{\kappa}_{\text{in}}^{(i)}, \quad \kappa_{\text{ph}}^{(i)} = \frac{\gamma_{\text{ph}}(k_B T_1)^3}{\hbar l_{\text{ph}}(\hbar\Theta_D)^2}\,\tilde{\kappa}_{\text{ph}}^{(i)}, \end{aligned} \tag{4.38}$$

где тилда обозначает безразмерную переменную. Безразмерный ток тогда равен $\imath^{(i)} = \tilde{\sigma}_{\text{in}}^{(i)}\mathcal{V}^{(i)} = \frac{\hbar a^2 E_c^2}{2e(k_B T_1)^3} j^{(i)}$ и мы можем определить безразмерную проводимость электродам следующим образом:

$$\tilde{\kappa}^{(i)} = \gamma_e \alpha \tilde{\kappa}_{\text{in}}^{(i)} + \beta \tilde{\kappa}_{\text{ph}}^{(i)}, \tag{4.39}$$

где мы ввели безразмерные параметры [4]

$$\alpha = 3\left(\frac{k_B T_1}{E_c}\right)^2, \quad \beta = 3\gamma_{\text{ph}}\frac{a}{l_{\text{ph}}}\left(\frac{T_1}{\Theta_D}\right)^2. \tag{4.40}$$

Подставляя ур. (4.38) обратно в ур. (4.36) мы найдем следующее безразмерное уравнение:

$$\tilde{\nabla}\left(\tilde{\kappa}^{(i)}\tilde{\nabla}\Upsilon_g^{(i)}\right) = \Upsilon_g^{(i)}\frac{\partial\Upsilon_g^{(i)}}{\partial\tau} - 2\alpha\frac{\left(\imath^{(i)}\right)^2}{\tilde{\sigma}_{\text{in}}^{(i)}} + \mathfrak{P}_{\text{s}}{}^{(i)}, \tag{4.41}$$

где $\tilde{\nabla}$ безразмерный градиент безразмерное взаимодействие электрон-дырочных пар с подложкой: $\mathfrak{P}_{\text{s}}{}^{(i)} = \tilde{\Sigma}_s\left[\left(\Upsilon_g^{(i)}\right)^5 - \Upsilon_s^5\right]$, где $\tilde{\Sigma}_s = \frac{3\hbar a^3 T_1^3}{k_B^2}\Sigma_s$ [452]. Уравнение (4.41) — основное уравнение, которое ниже мы будем детально исследовать.

[4] В типичных ситуациях параметр β значительно больше α.

Ниже мы мы переписываем общее уравнение для баланса (4.41) тепловых потоков для нашей дискретной цепочки гранул. Для этого явно найдем падение напряжения на грануле (i) в безразмерных единицах. Из соотношения $\mathcal{V}^{(i)} = \imath^{(i)}/\tilde{\sigma}_{\rm in}^{(i)} = \Upsilon^{(i)}/[(\mathfrak{T}_g^{(i)})^2 + \mathcal{V}^{(i)})^2]$, где $\Upsilon^{(i)} = \imath^{(i)}/(g_t^{(i)})^2$, следует, что

$$\mathcal{V}^{(i)} = 18^{-1/3}\Xi^{(i)} - (2/3)^{1/3}(\mathfrak{T}_g^{(i)})^2/\Xi^{(i)}, \tag{4.42}$$

где $\Xi^{(i)} = \left(9\Upsilon^{(i)} + \sqrt{81\left(\Upsilon^{(i)}\right)^2 + 12\left(\mathfrak{T}_g^{(i)}\right)^6}\right)^{1/3}$. Суммарное падение напряжения на массиве гранул равно $\mathcal{V}_{\rm tot} = \sum_i \mathcal{V}^{(i)}$. Левая часть уравнения (4.41) может быть найдена в явном виде (написана в виде конченых разностей; см. также ур. (23) в [452],

$$\tilde{\nabla}\left(\tilde{\kappa}^{(i)}\tilde{\nabla}\mathfrak{T}_g^{(i)}\right) = \left[\tilde{\nabla}\tilde{\kappa}^{(i)}\frac{\mathfrak{T}_g^{(i+1)} - \mathfrak{T}_g^{(i-1)}}{2} + \tilde{\kappa}^{(i)}\left(\mathfrak{T}_g^{(i+1)} + \mathfrak{T}_g^{(i-1)} - 2\mathfrak{T}_g^{(i)}\right)\right]. \tag{4.43}$$

Используя ур. (4.42) и (4.39), можно найти градиент теплопроводности $\tilde{\nabla}\tilde{\kappa}^{(i)}$,

$$\tilde{\nabla}\tilde{\kappa}^{(i)} \equiv \frac{\mathfrak{T}_g^{(i+1)} - \mathfrak{T}_g^{(i-1)}}{2}\left[\gamma_e\alpha\imath^{(i)}\frac{\partial[\mathfrak{T}_g^{(i)}/\mathcal{V}^{(i)}]}{\partial\mathfrak{T}_g^{(i)}} + 3\beta\left(\mathfrak{T}_g^{(i)}\right)^2\right]. \tag{4.44}$$

Здесь мы учли, что туннельный кондактанс $g_t^{(i)}$ является усреднённой величиной для гранулы (i), где

$$\frac{\partial[\mathfrak{T}_g^{(i)}/\mathcal{V}^{(i)}]}{\partial\mathfrak{T}_g^{(i)}} = \frac{3\left(\frac{3}{2}\right)^{1/3}\Upsilon^{(i)}\left[12^{1/3}\left(\mathfrak{T}_g^{(i)}\right)^2 + \left(\Xi^{(i)}\right)^2\right]}{\Xi^{(i)}\left(\mathcal{V}^{(i)}\right)^2\sqrt{81\left(\Upsilon^{(i)}\right)^2 + 12\left(\mathfrak{T}_g^{(i)}\right)^6}}. \tag{4.45}$$

Здесь $\mathcal{V}^{(i)}$ определяется в ур. (4.42). Используя ур. (4.43)–(4.45) мы можем численно решить уравнения теплового балланса (4.41) в различных случаях. Делая численные вычисления, мы держим постоянной температуру $\mathfrak{T}_1 = \mathfrak{T}_g^{(0)} = 1$ и $\mathfrak{T}_2 = \mathfrak{T}_g^{(N+1)}$ и интегрируем (4.41), пока не будет достигнуто стационарное состояние. В качестве начального состояния температур гранул мы выбираем линейную интерполяцию между $\mathfrak{T}_1$ и $\mathfrak{T}_2$.

Прежде чем решать уравнения теплового баланса (4.41) для безразмерных температур $\mathfrak{T}_g^{(i)}(\tau)$ и искать решение как функцию времени τ, мы обсудим стационарное решение. соответствующее пределу больших времен, $\tau \gg \tau^*$, где τ^* некий характерный временной масштаб, который мы далее обсудим в секции 4.4.4. Мы также рассмотрим случай $\mathfrak{P}_{\rm s}{}^{(i)} = 0$ (нет взаимодействия между гранулами и подложкой). Другими словами, сначала мы оценим, насколько выражено влияние неупругого котуннелирования на

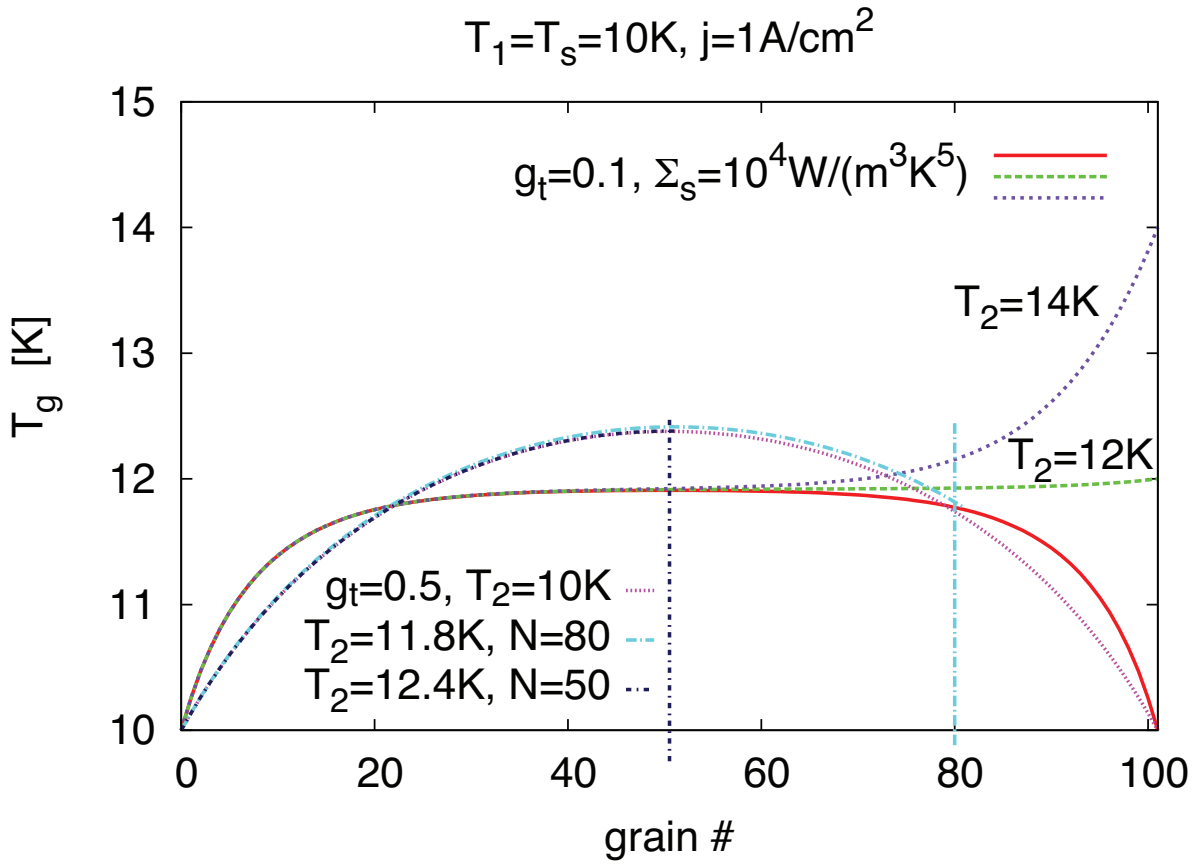


Рис. 9. Стационарные тепловые профили (температура гранул T_g в зависимости от индекса гарнул) для симметричного случая, когда температуры электродов совпадают $T_1 = T_2 = 10$ K, и для разных туннельных кондактансов $g_t = 0.5, 0.1, 0.05$. График при $g_t = 0.1$ практически совпадает с профилем для случайного $g_t^{(i)}$ со средним значением 0.1 и дисперсией 0.05 (пунктирная, пурпурная кривая) и аппроксимацией для $g_t = 0.1$ (штрих пунктир, голубая кривая). Кривая, учитывающая конечное взаимодействие с подложкой (см. (4.41)), также показана для $g_t = 0.1$ и $\Sigma_s = 10^4$Вт/(м^{3}К^5) при температуре подложки $T_s = 10$K. Плотность тока зафиксирована на уровне $j = 1$A/cm^2. Длина цепочки выбрана равной $N = 100$.

нагрев гранул. Для больших времен температура гранул достигает некоторого постоянного стационарного значения,

$$\lim_{\tau\to\infty} \mathfrak{T}_g^{(i)}(\tau) \equiv \mathfrak{T}_g^{(i)*}, \tag{4.46}$$

т.е. $\partial\mathfrak{T}_g^{(i)*}/\partial\tau = 0$. В этом разделе мы рассмотрим только стационарный случай и для простоты в дальнейшем опустим верхний индекс *. Используя уравнение (4.41), получим

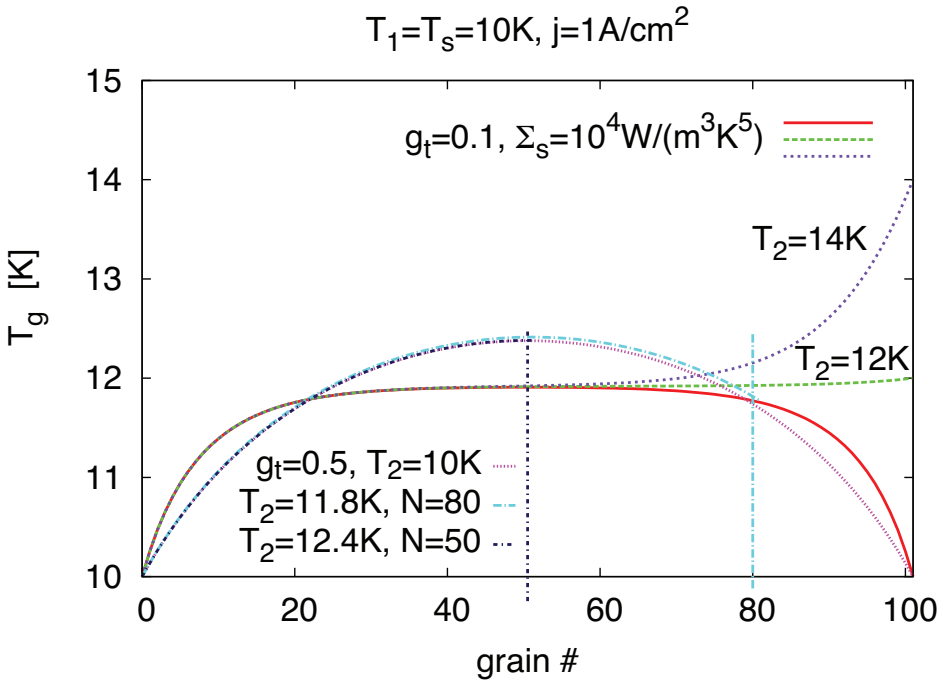


Рис. 10. Стационарные тепловые профили (температура гранулы T_g в зависимости от ее индекса) для $T_1 = T_s = 10\text{K}$ для асимметричного случая с переменной температурой правого электрода T_2, в частности, $T_2 > T_1$. Кривые в случае туннельного кондактанса $g_t = 0.5$ для массивов гранул различной длины, но без связи с подложкой ($PSd = 0$), выбираются таким образом, чтобы температура правого электрода T_2 лежала на симметричном профиле с $T_2 = 10\text{K}$ (количество гранул $N = 100$), т.е. $T_2 = 12.4\text{K}$ для $N = 50$ и $T_2 = 11.8$ K для $N = 80$. Для последних двух кривых конец отмечен вертикальной линией, поскольку все три кривые лежат друг на друге. Второй набор из трех кривых построен для $g_t = 0.1$ и константы электрон-фононного взаимодействия $\Sigma_s = 10^4\text{Вт}/(\text{m}^3\text{K}^5)$ для трех разных температур правого электрода $T_2 = 10, 12, 14\text{K}$, (все для $N = 100$). Плотность тока фиксирована на уровне $j = 1\text{A}/\text{cm}^2$ для всех графиков.

$$\tilde{\nabla}\left(\tilde{\kappa}^{(i)}\tilde{\nabla}\mathcal{T}_g^{(i)}\right) = -2\alpha\frac{\left(\iota^{(i)}\right)^2}{\tilde{\sigma}_{\text{in}}^{(i)}}. \tag{4.47}$$

В предельных случаях малого напряжения ($\mathcal{V}^{(i)} \ll \mathcal{T}_g^{(i)}$) или низкой температуры ($\mathcal{T}_g^{(i)} \ll \mathcal{V}^{(i)}$) можно найти аналитическое решение уравнения (4.47) для безразмерной температуры гранулы $\mathcal{T}_g^{(i)}$. Однако, из-за громоздкого выражения для дискретного теплового потока в уравнении (4.43) мы перейдем к непрерывному приближению, когда индекс гранулы i переходит в непрерывную координату x, и дискретные градиенты

становятся континуальными.

Низкие напряжения

Рассмотрим сначала решения ур. (4.47) в пределе малых напряжений, $\mathcal{V} \ll \mathfrak{T}_g$. Используя ур. (4.34), (4.38) и (4.47) можно найти

$$\tilde{\nabla}[\mathfrak{T}_g^3 \tilde{\nabla} \mathfrak{T}_g] = -\frac{\Upsilon_L^2}{\mathfrak{T}_g^2}, \tag{4.48}$$

где мы ввели обозначение $\Upsilon_L^2 \equiv \frac{2(\iota)^2}{g_t^2(g_t^2\gamma_e+\beta/\alpha)}$. Уравнение (4.48) можно проинтегрировать по новой переменной $z(\mathfrak{T}_g) = \mathfrak{T}_g^3 \tilde{\nabla} \mathfrak{T}_g$. Тогда $\tilde{\nabla} z = z' \tilde{\nabla} \mathfrak{T}_g = z' z/\mathfrak{T}_g^3$, где $z' = dz/d\mathfrak{T}_g$. В терминах переменной z уравнение (4.48) имеет вид

$$z' z = -\Upsilon_L^2 \mathfrak{T}_g, \tag{4.49}$$

что позволяет найти решение $z = \Upsilon_L \sqrt{\mathfrak{T}_m^2 - \mathfrak{T}_g^2}$, где $\mathfrak{T}_m$ — постоянная интегрирования, физически означающая $\max_x \mathfrak{T}_g(x)$, т.е. $\mathfrak{T}_m = \mathfrak{T}_g(x_m)$. Используя это решение, получаем следующее дифференциальное уравнение для безразмерной температуры

$$\frac{\mathfrak{T}_g^3 \nabla \mathfrak{T}_g}{\sqrt{\mathfrak{T}_m^2 - \mathfrak{T}_g^2}} = \Upsilon_L. \tag{4.50}$$

Интегрирование этого уравнения $\int_{\mathfrak{T}_g}^{\mathfrak{T}_m} \frac{\mathfrak{T}_g^3 d\mathfrak{T}_g}{\sqrt{\mathfrak{T}_m^2 - \mathfrak{T}_g^2}} = (x_m - x)\Upsilon_L$ приводит к следующему решению

$$\frac{1}{3}\sqrt{\mathfrak{T}_m^2 - \mathfrak{T}_g^2}(2\mathfrak{T}_m^2 + \mathfrak{T}_g^2) = (x_m - x)\Upsilon_L. \tag{4.51}$$

Вводя новую переменную $y = \mathfrak{T}_g^2/\mathfrak{T}_m^2$, ур. (4.51) можно переписать следующим образом

$$y^3 + 3y^2 = 4 - (x - x_m)^2 (3\Upsilon_L/\mathfrak{T}_m^3)^2 \equiv s + 2. \tag{4.52}$$

Положительный корень ур. (4.52) имеет вид

$$y_3 = C_{1/3}(s) - 1, \tag{4.53}$$

где мы использовали специальную функцию, “кубический корень Чебышева”, см. приложение 4.4.7

$$C_{1/3}(s) = 2\cosh\left[\frac{1}{3}\operatorname{acosh}(s/2)\right]. \tag{4.54}$$

используя ур. (4.53) для безразмерной температуры гранул,

$$\frac{\mathfrak{T}_g(x)}{\mathfrak{T}_m} = \sqrt{C_{1/3}(s) - 1}, \tag{4.55}$$

где параметр Υ_L определен ниже в ур. (4.48). Для симметричного случая (температуры обоих электродов одинаковы, $\mathfrak{T}_1 = \mathfrak{T}_2$) решение ур. (4.55) показано на рис. 9. Можно увидеть, что максимум температуры $\mathfrak{T}_m$ достигается в центре цепочки.

Высокие напряжения

Здесь мы рассматриваем стационарные решения ур. (4.47) в предельном случае малых температур $\mathcal{T}_g \ll \mathcal{V}$. Используя ур. (4.38) и (4.47), можно получить следующие равенства:

$$\tilde{\nabla}[\mathcal{T}_g \tilde{\nabla} \mathcal{T}_g] = -\Upsilon_H^2, \tag{4.56}$$

где введено обозначение: $\Upsilon_H^2 \equiv \frac{2\iota^2}{\gamma_e g_t^4 \mathcal{V}^4}$. Уравнение (4.56) может быть проинтегрировано после определения новой переменной, $z(\mathcal{T}_g) = \mathcal{T}_g \tilde{\nabla} \mathcal{T}_g$. Тогда $\tilde{\nabla} z = z' \tilde{\nabla} \mathcal{T}_g = z' z / \mathcal{T}_g$, где $z' = dz/d\mathcal{T}_g$. Через переменную z, ур. (4.56) выражается так

$$z' z = -\Upsilon_H^2 \mathcal{T}_g, \tag{4.57}$$

что позволяет найти решение $z = \Upsilon_H \sqrt{\mathcal{T}_m^2 - \mathcal{T}_g^2}$. Уравнение (4.57) аналогично ур. (4.49), полученному в пределе высоких температур. Решение ур. (4.57)

$$\frac{\mathcal{T}_g(x)}{\mathcal{T}_m} = \sqrt{C_{1/3}(s) - 1}. \tag{4.58}$$

где $s = 2 - (x - x_m)^2 (3\Upsilon_H / \mathcal{T}_m^3)^2$.

4.4.3. Зависимость температуры от напряжения

Как уже упоминалось выше, цепочки наногранул можно использовать в качестве высокочувствительных термометров, работающих в диапазоне от криогенных до комнатной температуры. Чтобы продемонстрировать это, мы исследовали суммарное падение напряжения, V_{tot}, на массиве квантовых точек для различных температур подложки T_s или правого электрода T_2. Численные результаты для V_{tot} показаны на рис. 11 для T_s и T_2 в диапазоне от 10K до 50K. Как видно, система особенно чувствительна, если температура подложки немного выше температуры электрода. Понятно, что чувствительность снижается, если в качестве датчика температуры используется только один вывод. В случае датчика подложки диапазон чувствительности может быть настроен туннельной проводимостью цепи. Другой важной проблемой для приложений в качестве датчиков температуры является время отклика устройства. В случае цепочки гранул это время отклика может быть уменьшено путем (i) увеличения плотности тока, j, (ii) более сильного электрон-фононного взаимодействия с образцом, то есть увеличения Σ_s, (iii) или меньшой туннельной проводимости, g_t; см. следующий раздел. Шкалы времени в несколько наносекунд типичны для не слишком длинных цепочек. Длину цепи можно отрегулировать для лучшей чувствительности и самого быстрого времени отклика.

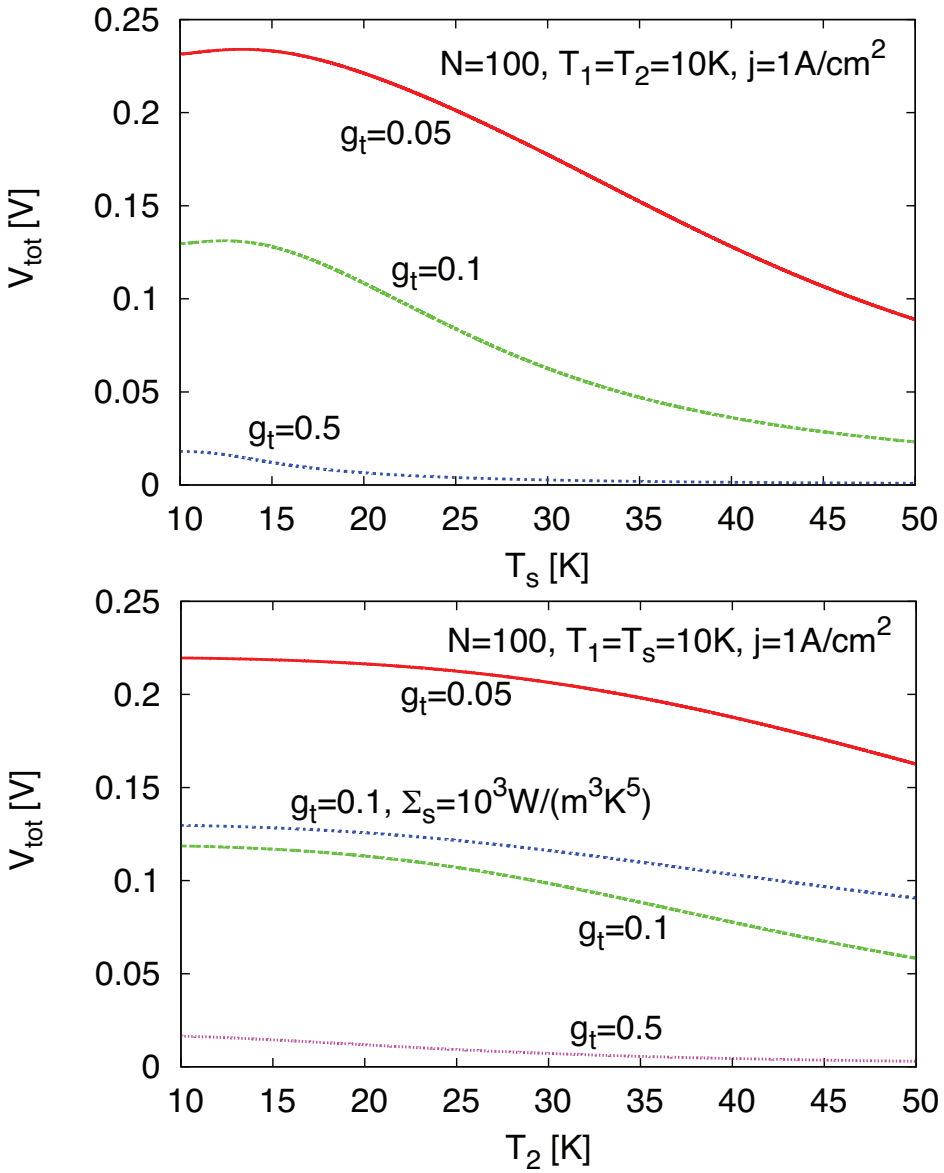


Рис. 11. Зависимость напряжения на массиве наногранул V_{tot} от температуры подложки T_s (вверху) и температуры правого электрода T_2 (внизу) для различных туннельных кондактансов g_t. Все графики приведены для фиксированной плотности тока $j = 1\text{А}/\text{см}^2$, температуры левого электрода $T_1 = 10$ К и размера массива $N = 100$. На верхней панели константа электрон-фононной связи равна $\Sigma_s = 10^3\text{Вт}/(\text{м}^3\text{К}^5)$. На нижнем графике электрон-фононная связь равна нулю, кроме пунктирной синей кривой, для которой $g_t = 0.1$, $\Sigma_s = 10^3\text{W}/(\text{m}^3\text{K}^5)$, температура подложки $T_s = 10$ К.

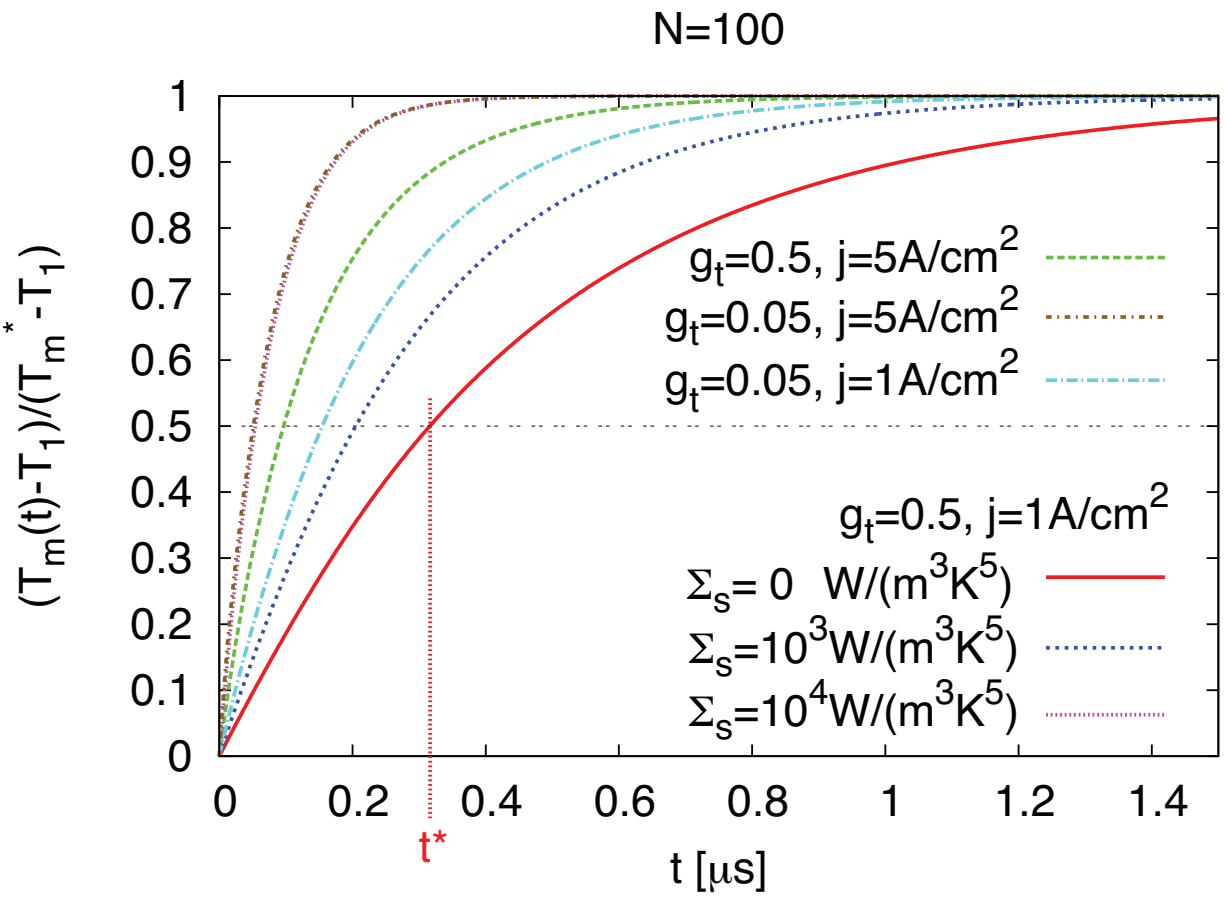


Рис. 12. График максимальной температуры гранул $T_m(t)$ в зависимости от времени t. Типичная временная шкала t^* для достижения стационарного значения T_m^* показана для туннельного кондактанса $g_t = 0.5$ и плотности тока $j = 1\text{А}/\text{см}^2$ (сплошная красная кривая). Для сравнения также показаны графики для двух различных констант взаимодействий с подложкой: для большей константы типичная временная шкала t^* сокращена. График также показывает временную эволюцию $T_m(t)$ для разных g_t и j в случае нулевого электрон-фононного взаимодействия (без подложки): для меньших g_t или больших j шкала времени t^* также может быть уменьшена.

4.4.4. Динамический случай

В этом разделе мы оцениваем характерный безразмерный временной масштаб τ^* [см. уравнение (4.37)], связанный с нагревом цепочки гранул из-за неупругого котуннелирования. Мы определяем τ^* как среднее время для достижения максимальной температуры $\mathcal{T}_m^*$ в цепочке гранул, $\mathcal{T}_m^* = \max_i \mathcal{T}_g^{(i)*} = \lim_{\tau\to\infty} \mathcal{T}_m(\tau)$. Время τ^* легко оценить для низких напряжений $\mathcal{V} \ll \mathcal{T}$. Используя, что для симметричного случая (оба электрода имеют одинаковую температуру, $\mathcal{T}_1 = \mathcal{T}_2$), максимальная температура $\mathcal{T}_m$ расположена в середине цепи ($i = N/2$), и что $\tilde{\nabla}\mathcal{T}_m = 0$, используя уравнение (4.41) в отсутствие

взаимодействия с подложкой, $\mathfrak{P}_s^{(i)} = 0$, получаем следующее уравнение

$$\mathfrak{T}_m \frac{\partial \mathfrak{T}_m}{\partial \tau} = \frac{2\alpha\, \imath^2}{\tilde{\sigma}_{\rm in}^{(N/2)}}. \tag{4.59}$$

Интегрируя ур. (4.59) для фиксированной плотности тока $\imath$ и используя ур. (4.38) для безразмерного кондактанса $\tilde{\sigma}_{\rm in}^{(N/2)}$, мы получим следующий результат

$$\tau^* = \frac{g_t^2}{8\alpha \imath^2} (\mathfrak{T}_m^*)^4. \tag{4.60}$$

Здесь максимальная температура $\mathfrak{T}_m^*$ может быть явна найдена из уравнения [см. также ур. (4.55)]

$$\begin{aligned} 1 &= \mathfrak{T}_m^* \sqrt{C_{1/3}(s) - 1}, \text{ with} \\ s &= 2 - \frac{18\,(N/2)^2\, \imath^2}{g_t^2 (g_t^2 \gamma_e + \frac{\beta}{\alpha})(\mathfrak{T}_m^*)^6}. \end{aligned} \tag{4.61}$$

Решение ур. (4.61) для $\mathfrak{T}_m^*(N)$, and $\mathfrak{T}_m^*(g_t)$ показано на рис. 13.

4.4.5. Гистерезис, связанный с перегревом носителей зарядов

Если скорость подачи энергии от внешнего источника к носителям заряда превышает скорость потерь энергии в окружающую среду, возникает явление перегрева, и функция распределения энергии носителей тока заметно отклоняется от функции равновесного распределения [538, 539]. Одним из характерных проявлений эффекта перегрева является появление “падающей” области кривой $I - V$, где дифференциальная проводимость $G = \partial I/\partial V < 0$. Соответствующие $I(V)$ характеристики называются S-типа, если ток является многозначной функцией напряжения; кривая $I - V$ типа N соответствует случаю, когда ток является немонотонным, но все еще остается однозначной функцией напряжения. Феномен перегрева был в свое время предметом большого интереса и всесторонних исследований, см. обзор Волкова и Когана, [538], и был достигнут впечатляющий прогресс в понимании основных механизмов перегрева носителей заряда. Недавно было найдено [483, 540], что механизм перегрева, подробно описанный в [538], в сочетании с выражением для рассеиваемой мощности, рассчитанной для сильно неупорядоченных проводников [541–544] (см. также обзор [452]), может объяснить переключение $I - V$ характеристик в образцах InO и TiN.

Используя уравнение (4.41), мы моделируем поведение гистерезисного перегрева в цепочках наногранул. Сначала мы увеличиваем ток с $j = 0\text{A/cm}^2$ до 5A/cm^2, а затем

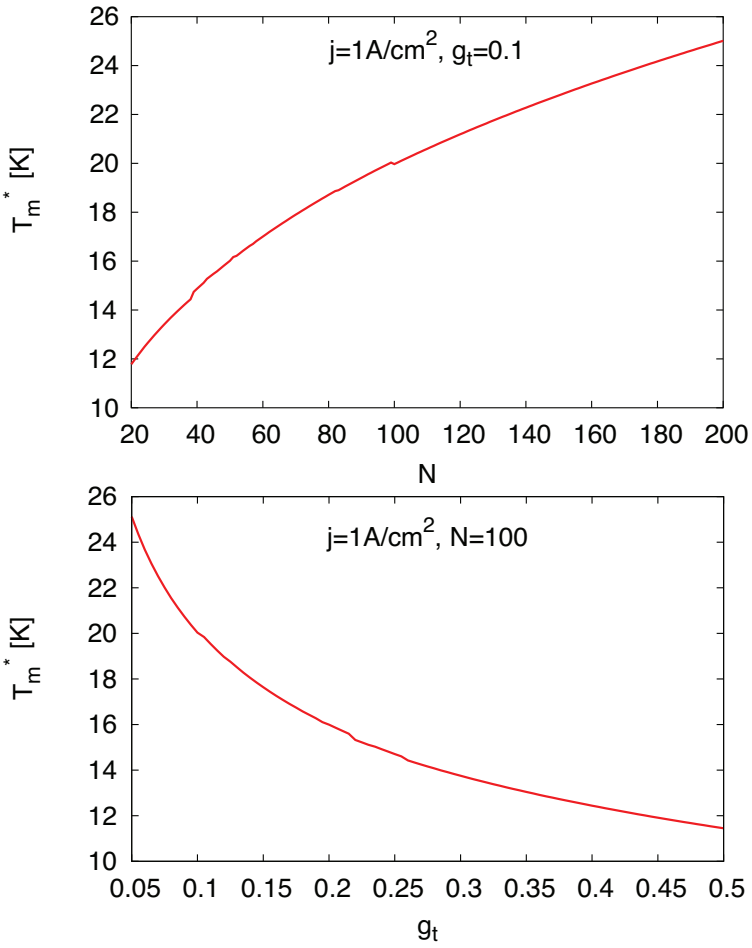


Рис. 13. Верхняя панель: решение уравнения (4.61) для максимальной температуры Υ_m^* в зависимости от длины N цепочки наногранул для фиксированной туннельной проводимости $g_t = 0.1$. Нижняя панель: Υ_m^* в зависимости от g_t для фиксированной длины $N = 100$. Оба графика построены для постоянной плотности тока $j = 1\text{A/cm}^2$.

уменьшаем его до нуля. Результаты показаны на рис. 14, где отчётливо видно выраженное гистерезисное поведение для суммарного напряжения V_{tot} и максимальной температуры цепи гранул T_m^*. Важно отметить, что это гистерезисное поведение исчезает для более коротких цепей.

4.4.6. Обсуждение результатов

Во всех моделях, исследованых выше, мы использовали типичные экспериментальные параметры для оценки эффектов нагрева в цепочке слабосвязанных гранул. Мы представили все уравнения в единицах СИ или в безразмерных единицах. В частности, были использованы следующие физические параметры: размер гранулы $a = 10$нм, тем-

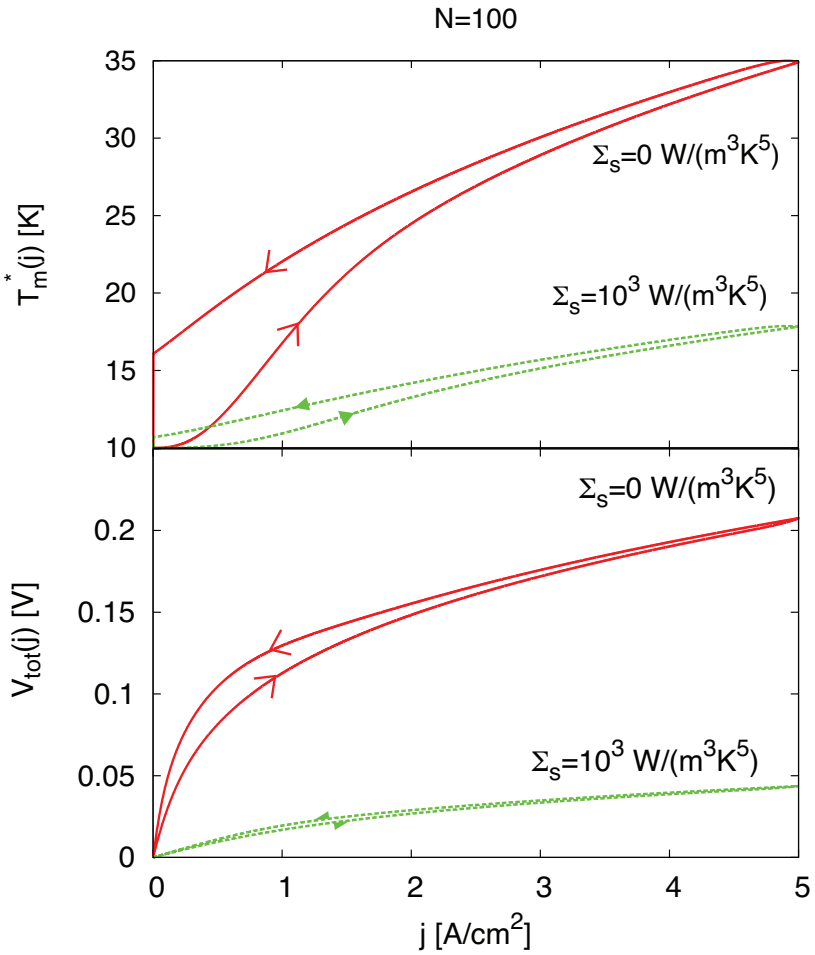


Рис. 14. Гистерезисное поведение максимальной температуры T_m^* (верхняя панель) и полного напряжения V_{tot} (нижняя панель) в зависимости от плотности тока j. Плотность тока j была сначала увеличена с 0A/cm^2 до 5A/cm^2, а затем снова уменьшена до 0A/cm^2. Стрелки показывают направление гистерезиса. Красные кривые соответствуют случаю без связи с подложкой. Зеленые кривые показаны в присутствии подложки с константой электрон-фононной связи $\Sigma_s = 10^3\text{Вт}/(\text{m}^3\text{K}^5)$. Туннельный кондактанс для всех кривых был фиксированным, $g_t = 0.1$.

пература Дебая $\Theta_D \approx 450$ K, кулоновская энергия $E_c \approx 1600$ K (с относительной диэлектрической проницаемостью $\kappa = 1$), среднее расстояние между уровнями энергии $\delta = 1$ K, длина свободного пробега фононов $l_{\text{ph}} = a$ и туннельный кондактанс $g_t \in [0.05; 0.5]$. Кроме того, мы смоделировали типичные цепочки из $N = 100$ гранул (то есть общей длиной в несколько μm).

Для электрон-фононной связи с подложкой мы использовали значения 10^3 или $10^4\text{Вт}/(\text{m}^3\text{K}^5)$, поскольку мы хотим описать только слабую связь цепи гранул с подложкой. Для сравнения, типичные значения для объемных материалов намного больше

(порядка $10^9 \text{Вт}/(\text{m}^3\text{K}^5)$, см., например, [452]).

Что касается аналитических приближений в областях низкого и высокого напряжения (без связи с подложкой), то конкретный вид дифференциальных и алгебраических уравнений позволил нам получить замкнутое решение, используя чебышевский кубический корень.

В качестве первого шага мы рассчитали стационарный тепловой профиль массива гранул в различных условиях. Важно отметить, что низковольтное приближение очень хорошо подходит для моделирования, и случайность в туннельной проводимости оказывает лишь незначительное влияние на конечный профиль (при условии, что цепь не «разорвана» очень малой туннельной проводимостью). Кроме того, мы оценили характерную шкалу времени нагревания t^* и максимальную температуру T_m^* в уравнении (4.60), используя аналитическое решение, и в результате получили $t^* \approx 0.1\mu\text{s}$ и $T_m^* \approx 20$.

Эти оценки могут быть непосредственно сопоставлены с нашими модельными уравнениями (4.41) для максимальной температуры гранул T_m в зависимости от времени t. Результат этих численных вычислений показан на рис. 12. Можно видеть, что типичный временной масштаб t^* для достижения стационарного значения T_m^* имеет порядок $0.1\mu\text{s}$. Для полноты на рис. 12 мы также представили несколько различных кривых T_m в зависимости от времени t для различных туннельных кондактансов g_t и плотностей тока j. Кроме того, мы также представили две кривые в присутствии подложки. На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что существует хорошее согласие между нашими оценками и моделированием. Отметим, что в общем случае кинетическая теплота (4.41) имеет дополнительный член, пропорциональный термоэлектрическому коэффициенту. Недавно были изучены термоэлектрические свойства слабосвязанных решеток металлических гранул [524,526]. В частности, в работе [525] был найдены коэффициенты термоЭДС и Зеебека. Было обнаружено, что термоэлектрический коэффициент имеет дополнительный малый коэффициент, пропорциональный $T/E_F \ll 1$, по сравнению с электрической и теплопроводностью, где E_F — энергия Ферми, т.е. для рассматриваемых температур этот дополнительный член в уравнении (4.41) будет примерно на три порядка меньше, чем остальные.

В заключение мы изучили эффекты нагрева в одномерных цепочках квантовых точек из-за неупругого электронного туннелирования с использованием уравнения теплового баланса. В пределах низкого и высокого напряжения аналитически решено обобщенное стационарное уравнение теплопроводности. Мы продемонстрировали возможное применение цепочек наногранул в качестве высокочувствительных термометров и оценили типичные временные рамки для достижения устойчивого теплового профиля

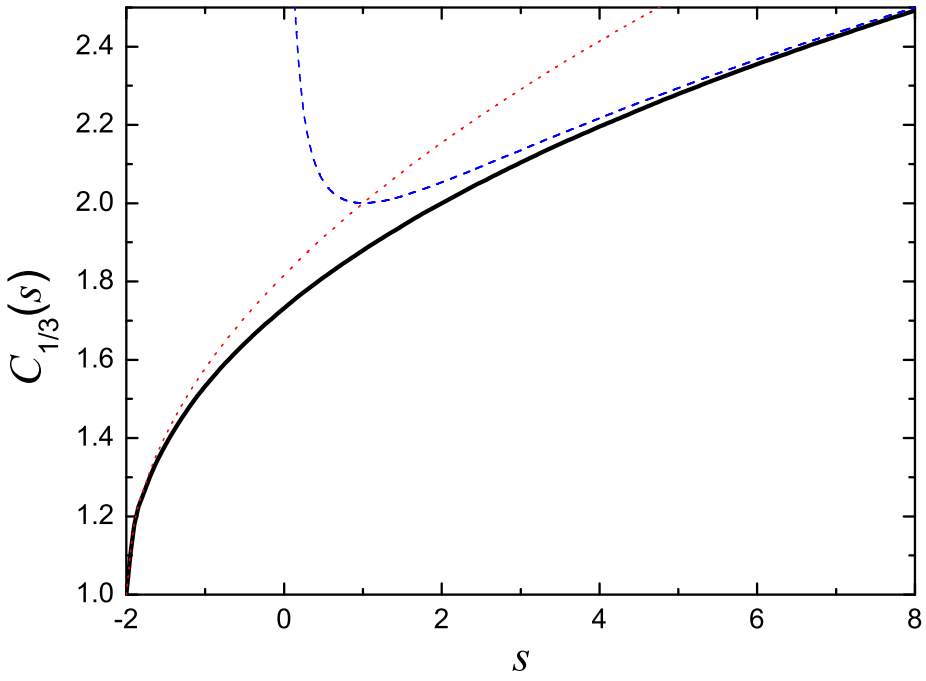


Рис. 15. График $C_{1/3}(s)$ (непрерывная кривая). Пунктирными и штриховыми кривыми отмечены асимптотические приближения, см. ур. (4.64).

в этих цепях. Наконец, мы показали, что возникает гистерезис перегрева в режимах с большим током или напряжением. Влияние электрон-фононного взаимодействия цепи с подложкой рассматривалось численно. Было показано, что этот взаимодействие оказывает значительное влияние на стационарный тепловой профиль, типичные временные рамки его достижения, а также на термометрическое и гистерезисное поведение.

4.4.7. Приложение: кубические корни Чебышева

Ниже мы обсудим корни кубического уравнения

$$y^3 + 3y^2 = s + 2. \tag{4.62}$$

Корни кубического уравнения всегда можно найти аналитически, однако выражения довольно громоздки. Здесь [см. уравнение (4.52)] мы использовали простое представление для корня, поскольку уравнение (4.62) сводится к задаче нахождения корней многочлена Чебышева. Преобразование $y = \tilde{y} - 1$ сводит левую часть уравнения (4.62) к третьему полиному Чебышева, $C_3(y) = \tilde{y}^3 - 3\tilde{y}$. Тогда полученное уравнение имеет только один положительный корень, известный как кубический корень Чебышева: [545]

$\tilde{y} = C_{1/3}(s)$, где

$$C_{1/3}(s) = 2\cosh\left[\frac{1}{3}\operatorname{acosh}(s/2)\right]. \tag{4.63}$$

Здесь $\operatorname{acosh}(s/2) = \ln[(s^2 + \sqrt{s^2-4})/2]$, и мы используем ветвь логарифма, которая действительна на положительной действительной оси, и ветвь квадратного корня, которая положительна на действительной оси. Асимптотическое поведение корня Чебышева имеет следующий вид:

$$C_{1/3}(s) \approx \begin{cases} 1 + \sqrt{\frac{s+2}{3}}, & \text{if } 0 < s+2 \ll 1; \\ 2\cosh\left(\frac{\ln s}{3}\right), & s \gg 1. \end{cases} \tag{4.64}$$

График $C_{1/3}$ показан на рис. 15

4.5. Выводы к главе 4

Классическую или квантовую систему можно считать сильнонеравновесной, если большинство ее свойств нельзя описывать в рамках теорий линейного отклика. Обычно значительная часть энергии, которая тратится на поддержание такой системы в неравновесном состоянии, идет на возбуждение многочастичных степеней свободы. В этой главе приведены результаты исследования механизмов транспорта и диссипации энергии в квантовых наносистемах, состоящих из нескольких мезоскопических контактов или в массивах таких контактов (такие квантовые системы мы называем композитными) и в стеклующихся классических системах, состоящих из (нано)частиц нескольких сортов. Найден ответит на вопрос, как перегрев (переохлаждение) многочастичных степеней свободы влияет на свойства системы. Общей особенностью большинства систем, которые были изучены, является то, что их неравновесная динамика в широком диапазоне параметров определяется мягкими степенями свободы.

Задача о прохождении электрического тока — одна из наиболее глубоко исследованных задач в системах с сильными электронными корреляциями. В тоже время, перенос тепла в силнокоррелированных системах, особенно вдали от равновесия, где неприменима теория линейного отклика, исследован намного хуже. Сложность заключается в том, как ввести квантовый оператор, соответствующий потоку тепла. Для электрического тока такой оператор в общем случае можно написать. В рамках линейного отклика проблема вычисления потока тепла решена (можно сказать, что в некотором смысле существует в рамках линейного отклика эффективный оператор, среднее от которого дает поток тепла). Наибольший интерес представляет сильнонеравновесная область. Такая ситуация реализуется в гранулированных проводниках, рассмотренных в данной главе, когда неупругое котуннелирование — основной канал переноса электронов. В общем случае найден ответ на вопрос, какая часть мощности IV (I — ток, V — напряжение) тратится на нагрев гранул электрон-дырочными парами, а какая часть энергии рассеивается в электродах. При низких температурах эта задача выходит за рамки теории линейного отклика, так как ток $I \sim V^3$. Найдено, насколько нагревается гранула при прохождении тока, какую роль при этом играют фононы, охлаждающие гранулу, как нагрев гранулы влияет на вольтамперную характеристику. Показано, что в случае котунелирования через несколько гранул следует ожидать неоднородного нагрева гранул и особенностей вольт-амперной характеристики, связанных с перегревом электронных степеней свободы в гранулах.

Глава 5.

Неравновесные флуктуации в низкоразмерных наносистемах

5.1. Введение к главе 5

Изучение квантовой кинетики электронов в металлических проводниках и, в частности, проблемы, связанные с неупругим рассеянием электронов, представляют собой основные направления мезоскопики [452, 546, 547] Большая часть теоретических и экспериментальных исследований квантового транспорта в мезоскопических системах подразумевается оценка времени неупругого рассеяния электронов [или соответствующей шкалы длин]. Его сравнение с физическими параметрами системы позволяет нам понять, когда концепция электронов с четко определенной фазой и энергией актуальна для описания переноса электронов [546,547], когда неравновесная функция распределения может быть аппроксимированным распределением Ферми-Дирака с эффективной электронной температурой [452]. Возможность манипулировать скоростями неупругого рассеяния с внешними полями, например, магнитным полем, является одним из фундаментальных вопросов кинетики электронов.

Типичным основным строительным блоком мезоскопического устройства является диффузионный нормальный металл или сильно легированный полупроводниковый провод, соединенный с массивными электродами, выступающими в качестве резервуаров. Электроны в устройстве взаимодействуют друг с другом. Кроме того, электроны связаны с фононами, электромагнитной средой и так далее. Понимание явлений переноса в мезоскопических устройствах основано на способности решать квантовое кинетическое уравнение (QKE) для матрицы электронной плотности $\hat{f}$, в которой взаимодействия учитываются с помощью интегралов рассеяния [496]. Вывод интегралов рассеяния —

еще одна фундаментальная проблема кинетики электронов. Электрон-электронное взаимодействие обычно обеспечивает наиболее сильный механизм релаксации энергии в металлических проводниках при низких температурах (T), что типично для экспериментов. Частота неупругих электрон-электронных столкновений появляется в формализме QKE как скорость "рассеяния" [92, 541, 546, 548].

В настоящее время вопрос определения скоростей рассеяния имеет большое практическое значение в связи со значительным прогрессом, достигнутым за последнее десятилетие в производстве устройств, в которых электронными распределениями можно непосредственно управлять и манипулировать [452]. Например, в недавних экспериментах магнитное поле (H) использовалось в качестве эффективного инструмента для детального изучения релаксации энергии в мезоскопических проводах Cu [549] и Ag [550]. Его зависимость от зеемановского расщепления может быть объяснена неупругим рассеянием электронов, опосредованным обменным взаимодействием электрона с магнитными примесями [551,552] Однако эта интерпретация основывается на предположении, что провод содержит магнитные примеси. Концентрация примесей определяется по подгонке экспериментальных данных, а не по независимым измерениям [549, 550].

Другой мотивацией нашей работы является разработка нелинейной техники σ–модели Келдыша — наиболее общего и эффективного метода низкоэнергетического описания неравновесных неупорядоченных взаимодействующих электронных систем. При наличии триплетного канального взаимодействия между электронами плазмонное и калибровочное поля в σ–модели по существу не коммутируют, что требует особой осторожности. В этом разделе мы попытаемся сделать шаг к ответу на вопрос: как справиться с неабелевой природой нелинейной σ–модели.

Среди некоторых экспертов по взаимодействующим электронным системам существует мнение, что в настоящее время каждый должен выводить кинетические уравнения для себя, и нет большого смысла в публикации работ, посвященных деталям вывода кинетического уравнения. Это мнение, возможно, верно, когда интегралы рассеяния кинетических уравнений могут быть получены быстро, если это необходимо. Однако интеграл рассеяния в кинетическом уравнении, описывающем неравновесную спин-поляризованную неупорядоченную взаимодействующую электронную систему, представляется довольно нетривиальным и вряд ли может быть надежно получен быстро при необходимости. Вот почему мы посвятили раздел 5.2 этой главы деталям вывода кинетического уравнения.

В разделе 5.2 мы выводим квантовое кинетическое уравнение для спин-поляризованной неупорядоченной электронной жидкости и находим, что ядро интеграла столкновений $P_{\mathbf{m}}^{(\sigma)}$ для рассеяния с переворотом спина электрона сильно зависит от магнитного поля

H. Для малой передачи энергии $|\omega| \ll |\mathbf{m}|/\nu$ это ядро насыщается, $P_{\mathbf{m}}^{(\sigma)}(\omega) \propto |\mathbf{m}|^{d/2-2}$, тогда как для $|\omega| \gg |\mathbf{m}|/\nu$, $P_{\mathbf{m}}^{(\sigma)}(\omega) \propto |\omega|^{d/2-2}$. При $\omega = 2|\mathbf{m}|\sigma/\nu$ это ядро имеет полюс, связанный с электронным парамагнитным резонансом. Здесь $\mathbf{m}$ обозначает среднюю плотность спинов, ν — термодинамическую плотность состояний на одну проекцию спина, а d — размерность пространства. Как следствие, скорость неупругого рассеяния имеет немонотонную зависимость от спиновой поляризации электронной системы. Наш основной результат для скорости рассеяния в присутствии беспорядка и магнитного поля приведен в уравнении (5.81). Наши результаты показывают, что для проволоки релаксация энергии должна быть чувствительной к намагниченности $|\mathbf{m}| \propto (1+\gamma)H$, если $|\mathbf{m}|$ больше энергии Таулесса. Это предсказание качественно согласуется с экспериментами [549, 550], в которых энергия Таулеса соответствует магнитному полю, меньшему чем $0.1\,T$ и амплитуде триплетного взаимодействия $\gamma \approx 0.3$.

Эрмитовский характер гамильтониана, выраженный условием $H^\dagger = H$, является краеугольным камнем квантовой механики, поскольку он гарантирует, что энергии его стационарных состояний действительны. Однако недавно было обнаружено [553], что более слабое требование $H^\ddagger = H$, где $\ddagger$ представляет комбинированное отражение четности и обращение времени ($\mathcal{PT}$), вводит новое классы комплексных гамильтонианов [554–557], чьи спектры все еще реальны и положительны [553, 558–561]. Это обобщение эрмитности открыло новую область исследований в квантовой механике и далеко за ее пределами. Вопрос о неэрмитовых гамильтонианах и $\mathcal{PT}$ симметрии оказывается чрезвычайно важен в сверхпроводящих наноструктурах вдали от равновесия, как показано в разделе 5.3.

В 5.3 мы рассмотрим вопрос о сверхпроводящих флуктуациях вблизи перехода сверхпроводник – нормальный металл в квазиодномерном сверхпроводящем проводе конечной длины L, выведенном из состояния равновесия электрическим полем $\mathcal{E}$. Будет показано, что наличие или отсутствие $\mathcal{PT}$–симметрии в купперовском пропагаторе, который зависит от величины $\mathcal{E}$, значительно влияет на структуру флуктуаций.

Температура, термин, определяющий общее представление о «горячем» и «холодном», является одним из самых фундаментальных понятий в физике. В статистической физике температура является параметром, который управляет вероятностью распределения энергии данной системы по возможным состояниям. Основное свойство температуры заключается в том, что в равновесии она является постоянной величиной во всей системе, что связано с взаимодействиями между составляющими подсистемами. В неравновесном случае разные подсистемы могут приобретать разные температуры. Электроны и фононы, которые уравновешиваются внутри себя, но могут иметь разные температуры, если они слабо связаны, представляют собой пример такого неравновес-

ного состояния [452, 538].

Ниже будет показано, что сильные электронные корреляции приводят к новым эффектам. Мы строим кинетическую теорию электронного транспорта в неупорядоченном двумерном (2D) сверхпроводнике и показываем, что различные электронные подсистемы по-разному реагируют на внешнее возмущение, выводящее систему из равновесия. Мы выводим кинетические коэффициенты и находим, что они параметризуются эффективными фермионными и бозонными температурами, каждая из которых соответствует определенной электронной подсистеме: T_{e} для одночастичных возбуждений, T_{Cp} для куперовских пар и T_{eh} для электронно-дырочных пар (диполей). Эти температуры определяются через соответствующие функции распределения, и отношения между ними определяются характером внешней силы или, более конкретно, соотношением ее компонентов, приложенным напряжением смещения и/или градиентом температуры (см. раздел 5.4).

Зависящее от времени уравнение Гинзбурга-Ландау (TDGL) успешно описывает слабо неравновесную динамику систем, испытывающих фазовый переход второго рода, включая ферромагнитный, сверхпроводящий и сверхтекучий переходы, если назвать несколько [220, 562–580], вблизи критической точки. Недавно был достигнут заметный прогресс в формулировании подхода, основанного на методике Келдыша и нацеленного на распространение TDGL на сильно неравновесную ситуацию, см., например, обзор [577]. Тем не менее, построение теории, обобщающей подход ГЛ, остается главной задачей неравновесной статистической физики.

Неравновесное обобщение теории Гинзбурга-Ландау (НГЛ) содержит в коэффициентах микроскопические параметры системы. Последние входят в теорию через плотность состояний квазичастиц и скорости релаксации, которые появляются в качестве параметров в соответствующих кинетических уравнениях (КЕ) для функций распределения квазичастиц, которые, в свою очередь, зависят от параметра порядка Δ [569, 572]. Однако, как мы покажем ниже в разделе 5.5, в ряде случаев можно построить феноменологическую крупномасштабную теорию в критической области, не прибегая к деталям микроскопического поведения фазы с низкой симметрией, используя соображения духе работы [581].

5.2. Кинетика электронов в низкоразмерных системах: функциональный интеграл и неабелева теории поля

5.2.1. Формализм неабелевой нелинейной сигма-модели

Наиболее общим методом описания неравновесной низкоэнергетической динамики в неупорядоченных сильно коррелированных электронных системах является нелинейная келдышевская σ–модель [497]. При наличии ненулевого взаимодействия в триплетном канале F_0^σ, а также конечной намагниченности $\mathbf{m}$, в принципе можно было бы следовать той же логике вывода квантового кинетического уравнения, что использовалась в [497, 582, 583], если бы не возникало специфических сложностей из-за некоммутативности различных компонентов плазмонных и калибровочных полей. Ниже мы кратко обрисуем вывод квантового кинетического уравнения и отметим характерные места, в которых наш вывод принципиально отличается от [497, 582, 583].

Запишем келдышевскую статистическую сумму взаимодействующих электронов в случайном потенциале в базисе когерентных состояний: $\mathcal{Z} = \int D\overline{\psi} D\psi \exp\{iS[\overline{\psi}, \psi]\}$, где $S[\overline{\psi}, \psi] = \int_{\mathcal{C}} dt \left\{ \mathrm{tr}(\overline{\psi} i\partial_t \psi) - H[\overline{\psi}, \psi] \right\}$. Здесь, $\mathcal{C}$ обозначает келдышевский контур, символ tr подразумевает след по спиновым степеням свободы и интегрирование по координатам. Гамильтониан $H = H_0 + H_{\mathrm{int}}$, где одночастичный гамильтониан

$$H_0 = \mathrm{tr}\left(\psi^\dagger [\frac{p^2}{2m_e} + u_0 - g\mu_B \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{s}}/2] \psi \right), \tag{5.1}$$

где m_e — масса электрона, g обозначает g-фактор электрона, u_0 — статический электрический потенциал. Необходимо вычесть $\mu_0 \hat{N}$ из H_0, где $\mu_0 = E_F(\mathbf{r}) + u_0(\mathbf{r})$ — электрохимический потенциал в равновесии [перед включением взаимодействия] и $\hat{N} = \mathrm{tr}\, \psi^\dagger \psi$ — оператор числа частиц. Тогда $H_0 = \mathrm{tr}\left(\psi^\dagger [\frac{p^2}{2m_e} - E_F - g\mu_B \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{s}}/2] \psi \right)$.

Взаимодействующая часть связана с электрон-электронным взаимодействием,

$$H_{\mathrm{int}} = \int_{\mathbf{r},\mathbf{r}'} \left\{ \frac{1}{2} \hat{\rho}_{\mathbf{r}} \Gamma^{(\rho)}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'} \hat{\rho}_{\mathbf{r}'} + 2 \hat{\mathbf{m}}_{\mathbf{r}} \Gamma^{(\sigma)}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'} \hat{\mathbf{m}}_{\mathbf{r}'} \right\}, \tag{5.2}$$

где в Фурье-пространстве $\Gamma^{(\sigma)}_{\mathbf{q}} = F^{(\sigma)}_0/(2\nu)$ and

$$\Gamma^{(\rho)}_{\mathbf{q}} = V_0(\mathbf{q}) + F^{(\rho)}_0/(2\nu). \tag{5.3}$$

Здесь V_0 — дальнодействующая часть кулоновского взаимодействия [584–587]. Операторы заряда и спиновой плотности задаются как $\hat{\rho}_{\mathbf{r}} = \sum_\sigma \bar{\psi}_\sigma(\mathbf{r}t)\psi_\sigma(\mathbf{r}t)$ и

$$\hat{\mathbf{m}}_{\mathbf{r}} = \frac{1}{2} \sum_\sigma \bar{\psi}_\sigma(\mathbf{r}t) \hat{\mathbf{s}}_{\sigma\sigma'} \psi_{\sigma'}(\mathbf{r}t),$$

соответственно, где Паули матрицы $\hat{s}^\alpha$, $\alpha \in \{0,1,2,3\}$ действуют в спиновом пространстве.

Чтобы вывести нелинейную σ–модель, мы выполняем стандартные шаги: операторы спиновой плотности задаются как в [497] i) мы усредняем $\mathcal{Z}$ по гауссовскому, δ-коррелированному беспорядку и тогда, вводя $\tilde{Q}$-матрицу; ii) далее мы расцепляем члены четырехфермионного взаимодействия в $H_{\rm int}$ с помощью преобразования Хаббарда-Стратоновича [588, 589], используя векторное поле Θ^α, $\alpha = \overrightarrow{0,3}$ [нулевая компонента участвует в расцеплении синглетного взаимодействия, а другие компоненты — триплетного взаимодействия]; iii) Далее, мы выполняется келдышевский поворот [590] и iv) наконец, в Z интегрируются фермионные степени свободы. После этого получается,

$$iS[\tilde{Q},\Theta] = \mathrm{Tr}\ln\left[i\partial_t - \xi + \frac{i}{2\tau}\tilde{Q} + (\Theta_j^\alpha - \phi_j^\alpha)\hat{s}^\alpha\hat{\gamma}_j\right] + \frac{i}{2}\int dtd\mathbf{r}[\Theta^\tau\hat{\Gamma}^{-1}\hat{\sigma}_z\Theta] - \frac{\pi\nu}{4\tau}\mathrm{Tr}(\tilde{Q}^2), \quad (5.4)$$

где символ Tr обозначает след по спиновому и келдышевскому пространствам в сочетании с интегрированием по времени и пространству, τ — время упругого рассеяния и $\xi = p^2/2m_e - E_F^{(0)}$. Матрицы Паули $\hat{\sigma}_z$, $\hat{\gamma}_1 = \hat{\sigma}_0$ и $\hat{\gamma}_2 = \hat{\sigma}_x$ действуют в келдышевском пространстве. Здесь $\hat{\Gamma}$ — диагональная матрица в 4×4 Θ–пространстве: $\hat{\Gamma} = \hat{F}/(2\nu) = \mathrm{diag}\{\Gamma^{(\rho)},\Gamma^{(\sigma)},\Gamma^{(\sigma)},\Gamma^{(\sigma)}\}$. Мы учитываем электрический потенциал φ и зеемановский член, используя классические компоненты ϕ_1–поля. Тогда $\phi_1^{\alpha=0} = \varphi$ [$\varphi(t\to -\infty)\to u_0$], и $\phi_1^{\alpha>0} = -g\mu_B H^\alpha/2$, где g и μ_B обозначают g-фактор и магнетон Бора, соответственно. Квантовые компоненты $\phi_2^\alpha \equiv 0$ [1]. Θ-поля имеют ненулевое (нулевое) среднее для классических (квантовых) компонент, [$\langle\ldots\rangle = \int(\ldots)\exp(iS)$]:

$$\langle\Theta_1^{\alpha=0}\rangle = -\frac{F_0^{(\rho)}}{2\nu}\rho,\ \langle\Theta_1^{\alpha>0}\rangle = -\frac{F_0^{\sigma}}{\nu}\mathbf{m}_\alpha,\ \langle\Theta_2^{\alpha}\rangle = 0, \quad (5.5)$$

где ρ — средняя электронная плотность. Существует также стандартный вклад в действие, связанный с флуктуациями электромагнитного поля; это неявно учитывается.

В основном везде ниже мы опускаем $V_0(\mathbf{q})$ для простоты: обычно $V_0(\mathbf{q}) \gg F_0^{(\rho)}$ и принимая так называемый "унитарный" предел, $F_0^\rho \to \infty$ [546], мы эффективно учитываем $V_0(\mathbf{q})$.

В работах [497] было показано, что переход к новой матрице Q, связанной с $\tilde{Q}$ калибровочным вращением, позволяет учесть в плазмонных и калибровочных полях существенную часть $\tilde{Q}$–флуктуаций, связанных с взаимодействиями. Этой программе

[1] Мы выбираем систему отсчета, где $c = \hbar = e = 1$.

можно следовать в нашем случае с одним существенным отличием: калибровочные поля не коммутируют:

$$\tilde{Q}_{t,t'}(\mathbf{r}) = U(t,\mathbf{r})Q_{t,t'}(\mathbf{r})U^{-1}(t',\mathbf{r}),\ Q = \begin{pmatrix} R & K \\ Z & A \end{pmatrix},$$
$$U(t,\mathbf{r}) = \exp\{i\langle\check{k}\rangle\}\exp\{i\delta\check{k}\}, \tag{5.6}$$

где, например, $\check{k} \equiv k_i^\alpha \gamma^i \hat{s}_\alpha$. Здесь мы делим калибровочные поля на быстрые, $\delta\check{k}$, и медленные $\langle\check{k}\rangle$ компоненты. Например, быстрые компоненты изменяются на масштабах длинн, значительно превышающих длину волны Ферми и меньших, чем длина свободного пробега, а медленные изменяются на масштабах, превышающих длину свободного пробега. Ниже мы классифицируем большинство полей на медленные и быстрые классы. Физически, быстрые поля описывают флуктуации заряда и спина в электронной системе; их корреляторы формируют интегралы рассеяния. Например, $\langle k_1^0\rangle$–поле реализует калибровочное преобразование потенциалов внешних электромагнитных полей.

Используя предположения, что $E_F \gg 1/\tau \gg \{T, \phi_1^\alpha\}$ и $r_s = e^2/v_F \lesssim 1$ (где v_F — средняя скорость электрона на поверхности Ферми), можно получить выражение для действия (5.4) вблизи стандартной седловой точки $Q = \Lambda$, где $Z = 0$, $R = -A = 1$ и произвольном K. Как обычно, можно ограничится вторым порядком по δk, $\delta\Theta$ и градиентам Q, при условии $Q^2 = 1$.

Аналогично мы находим, что

$$iS = i\int dt \int dr[\Theta^\tau \hat{\Gamma}^{-1}\hat{\sigma}_x\Theta + \nu b^\tau \hat{\sigma}_x b] - \frac{\pi\nu}{4}\Big[D\,\mathrm{Tr}(\partial_r \circ Q)^2 + 4i\,\mathrm{Tr}(i\partial_t + \check{b})Q\Big]. \tag{5.7}$$

Обозначение ∂_r в ур. (5.127) означает, что $\partial_r \circ Q = \nabla Q + i[\check{\mathbf{g}}, \circ Q]_-$, где $\circ$ — свертка по времени. Также

$$\check{b} = U^{-1}(-\check{\phi} + \check{\Theta})U + U^{-1}[i\partial_t, U]_-, \tag{5.8}$$
$$\check{\mathbf{g}} = -\mathbf{a} + U^{-1}[\mathbf{p}, U]_-, \tag{5.9}$$

где $\mathbf{a} = e\mathbf{A}/c$ и $\mathbf{A}$ — векторный потенциал внешнего поля. Для упрощения формул, далее будут использоваться обозначения: $\check{b} = \check{b}^{(0)} + \delta^{(1)}\check{b} + \delta^{(2)}\check{b}$, где $\check{b}^{(0)}$ нулевого порядка по δk и $\delta\Theta$, $\delta^{(1)}\check{b}$ — член первого порядка, и $\delta^{(2)}\check{b}$ — второго порядка, соответственно [члены высшего порядка не имеют значения, потому что мы ограничиваемся здесь стандартным приближением случайных фаз]:

$$\check{b}^{(1)} = -\partial_t\delta\check{k} + i[\check{b}^{(0)}, \delta\check{k}]_- + \delta\check{\Theta}, \tag{5.10}$$
$$\check{b}^{(2)} = i[\delta\check{\Theta} - \frac{1}{2}\partial_t\delta\check{k}, \delta\check{k}]_- + \delta\check{k}\check{b}^{(0)}\delta\check{k} - \frac{1}{2}[\check{b}^{(0)}, (\delta\check{k})^2]_+, \tag{5.11}$$

и

$$\check{\mathbf{g}}^{(1)} = i[\check{\mathbf{g}}^{(0)}, \delta\check{k}] + \nabla\delta\check{k}, \tag{5.12}$$

$$\check{\mathbf{g}}^{(2)} = \frac{i}{2}[\nabla\delta\check{k}, \delta\check{k}] - \delta\check{k}[\nabla\check{\mathbf{g}}^{(0)}]\delta\check{k} + \frac{1}{2}[\nabla\check{\mathbf{g}}^{(0)}, (\delta\check{k})^2]_+. \tag{5.13}$$

Вычисления существенно усложняет некоммутативность $\langle\check{\Theta}\rangle$, $\langle\check{\phi}\rangle$ и $\langle\check{k}\rangle$. Чтобы получить простую явную форму $\check{b}^{(0)}$ и $\check{\mathbf{g}}^{(0)}$, мы предположим, что либо внешнее магнитное поле $\mathbf{H}$ параллельно намагниченности и вектору $\langle k_1^{\alpha>0}\rangle$ с соответствующими ему временными и пространственными производными либо $\langle k^{\alpha>0}\rangle \equiv 0$:

$$\check{b}^{(0)} = -\partial_t\langle\check{k}\rangle - \check{\phi} + \langle\check{\Theta}\rangle, \tag{5.14}$$

$$\check{\mathbf{g}}^{(0)} = -\mathbf{a} + \nabla\langle\check{k}\rangle. \tag{5.15}$$

Выбор нетривиального $\langle k\rangle$ будет соответствовать вращающейся системы отсчета. Исследование этого случая выходит за рамки задачи, которую мы здесь решаем.

5.2.2. Перенормировка параметров взаимодействия

Плотности заряда и спина

Выражения для средней плотности частиц и спинов следуют из ур. (5.127),

$$\begin{pmatrix}\rho\\ 2\mathbf{m}\end{pmatrix} = \frac{i}{2}\frac{\partial \ln\mathcal{Z}}{\partial\phi_2^\alpha} = -\frac{\pi\nu}{2}\operatorname{tr}(\hat{\sigma}_x\hat{s}^\alpha\langle Q_{t,t}\rangle) + 2\nu\langle\check{b}\rangle_1^\alpha, \tag{5.16}$$

где след относится к спиновому и келдышевскому пространствам. Вторые слагаемые в уравнении (5.16) соответствуют электронам с энергиями, далекими от поверхности Ферми.

Ниже мы упростим выражения для ρ и $\mathbf{m}$, используя приближение седловой точки [поправки порядка $1/G \ll 1$ [546], где $G \gg 1$ — безразмерный кондактанс электронной жидкости]. Тогда, используя ур. (5.5), (5.14) и (5.16), нетрудно получить:

$$\rho - \rho_0 = -\frac{\pi\nu\operatorname{tr}\left[\hat{\sigma}_x\hat{s}^0(\langle Q\rangle - \Lambda_0)\right]}{2(1+F_0^\rho)} - \frac{2\nu[\varphi + \partial_t\langle k_1^0\rangle]}{1+F_0^\rho}, \tag{5.17}$$

$$\mathbf{m}^\alpha = -\frac{\pi\nu\operatorname{tr}(\hat{\sigma}_x\hat{s}^\alpha\langle Q\rangle)}{4(1+F_0^\sigma)} + \frac{\nu[g\mu_B H^\alpha/2 - \partial_t\langle k_1^\alpha\rangle]}{1+F_0^\sigma}. \tag{5.18}$$

Здесь мы вычли из ρ равновесную часть плотности электронов, ρ_0 [в состоянии, когда $\phi_1^0 = \langle k\rangle = 0$], что обеспечивает сходимость следа в ур. (5.17); запаздывающие и опережающие компоненты Λ_0 равны ± 1, соответственно, и келдышевская компонента

$2\tanh\epsilon/2T$, см. также ур. (5.19). Электрический потенциал φ удовлетворяет уравнениям Максвелла, $\triangle(\varphi+\partial_t\langle k_1^0\rangle)=-4\pi\rho$, что было получена варьированием действия по φ_2. Средняя келдышевская функция грина $\langle K\rangle$ должна быть найдена из кинетического уравнения, как показано ниже. Подчеркнем, что взаимодействие перенормировок зарядовых и спиновых плотностей в ур. (5.17)–(5.18) соответствует теории ферми-жидкости. [584]

В равновесии, K сводится к $tanh$. Столкновительный член в кинетическом уравнении сокращается для $K_\epsilon^{eq}=2\tanh[(\epsilon-\epsilon_0)/2T]$ при любом выборе ϵ_0. Например, когда однородное магнитное поле направлено вдоль оси z, мы можем добавить матричную структуру к ϵ_0 и выбрать $\epsilon_0=\epsilon_0^{(0)}\hat{s}^0+\epsilon_0^{(3)}\hat{s}^3$, и даже в этом случае член электрон-электронного рассеяния не может фиксировать значение ϵ_0. Чтобы вычислить ϵ_0 в явном виде, необходимо вспомнить, что наблюдаемые, ρ и $\mathbf{m}$, не должны зависеть от выбора калибровки k. Тогда локально-равновесная форма K равна

$$K_\epsilon^{eq}(\mathbf{r},\tau)=2\tanh[(\epsilon-\varphi-\partial_\tau\langle k_1^\alpha\rangle\hat{s}^\alpha)/2T]. \tag{5.19}$$

Преобразование Вигнера мы определяем следующим образом:

$$K_\epsilon(\mathbf{r},\tau)=\int dt' K_{\tau+t'/2,\tau-t'/2}(\mathbf{r})e^{i\epsilon t'} \tag{5.20}$$

Используя ур. (5.17) и (5.19), найдем в равновесии [2]

$$\rho-\rho_0=-2\nu u_0/[1+F_0^\rho]. \tag{5.21}$$

Затем мы воспроизвели хорошо известное выражение из теории Ферми-жидкости [584]:

$$\frac{\partial\rho}{\partial E_F}=-\frac{\partial\rho}{\partial u_0}=\frac{2\nu}{1+F_0^\rho}. \tag{5.22}$$

Аналогично можно получить ферми-жидкостную перенормировку $1/(1+F_0^\sigma)$ статической спиновой восприимчивости [584], которая следует из ур. (5.18) и (5.19):

$$\chi_s=2\mu_B\frac{\partial m^\alpha}{\partial H^\beta}=\delta^{\alpha\beta}\frac{g\mu_B^2\nu}{1+F_0^\sigma}=\frac{\chi_s^{(0)}}{1+F_0^\sigma}. \tag{5.23}$$

Мы можем написать K в терминах одночастичной спиновой матрицы плотности $\hat{f}(\epsilon)=[2\hat{s}^0-\langle K_\epsilon(\mathbf{r},\tau)\rangle]/4$. Например, след в ур. (5.18) становится равным:

$$-\mathrm{tr}(\hat{\sigma}_x\hat{s}^\alpha\langle Q\rangle)=4\int\frac{d\epsilon}{2\pi}\sum_{s=\pm1}sf_{s,s}(\epsilon). \tag{5.24}$$

[2] Например, в двумерном электронном газе гетероструктуры электронная плотность, определяемая в нашем формализме ур. (5.17), зависит от параметра u, который можно менять, подавая напряжение на затвор.

В равновесии $f_{s,s'}$ сводится к распределению Ферми. Например, если магнитное поле направлено вдоль оси z и $\langle k^{\alpha>0}\rangle = 0$, тогда в равновесии $f_{s,s'} = \delta_{s,s'} f_F(\epsilon)$, $f_F(\epsilon) = 1/(\exp(\epsilon/T)+1)$, след в ур. (5.24) становится равным нулю, и второй член в ур. (5.18) определяет зависимость от магнитного поля спиновой плотности. Выбирая $\langle k^{\alpha>0}\rangle = t\, g\, \mu_B H^\alpha/2$, можно обнулить второй член в ур. (5.18). Тогда в равновесии $f_{s,s'} = \delta_{s,s'} f_F(\epsilon - sg\mu_B H/2)$ и $\mathrm{tr}(\hat\sigma_x \hat s^\alpha \langle Q\rangle) = -2\mu_B H/\pi$. Конечно, ρ и $\mathbf{m}$ не зависят от выбора $\langle k^\alpha\rangle$.

Интересно посмотреть, что произойдет, если восстановить член в действии, отвечающий за взаимодействия на больших расстояниях: V в ур. (5.17). Тогда ур. (5.17) становится нелокальным в координатном пространстве. Комбинируя ур. (5.17) и (5.19), можно получить аналог ур. (5.21):

$$\rho(\mathbf{r},\tau) - \rho_0 = -2\nu \int \mathbf{dr}'(1+F^{(\rho)})^{-1}_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}\varphi(\mathbf{r}',\tau), \tag{5.25}$$

$$[1+F^{(\rho)}]_{\mathbf{r},\mathbf{r}'} \equiv (1+F_0^{(\rho)})\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + 2\nu V(\mathbf{r},\mathbf{r}'). \tag{5.26}$$

Обычно νV значительно больше, чем $\max\{1, F_0^{(\rho)}\}$. Тогда можно пренебречь $(1+F_0)$ в (5.25)–(5.26). Если V соответствует $1/r$ (кулоновское взаимодействие), тогда в Фурье пространстве $V(q) = 4\pi/q^2$ и $[V^{-1}]_{\mathbf{r},\mathbf{r}'} \to -\triangle/4\pi$. Тогда можно получить, $4\pi(\rho-\rho_0) = \triangle_{\mathbf{r}}\varphi$, исходя из соотношений (5.25)-(5.26).

Плотность тока

Чтобы определить электрический ток, мы должны добавить квантовые компоненты к векторному потенциалу и вычислить производную:

$$\langle \mathbf{j}\rangle = -\frac{i}{2}\frac{\delta}{\delta \mathbf{a}_2}\ln Z = \frac{\pi\nu}{2}\mathrm{tr}(\hat s^{(0)}\hat{\mathcal{I}}_{t,t}), \tag{5.27}$$

$$\hat{\mathcal{I}} = \frac{D}{2}\hat\sigma^x\langle([Q,\circ\partial\circ Q])_{t,t'}\rangle + \frac{g\mu_B}{4\pi\nu}\nabla\times\mathbf{m}, \tag{5.28}$$

где средняя плотность спина, $\mathbf{m}$, определена в ур. (5.16). Член с $\mathbf{m}$ в ур. (5.28) получается, как обычно [94], из зеемановского члена. Важно подчеркнуть, что это спиновая плотность, в которой учитываются ферми-жидкостные перенормировки.

В седловом приближении, $\frac{1}{2}\hat\sigma^x\langle([Q,\partial Q])_{t,t}\rangle = \nabla\underline{K} + i[\langle\check{\mathbf{g}}\rangle,\underline{K}]_-$. После преобразования Вигнера и градиентного разложения

$$\hat{\mathcal{I}} = D\nabla\underline{K} + \frac{D}{2}[\partial_\tau\langle\check{\mathbf{g}}\rangle,\partial_\varepsilon\underline{K}]_+ + iD[\langle\check{\mathbf{g}}\rangle,\underline{K}]_- + \delta(\epsilon)\frac{g\mu_B}{\nu}\nabla\times\mathbf{m}, \tag{5.29}$$

где коммутаторы теперь связаны со спиновыми степенями свободы, и tr в ур. (5.27) будет теперь означать интегрирование по энергии и след по спиновому пространству.

5.2.3. Кинетические уравнения

Хотя теория уравнение (5.127) формально содержит всю низкоэнергетическую динамику электронной системы, для точного вывода квантового кинетического уравнения достаточно рассмотреть только седловую конфигурацию $\underline{Q}$ для заданной конфигурации плазмонных и калибровочных полей. Таким образом, получаем:

$$D\partial(\underline{Q}\circ\partial\circ\underline{Q})-[\partial_t-i\check{b},\underline{Q}]_-=0. \tag{5.30}$$

Здесь в общем случае, $\underline{Z}\neq 0$, если не равны нулю квантовые компоненты $\check{\mathbf{g}}_\Sigma$ and $\check{b}_\Sigma$ otherwise $\underline{Z}=0$, $\underline{R}=-\underline{A}=\hat{1}$ и в равновесии $\underline{K}=K_{eq}$.

Если пренебречь флуктуациями полей δk и $\delta\Theta$ в ур. (5.30), можно найти, что $\underline{R}=-\underline{A}=\hat{1}$ удовлетворяет ур .(5.30) и келдышевская часть, $\underline{K}$, удовлетворяет уравнению $\hat{L}\underline{K}=0$, где линейный оператор $\hat{L}$

$$\begin{aligned}\hat{L}\underline{K}=&D\triangle\underline{K}+i[i\partial_t+\langle\check{b}\rangle+D\nabla\langle\check{\mathbf{g}}\rangle,\circ\underline{K}]_-\\&+2iD[\langle\check{\mathbf{g}}\rangle,\nabla\underline{K}]_-.\end{aligned} \tag{5.31}$$

Здесь коммутаторы связаны с пространственными и спиновыми степенями свободы. Мы пренебрегли в ур. (5.31) квадратичными по векторному потенциалу $\langle\check{\mathbf{g}}\rangle$: $-D\Big[\langle\check{\mathbf{g}}\rangle^2\underline{K}+\underline{K}\langle\check{\mathbf{g}}\rangle^2-2\langle\check{\mathbf{g}}\rangle$

После преобразования Вигнера ур. (5.31) и градиентного разложения:

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{L}}\underline{K}_\varepsilon=&D\triangle\underline{K}-\partial_\tau\underline{K}+[D(\partial_\tau\langle\check{\mathbf{g}}\rangle),\partial_\varepsilon\nabla\underline{K}]_+\\&+\frac{1}{2}[\partial_\tau(\langle\check{b}\rangle+D\nabla\langle\check{\mathbf{g}}\rangle),\partial_\varepsilon\underline{K}]_+\\&+i[\langle\check{b}\rangle+D\nabla\langle\check{\mathbf{g}}\rangle,\underline{K}]_-+2iD[\langle\check{\mathbf{g}}\rangle,\nabla\underline{K}]_-,\end{aligned} \tag{5.32}$$

где (анти) коммутаторы теперь связаны только со спиновым пространством.

Кинетическое уравнение (5.32) сохраняет плотности заряда и спина. Это легко проверить, если ввести как в ур.(5.28) оператор заряда $\mathcal{R}=-\hat{\sigma}^x\langle Q\rangle+\frac{1}{\pi}\langle\check{b}\rangle$ и переписать ур. (5.16) в следующем виде: $(\rho,2\mathbf{m})=-\frac{\pi\nu}{2}\,\mathrm{tr}(\hat{s}^\alpha\mathcal{R})$. После преобразования Вигнера и упрощения, используя тождество, $\int d\epsilon\,\partial_\epsilon K=4\hat{s}^{(0)}$, можно получить:

$$\begin{pmatrix}\rho\\2\mathbf{m}\end{pmatrix}=\frac{\pi\nu}{2}\,\mathrm{tr}(\hat{s}^\alpha\mathcal{R}),\quad \mathcal{R}\to -K+\frac{1}{2}[\langle\check{b}\rangle,\partial_\varepsilon\underline{K}]_+, \tag{5.33}$$

где след “$\mathbf{tr}$” означает интегрирование по энергии и след по спиновым переменным. Теперь можно переписать уравнение (5.32) следующим образом:

$$\nabla\mathcal{I}+\partial_\tau\mathcal{R}+\frac{1}{2}[D(\partial_\tau\langle\check{\mathbf{g}}\rangle),\partial_\varepsilon\nabla\underline{K}]_+-\frac{1}{2}[\langle\check{b}\rangle,\partial_\varepsilon\partial_\tau\underline{K}]_++i[\langle\check{b}\rangle,\underline{K}]_-+i[D\langle\check{\mathbf{g}}\rangle,\nabla\underline{K}]_-=0. \tag{5.34}$$

Беря след по спину в ур.(5.34) и интегрирую по энергии мы можем получить закон сохранения массы: $\partial_\tau \rho + \nabla \mathbf{j} = 0$. Умножая ур.(5.29) на спиновый оператор, беря след и выполняя интегрирование по энергии, можно получить закон сохранения для спиновых степеней свободы:

$$\partial_{\mathbf{r}} \mathbf{j}^{(s)} + \partial_\tau \mathbf{m} - \mathbf{\Omega} \times \mathbf{m} = 0, \tag{5.35}$$

где $2\langle b_1^{\alpha>0}\rangle = \mathbf{\Omega}$ и плотность спинового тока равна $\mathbf{j}^{(s)} = \frac{\pi\nu}{4}\,\mathrm{tr}(\hat{s}^{\alpha>0}\hat{\mathcal{I}})$.

Ларморовская прецессия

Одним из основных свойств ферми-жидкости в магнитном поле является независимость частоты процессии намагничивания (ларморовской), $\mathbf{\Omega}_L = g\mu_B \mathbf{H}$, от амплитуд взаимодействия, см. [584]. Наши результаты согласуются с этим свойством ферми-жидкости. Из уравнения (5.35) мы видим, что $\mathbf{\Omega}$ является частотой спиновой процессии.

Мы выбрали калибровку $\langle \check{k}\rangle = 0$, чтобы избежать работы во вращающейся системе отсчета. Таким образом, $\langle \mathbf{g}_1^{\alpha>0}\rangle = 0$, и в ур.(5.35) $\partial_{\mathbf{r}} = \nabla + i[\langle \mathbf{g}_1^{\alpha>0}\rangle, \ldots]_- \to \nabla$ (коммутатор соответствует спиновому пространству). В соответствии с ур.(5.5),(5.14): $\langle \mathbf{b}_1\rangle = -F_0^\sigma \mathbf{m}/\nu + g\mu_B \mathbf{H}/2$ и таким образом, $\mathbf{\Omega} \times \mathbf{m} = \mathbf{\Omega}_L \times \mathbf{m}$ в согласии с теорией Ферми-жидкости.

Калибровочно-инвариантная форма кинетического уравнения

Кинетическое уравнение (5.32) выражается через скалярный и векторный потенциалы электромагнитного поля. Это не совсем удобно, так как K не является калибровочно-инвариантной функцией. Однако кинетическое уравнение (5.32) может быть приведено к "градиентно-инвариантной" форме [т.е. все коэффициенты выражаются через калибровочно-инвариантные величины, такие как, $\mathbf{E}$, и т..д.] соответствующим выбором $\langle \check{k}\rangle$. Один из способов сделать это следует из формы ур.(5.16): $\langle \check{b}\rangle$ надо сделать равным нулю. Для простоты мы предположим, что $\mathbf{H}$ и $\mathbf{m}$ параллельны. Как следует из ур.(5.14), $\langle b_1^0\rangle = -F_0^\rho \rho/2\nu - \varphi - \partial_\tau \langle k_1^0\rangle$ и $\langle b_1^\alpha\rangle = -F_0^\sigma m^\alpha/\nu + g\mu_B H^\alpha/2 - \partial_\tau \langle k_1^\alpha\rangle$. Таким образом, следует выбрать

$$\langle k_1^0\rangle = -(F_0^\rho \rho/2\nu + \varphi)\,\tau, \tag{5.36}$$

$$\langle k_1^\alpha\rangle = (-F_0^\sigma m^\alpha/\nu + g\mu_B H^\alpha/2)\,\tau\,. \tag{5.37}$$

Тогда $\partial_\tau(\langle \check{b}\rangle + D\nabla\langle \check{\mathbf{g}}\rangle) = 0$, и

$$\partial_\tau \langle \check{\mathbf{g}}\rangle = \boldsymbol{\mathcal{E}}\hat{s}^0 + \nabla(\boldsymbol{\mathcal{M}} \cdot \hat{\mathbf{s}}), \tag{5.38}$$

где $\boldsymbol{\mathcal{E}} = -\nabla(\varphi+u)-\partial_\tau A/c-F_0^\rho\nabla\rho/(2\nu)$ — внутреннее электрическое поле, и $\boldsymbol{\mathcal{M}} = -F_0^\sigma\mathbf{m}/\nu+g\mu_B\mathbf{H}/2$. Используя ур.(5.21), можно выразить $\boldsymbol{\mathcal{E}} = -\nabla\varphi - \partial_\tau A/c - \nabla u/(1+F_0^\rho)$. Следует напомнить, что u был определен как статический электрический потенциал свободных электронов в равновесии. Таким образом, $u/(1+F_0^\rho)$ можно интерпретировать как равновесный электрический потенциал электронной жидкости. Тогда, наконец, мы получаем для левой части кинетического уравнения:

$$\hat{\mathcal{L}}\underline{K} = D\triangle\underline{K} - \partial_\tau\underline{K} + D[\boldsymbol{\mathcal{E}}\hat{s}^0 + \nabla(\boldsymbol{\mathcal{M}}\cdot\hat{\mathbf{s}}), \partial_\varepsilon\nabla\underline{K}]_+. \tag{5.39}$$

Градиент $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ в ур.(5.39) связан с эффектом Штерна-Герлаха [591], когда эффективная сила, связанная с градиентом магнитного поля, действует противоположным образом на частицы со спином вверх и вниз.

Наблюдаемые должны быть рассчитаны в этом k-представлении, используя ур. (5.16), где $\langle\check{b}\rangle = 0$. Тогда, например, равновесное решение ур.(5.39) принимает вид

$$K_\epsilon^{eq} = 2\tanh[(\epsilon + F_0^\rho\rho/2\nu - \boldsymbol{\mathcal{M}}\cdot\hat{\mathbf{s}})/2T]. \tag{5.40}$$

Подстановка этого выражение в ур.(5.16) приводит к уравнению: $\mathbf{m} = \nu\boldsymbol{\mathcal{M}}$. Его решение $\mathbf{m} = g\mu_B\mathbf{H}/[2(1+F_0^{(\sigma)})]$ согласуется с ур.(5.23).

5.2.4. Квантовое кинетическое уравнение

Общее решение седлового уравнения (Узаделя) можно записать в виде $\underline{Q} = \langle\underline{Q}\rangle + \delta\underline{Q}$, где $\langle\ldots\rangle$ обозначает среднее по $\delta\Theta$ флуктуациям. Член $\delta\underline{Q}$ включает флуктуации $\delta\Theta$ и δk плазмонных и калибровочных полей, которые контролируются малым параметром $(E_F\tau)^{-1} \ll 1$.

Чтобы получить квантовое кинетическое уравнение с интегралом столкновения, мы должны заменить $\underline{Q}[\Theta] = \langle\underline{Q}\rangle + \delta\underline{Q}$ в ур. (5.30), посчитать действие $iS[\Theta, \underline{Q}[\Theta]]$ и усреднить результат, используя iS, по $\delta\Theta$-флуктуациям. Выполняя эти действия, можно получить уравнение на $\langle K\rangle$ со столкновительным членом:

$$\begin{aligned}\hat{L}\langle\underline{K}\rangle = -i2D\langle[\delta\mathbf{g}_1, \nabla\delta\underline{K}]_-\rangle - \\ iD\nabla\{\langle\delta\underline{K}\delta\mathbf{g}_2\rangle\langle\underline{K}\rangle + \langle\underline{K}\rangle\langle\delta\mathbf{g}_2\delta\underline{K}\rangle\} - 2i\langle[\tilde{k}_2, \delta\underline{K}]_-\rangle + \\ D\nabla(\langle\delta\underline{R}\rangle\nabla\langle\underline{K}\rangle + \langle\underline{K}\rangle\nabla\langle\delta\underline{A}\rangle) - D[\langle\delta\check{\mathbf{g}}\underline{\Lambda}\,\delta\check{\mathbf{g}}\rangle, \underline{\Lambda}]_-,\end{aligned} \tag{5.41}$$

где $\hat{L}$ определено в ур. (5.31), $\delta b_2 = \delta b_2^\alpha\hat{s}^\alpha$ и $D\nabla\delta\mathbf{g}_1 + \delta b_1 = 2\tilde{k}_2$. Здесь

$$\underline{\Lambda} = \begin{pmatrix} 1 & \langle\underline{K}\rangle \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{5.42}$$

Мы также предположили, что $\delta\underline{R} \sim \delta\underline{A} \sim \delta\Theta^2$, $\delta\underline{K} \sim \delta\Theta$ [члены более высокого порядка $\delta\Theta^3$] и имеется линейная зависимость между $\delta\Theta$ и δk. Мы написали ур.(5.41) для случая $\mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$ в калибровке $\langle k \rangle$, $\langle \check{b} \rangle = \check{0}$, потому что тогда выражение становится менее громоздким, а кинетическое уравнение является градиентно-инвариантным. Тогда из ур.(5.10)–(5.12) можно найти:

$$\delta^{(1)}\check{\mathbf{g}} = \nabla\delta\check{k}, \qquad \delta^{(1)}\check{b} = \delta\check{\Theta} - \partial_t\delta\check{k}, \tag{5.43}$$

$$\delta^{(2)}\check{b} = i[\delta\check{\Theta} - \frac{1}{2}\partial_t\delta\check{k}, \delta\check{k}]_-. \tag{5.44}$$

5.2.5. Флуктуации $\delta\check{\mathbf{g}}$.

Достаточно найти $\delta\underline{Q}$ во втором порядке по $\delta\Theta$ и δk, чтобы вывести интеграл рассеяния в кинетическом уравнении. Эта процедура может быть значительно упрощена, если мы потребуем, чтобы Z-компонента $\delta\underline{Q}$ не содержала линейных членов по $\delta\Theta$, δk. Тогда из ур.(5.30) следует, что

$$\hat{L}\,\delta\underline{Z} - 2i(\delta b_2 - D\nabla\delta\mathbf{g}_2) = 2D([\delta\mathbf{g}_1, \delta\mathbf{g}_2]_- - \delta\mathbf{g}_2\langle\underline{K}\rangle\,\delta\mathbf{g}_2). \tag{5.45}$$

Это позволит определить линейную зависимость между δk и $\delta\Theta$:

$$\delta^{(1)}b_2^\alpha - D\nabla\,\delta^{(1)}\mathbf{g}_2^\alpha = 0. \tag{5.46}$$

Благодаря условию нормировки $\underline{Q}^2 = 1$,

$$\underline{R} = \sqrt{1 - \underline{K}\,\underline{Z}}, \qquad \underline{A} = -\sqrt{1 - \underline{Z}\,\underline{K}}. \tag{5.47}$$

Таким образом, $\delta\underline{R}$ и $\delta\underline{A}$ имеют такую же малость, как и $\delta\underline{Z}$; например, $\delta\underline{R} \approx 1 - \langle\underline{K}\rangle\,\delta\underline{Z}/2$.

Подставляя $\underline{Q}$ в действие (5.127), можно получить эффективную теорию для флуктуирующих полей. Мы сохраняем только члены, содержащие флуктуирующие поля до второго порядка. Линейные члены типа $\delta\Theta$ и δk не входят в действие из-за условия(5.46):

$$i\,S[\delta\Theta] = -i\pi\nu\,\mathrm{Tr}\left\{\delta^{(2)}\check{b}\,\underline{\Lambda}\right\} + i\,\mathrm{Tr}\left[\delta\Theta^\tau\Gamma^{-1}\sigma_x\delta\Theta\right] + i\nu\,\mathrm{Tr}\left[\delta\check{b}^2\,\hat{\sigma}_x\right] + \frac{\pi\nu D}{2}\left[\mathrm{Tr}\left(\delta\check{\mathbf{g}}\underline{\Lambda}\delta\check{\mathbf{g}}\underline{\Lambda} - \delta\check{\mathbf{g}}^2\right)\right]. \tag{5.48}$$

Следует подчеркнуть, что первый член в действии, содержащий $\delta^{(2)}\check{b}$, появляется только из-за неабелевой природы полей $\check{\Theta}$ и $\check{k}$, см. уравнение(5.44).

Повсюду выше мы предполагали, что между $\delta\Theta$ и δk существует линейная связь, и мы также нашли связь между их квантовыми компонентами, (5.46). Линейная связь

между классическими компонентами $\delta\Theta$ и δk справедлива до тех пор, пока мы не планируем находить поправки к кинетическому уравнению более высокого порядка, чем квадратичные по взаимодействиям, и не учитываем слабую локализацию. Мы уточним это соотношение ниже.

Можно вывести из (5.30)

$$\hat{L}\,\delta\underline{K} + i\Big\{2[\tilde{k}_2, \langle\underline{K}\rangle]_- + D\nabla(\langle\underline{K}\rangle\delta\mathbf{g}_2\langle\underline{K}\rangle - 2\delta\mathbf{g}_2) + 2[\delta\mathbf{g}_1, D\nabla\langle\underline{K}\rangle]_- - 2\delta b_2\Big\} = 0. \tag{5.49}$$

Следует напомнить, что каждый член в уравнении (5.49) является матрицей во временном пространстве, а умножение подразумевает свертку по времени. Член в фигурных скобках в уравнении (5.49) является линейным по флуктуациям. Мы могли бы попытаться потребовать, чтобы этот член исчез, аналогично тому, как мы это делали в уравнении (5.45). К сожалению, эта идея не работает должным образом, потому что член в скобках имеет два независимых индекса, (t, t'), и он обычно не является диагональным во временном пространстве [за исключением тривиального случая, $\langle K\rangle = K_{eq}$]. Наконец, мы находим связь между $\delta\Theta_1$ и δk_1, требуя, чтобы выражение в скобках обращалось в нуль для $t \to t'$. После преобразования Фурье это условие выглядит так:

$$(D\nabla\delta\mathbf{g} + \delta b)_1^{\alpha}(\omega) = -2\omega[\hat{S}_\omega^{-1}\hat{B}_\omega]^{\alpha\beta} D\nabla\delta\mathbf{g}_2^{\beta}(\omega). \tag{5.50}$$

Здесь,

$$B_\omega^{\alpha\beta} = \frac{\pi}{8\omega}\int\frac{d\epsilon}{2\pi}\,\mathrm{tr}\left(4\hat{s}^\alpha\hat{s}^\beta - \langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_+}\hat{s}^\beta\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_-}\hat{s}^\alpha\right), \tag{5.51}$$

$$S_\omega^{\alpha\beta} = \frac{\pi}{4}\int\frac{d\epsilon}{2\pi}\,\mathrm{tr}\left(\hat{s}^\alpha\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_+}\hat{s}^\beta - \hat{s}^\beta\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_-}\hat{s}^\alpha\right). \tag{5.52}$$

где $\epsilon_\pm = \epsilon \pm \omega/2$. Следует отметить, что в ур. (5.50) мы опустили градиенты S и B, используя используя свободу в выборе линейного соотношения между классическими компонентами $\delta\Theta$ и δk.

B и S имеют важные свойства:

$$B_\omega^\tau = -B_{-\omega}, \qquad S_\omega^\tau = -S_{-\omega}, \tag{5.53}$$

где τ — транспонирование матрицы в спиновом пространстве. Физически, B тесно связана с функцией распределения бозонных возбуждений [584] в ферми-жидкости. В отсутствие магнитного поля и в равновесии имеем: $B_\omega^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta}\coth(\omega/2T)$ и $S_\omega^{\alpha\beta} = \omega\delta^{\alpha\beta}$. Тогда, ур. (5.46) и (5.50) сводятся к соответствующим результатам работ [497, 582, 583]. В общем случае, $\hat{S}_\omega = \omega\hat{1} + \hat{\lambda}$, где

$$\lambda^{\alpha\beta} = \frac{\pi}{4}\int\frac{d\epsilon}{2\pi}\,\mathrm{tr}\left\{[s^\beta, s^\alpha]_-\langle\underline{K}\rangle_\epsilon\right\}. \tag{5.54}$$

В $\langle k\rangle$-калибровке, $\langle\check{b}\rangle = \check{0}$, которую мы используем здесь, $\lambda^{\alpha\beta}$ тесно связана со средней плотностью спина:

$$\lambda^{\alpha\beta} = 2i\epsilon_{\alpha\beta\gamma}\mathbf{m}^{\gamma}/\nu. \tag{5.55}$$

Если $\lambda^{\alpha\beta}$ не равна нулю, то $\delta^{(2)}\check{b}$ и матричная структура $B_{\omega}^{\alpha\beta}$ сильно затрудняет вывод кинетического уравнения при $\mathbf{m} \neq 0$.

Теперь легко найти 2-точечную корреляционную функцию

$$\mathcal{D}_{ij}^{\alpha\beta}(\mathbf{r}t,\mathbf{r}'t') = i4\nu D\langle\delta^{(1)}\mathbf{g}_i^{\alpha}(\mathbf{r}t)\,\delta^{(1)}\mathbf{g}_j^{\beta}(\mathbf{r}'t')\rangle,$$

используя действие, найденное в (5.48), и линейную связь между $\delta\Theta$ и δk, см.(5.46),(5.50):

$$\hat{\mathcal{D}}_{11} = \frac{\hat{F}Dq^2}{Dq^2 - i\omega}\left\{\hat{D}q^2 - i\omega + i\hat{\lambda}\hat{F}\right\}^{-1}, \tag{5.56}$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{D}}_{12} = &-2i\omega\hat{\mathcal{D}}_{11}\Big[\hat{B}_{\omega} - i(D^R)^{-1}(1+\hat{F}^{-1})\hat{S}_{\omega}^{-1}\hat{B}_{\omega}\\ &+ i(D^A)^{-1}\hat{B}_{\omega}\hat{S}_{\omega}^{-1}(1+\hat{F}^{-1})\Big]\hat{\mathcal{D}}_{22},\end{aligned} \tag{5.57}$$

$$\hat{\mathcal{D}}_{22}(q,\omega) = [\hat{\mathcal{D}}_{11}(q,\omega)]^{\dagger}, \quad \hat{\mathcal{D}}_{21}(q,\omega) = 0, \tag{5.58}$$

где $\hat{D} = (1+\hat{F})D$ and $D^{R(A)} = 1/(Dq^2 \mp i\omega)$. Естественно определить $\hat{\mathcal{D}}^A = \hat{\mathcal{D}}_{22}$, $\hat{\mathcal{D}}^R = \hat{\mathcal{D}}_{11}$ и $\hat{\mathcal{D}}^K = \hat{\mathcal{D}}_{12}$.

5.2.6. Интегралы столкновений

С помощью ур.(5.45), (5.47), (5.49) и (5.58) можно выразить $\langle\delta\underline{R}\rangle$, $\langle\delta\underline{A}\rangle$ и $\langle\delta\check{\mathbf{g}}\delta\underline{K}\rangle$ через $\hat{\mathcal{D}}$. Тогда, делая преобразование Вигнера ур.(5.41), можно найти:

$$\begin{aligned}&\hat{\mathcal{L}}\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon} \equiv I_{\epsilon} =\\ &\frac{1}{i4\nu}\sum_{q\omega}\Big\{[\mathcal{D}_{q\omega}^{K,-}]^{\alpha\beta}[\hat{s}^{\alpha}\hat{s}^{\beta}\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon} - \hat{s}^{\alpha}\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon-\omega}\hat{s}^{\beta}]\\ &\quad+[\mathcal{D}_{q\omega}^{K,+}]^{\alpha\beta}[\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon}\hat{s}^{\alpha}\hat{s}^{\beta} - \hat{s}^{\alpha}\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon-\omega}\hat{s}^{\beta}]\\ &\quad+[\mathcal{D}_{q\omega}^{R,-}]^{\alpha\beta}[\hat{s}^{\alpha}\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon-\omega}\hat{s}^{\beta}\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon} - 4\hat{s}^{\alpha}\hat{s}^{\beta}]\\ &\quad-[\mathcal{D}_{q\omega}^{A,-}]^{\alpha\beta}[\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon}\hat{s}^{\alpha}\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon-\omega}\hat{s}^{\beta} - 4\hat{s}^{\alpha}\hat{s}^{\beta}]\Big\},\end{aligned} \tag{5.59}$$

где оператор $\hat{\mathcal{L}}$ определен в ур.(5.32) и

$$\mathcal{D}_{q\omega}^{R,-}(r,\tau) = \mathcal{D}_{q\omega}^{R}(r,\tau)\Big[1 - 2Dq^2D_{q\omega}^{A}\Big], \tag{5.60}$$

$$\mathcal{D}_{q\omega}^{A,-}(r,\tau) = \mathcal{D}_{q\omega}^{A}(r,\tau)\Big[1 - 2Dq^2D_{q\omega}^{R}\Big], \tag{5.61}$$

$$\mathcal{D}_{q\omega}^{K,-}(r,\tau) = \mathcal{D}_{q\omega}^{K} - 4Dq^2D_{q\omega}^{A}\mathcal{D}_{q\omega}^{R}\omega B_{\omega}S_{\omega}^{-1}, \tag{5.62}$$

$$\mathcal{D}_{q\omega}^{K,+}(r,\tau) = \mathcal{D}_{q\omega}^{K} + 4Dq^2D_{q\omega}^{R}\omega S_{\omega}^{-1}B_{\omega}\mathcal{D}_{q\omega}^{A}. \tag{5.63}$$

Отметим, что $\mathcal{D}^{(R,A),-}_{q\omega}(r,\tau)$ не имеет надлежащих аналитических свойств. Ниже мы будем использовать соотношения, следующие из ур. (5.56)–(5.58) и ур.(5.60)–(5.63):

$$(\mathcal{D}^{R,-}_{q,\omega})^{\tau} = \mathcal{D}^{A,-}_{q,-\omega}, \tag{5.64}$$

$$(\mathcal{D}^{K,-}_{q,\omega})^{\tau} = \mathcal{D}^{K,+}_{q,-\omega}. \tag{5.65}$$

Легко проверить, что интеграл столкновений, I_ϵ, сохраняет число частиц и спиновую плотность, см. 5.2.10. Существует ряд тождеств, которые позволяют упростить интеграл столкновений:

$$\mathcal{D}^{K,+} + \mathcal{D}^{K,-} \equiv 4i\omega\,\mathcal{D}^R B \mathcal{D}^A, \tag{5.66}$$

$$\mathcal{D}^{R,-} - \mathcal{D}^{A,-} \equiv 2i\,\mathcal{D}^R S\, \mathcal{D}^A, \tag{5.67}$$

Соотношения (5.59)–(5.67) — являются основными результатами работы.

Спин-диагональное приближение $\hat{K}$

Электрон-электронные интегралы рассеяния традиционно выражаются через одночастичную матрицу спиновой плотности, $\hat{f} = [2\hat{s}^0 - \langle K_\epsilon(\mathbf{r},t)\rangle]/4$, в особенности, когда она диагональна в спиновом пространстве [496,546]. Диагональность может быть достигнута в частных случаях, например, если ось z выбрана вдоль $\mathbf{m}$. К сожалению, этот выбор не обеспечивает диагональность $\hat{f}$ в пространстве спинов в общем случае, потому что $\int_\epsilon \mathrm{tr}\,\hat{s}^\alpha \hat{f} = 0$, $\alpha = \{1,2\}$ не гарантирует, что $\hat{f}$ будет линейной комбинацией $\hat{s}^0$ и $\hat{s}^3$ при любом выборе квазичастичной энергии ε. Мы не будем переписывать интеграл взаимодействия I в ур.(5.59) в общем случае в терминах матрицы $\hat{f}$. Тем не менее, можно упростить I, если $\hat{f}$ можно хотя бы приблизительно считать спин-диагональным. Это приближение хорошо работает, например, когда спин-поляризованный ток вытекает из ферромагнетика в нормальный металл, и поля, приводящие к вращению спинов, по какой-то причине не имеют значения. Так что, мы предположим, что

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} f_\uparrow & 0 \\ 0 & f_\downarrow \end{pmatrix}. \tag{5.68}$$

Функция распределения f_σ, $\sigma = \pm 1 \equiv \{\uparrow,\downarrow\}$ сводится к распределению Ферми в равновесии: $f_{\epsilon,\sigma} \to f_F(\epsilon + F_0^\rho \rho/2\nu - \mathcal{M}\sigma)$, см. Eq.(5.40). Тогда мы приходим от ур.(5.59)–(5.67) к более простому виду кинетических уравнений

$$\hat{\mathcal{L}} f \equiv \{D\triangle - \partial_\tau + [\boldsymbol{\mathcal{E}} + \nabla\mathcal{M}^\alpha \hat{s}^\alpha] D \partial_\epsilon \nabla\}\hat{f} = I[\hat{f}], \tag{5.69}$$

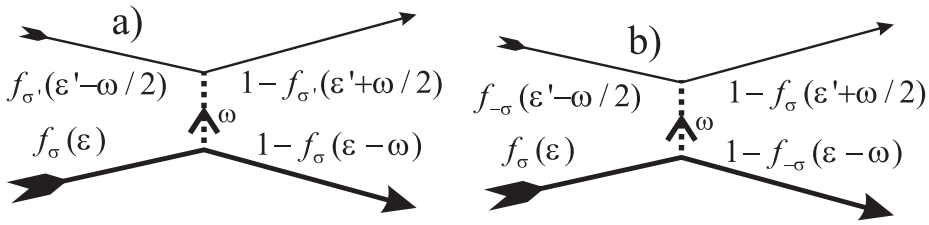


Рис. 1. Диаграммное представление структуры интеграла столкновения: (а) рассеяние с сохранением спина и (б) рассеяние в триплетном канале. Пунктирная линия обозначает экранированное электрон-электронное взаимодействие.

где $I[f_{\epsilon,\sigma}] = I_0[f_{\epsilon,\sigma}] + I_m[f_{\epsilon,\sigma}]$ и

$$I_0 = \frac{16\pi}{\nu}\sum_{\mathbf{q},\omega}|\mathcal{T}^{(\rho)}_{\mathbf{q},\omega,0} + \sigma\sigma'\mathcal{T}^{(\sigma)}_{\mathbf{q},\omega,0}|^2\sum_{\sigma\sigma'}J^{(1)}_{\sigma,\sigma'}(\epsilon,\omega) \tag{5.70}$$

$$I_{\mathbf{m}} = \frac{16\pi}{\nu}\sum_{\mathbf{q},\omega,\sigma}4|\mathcal{T}^{(\sigma)}_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{m}}|^2 J^{(2)}_{\sigma,-\sigma}(\epsilon,\omega). \tag{5.71}$$

Здесь

$$J^{(1)}_{\sigma,\sigma'}(\epsilon,\omega) = \int\frac{d\epsilon'}{2\pi}\Big\{(1-f_{\epsilon'_+,\sigma'})(1-f_{\epsilon-\omega,\sigma})f_{\epsilon'_-,\sigma'}f_{\epsilon,\sigma} - f_{\epsilon'_+,\sigma'}f_{\epsilon-\omega,\sigma}(1-f_{\epsilon'_-,\sigma'})(1-f_{\epsilon,\sigma})\Big\}, \tag{5.72}$$

$$J^{(2)}_{\sigma,\sigma'}(\epsilon,\omega) = \int\frac{d\epsilon'}{2\pi}\Big\{(1-f_{\epsilon'_+,\sigma})(1-f_{\epsilon-\omega,\sigma'})f_{\epsilon'_-,\sigma'}f_{\epsilon,\sigma} - f_{\epsilon'_+,\sigma}f_{\epsilon-\omega,\sigma'}(1-f_{\epsilon'_-,\sigma'})(1-f_{\epsilon,\sigma})\Big\}. \tag{5.73}$$

Диаграммная иллюстрация структуры интеграла столкновения приведена на рис.1.

Динамически экранированное кулоновское взаимодействие:

$$U^{(a)}_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{m}} = \frac{F^a_0(Dq^2 - i\omega)}{D(1+F^a_0)q^2 - i(\omega + \frac{2F^a_0|\mathbf{m}|}{\nu})}, \tag{5.74}$$

и амплитуды

$$\mathcal{T}^{(a)}_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{m}} = U^{(a)}_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{m}}\,\mathrm{Re}\left(\frac{1}{Dq^2 - i\omega}\right), \tag{5.75}$$

где F^a_0, $a = \{\rho,\sigma\}$ являются стандартными параметрами взаимодействия ферми-жидкости в синглетном и триплетном каналах, соответственно. Конечно, намагниченность входит только в $a = \sigma$-член. Амплитуды $\mathcal{T}^{(a)}$ — существенно неаналитические функции ω. Здесь

$[Dq^2 - i\omega]^{-1}$ оценивает время, которое электроны проводят в области взаимодействия порядка $1/q$. [546] Взаимодействие $U^{(a)}$ включает диффузионные пропагаторы [585] модифицированные в присутствии магнитного поля. [592, 593] Вопреки интуиции, $|\mathbf{m}|$ появляется только в знаменателе (5.74). Наши результаты при $|\mathbf{m}| = 0$ согласуются с [546].

Интеграл столкновений $I_{\mathbf{m}}$ описывает триплетный канал $S_z = \pm 1$ типа частица-дырка, который сопровождается процессами переворота спина. В отличие от чистой Ферми-жидкости [594], амплитуда $U^{(\sigma)}_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{m}}$ рассеяния с переворотом спина не зависит от $|\mathbf{m}|$.

Хотя интеграл столкновения $I_{\mathbf{m}}[\hat{f}]$ описывает рассеяние электронов с переворотом спина, $I[\hat{f}]$ не приводит к релаксации спина, так как оператор полного спина коммутирует с гамильтонианом.

5.2.7. Время энергетической релаксации

Время релаксации в приближении конечных разностей

Есть много способов, как можно ввести время релаксации энергии, см., например, [541, 548, 595]. Здесь мы кратко изложим наше понимание этой проблемы.

Работа с кинетическими уравнениями обычно тесно связана с проблемой их численного решения. Поскольку интегралы столкновения делают кинетические уравнения по существу нелинейными, не очень легко разработать устойчивый, короткий и эффективный числовой код, который дает возможность решать кинетические уравнения в широком диапазоне параметров. Уравнение (5.69) можно решить методом итераций. Мы разделяем интеграл столкновения I в ур.(5.69) на два вклада,

$$I[f] = -\frac{f_{\epsilon,\sigma}}{\tau_{\text{out}}[f]} + \delta I[f], \tag{5.76}$$

где мы обозначаем $1/\tau_{\text{out}}$ все члены в I, которые стоят при $f_{\epsilon,\sigma}$, а оставшиеся члены обозначим δI. При таком определении, τ_{out} всегда положительна! Ниже мы обозначаем индексом (i) номер итерации. Тогда стабильный явный итерационный алгоритм, решающий ур. (5.69), выглядит схематично следующим образом:

$$\{\mathcal{L}f\}^{(i+1)} + \frac{f^{(i+1)}_{\epsilon,\sigma}}{\tau_{\text{out}}[f^{(i)}]} = \delta I[f^{(i)}]. \tag{5.77}$$

Таким образом, вычисление $f^{(i+1)}_{\epsilon,\sigma}$ можно свести к стандартной задаче Штурма-Лиувилля, которая может быть решена, например, методом прогонки. Стабильность $f^{(i+1)}_{\epsilon,\sigma}$ обеспечивается положительностью $1/\tau_{\text{out}}$.

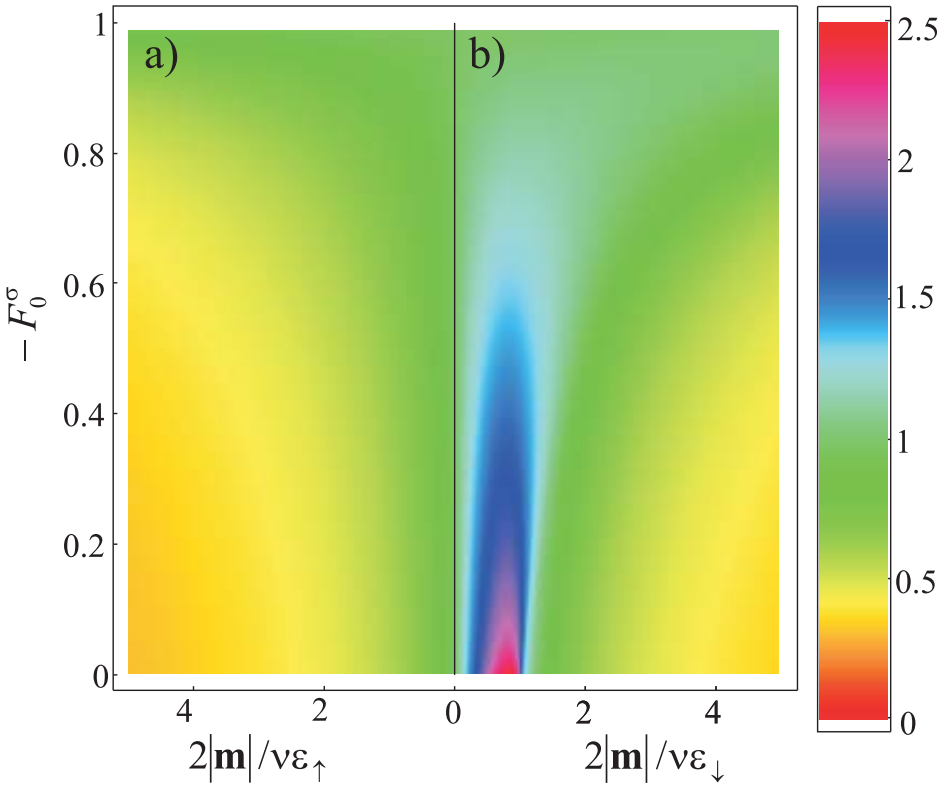


Рис. 2. График времени релаксации $\tau_{\text{out}}^{(t)}(0)/\tau_{\text{out}}^{(t)}(|\mathbf{m}|)$, как функции F_0^σ и $2|\mathbf{m}|/(\nu\varepsilon_\uparrow)$ (a), и $2|\mathbf{m}|/(\nu\varepsilon_\downarrow)$ (b).

Посмотрев на уравнение (5.77), можно легко прийти к выводу, что масштаб времени τ_{out} тесно связан с временем релаксации неравновесного f к распределению Ферми f_F [541, 548]. Недавно для взаимодействия в синглетном канале было проверено, что время релаксации энергии квазичастиц точно совпадает с τ_{out} [595]. Ниже мы сосредоточимся на исследованиях $\tau_{\text{out}}[f = f_F]$.

5.2.8. Зависимость времени релаксации от намагниченности

Скорость "ухода" квазичастиц зависит от намагниченности,

$$\frac{1}{\tau_{\text{out}}[f_F]} = \frac{1}{\tau_{\text{out}}^{(\rho)}} + \frac{1}{\tau_{\text{out}}^{(\sigma)}(0)} + \frac{2}{\tau_{\text{out}}^{(\sigma)}(|\mathbf{m}|)}, \tag{5.78}$$

$$\frac{1}{\tau_{\text{out}}^{(a)}(|\mathbf{m}|)} = \int \frac{d\omega}{2\pi\nu} Y(\epsilon_\sigma, \omega, T) \int_q |\mathcal{I}_{\mathbf{q},\omega,\mathbf{m}}^{(a)}|^2, \tag{5.79}$$

где $Y(\varepsilon_\sigma, \omega, T) = \omega\left[\coth\frac{\omega}{2T} + \tanh\frac{\varepsilon_\sigma - \omega}{2T}\right]$ и $\varepsilon_\sigma = \varepsilon - \sigma|\mathbf{m}|/\nu$ — энергия электрона относительно E_F. Напомним, что равновесная функция распределения согласно (5.40) равна $f_{\varepsilon,\sigma}^{(eq)} = f_F(\varepsilon_\sigma)$. Множитель 2 в (5.78) связан с тем, что среди трех триплетов только

два триплета участвуют в спин-флип-рассеянии, чувствительном к намагниченности, рис.1a, а один триплет связан с рассеянием без переворота спина, рис.1b.

Например, при $T = 0$ и для $d = 3$ можно найти, что

$$P^{(a)} = \sum_{\mathbf{q}} \left| \mathcal{T}^{(a)}(q, \omega, |\mathbf{m}|) \right|^2 = \frac{A_d \gamma}{D^{d/2}} \frac{|(1+\gamma)\omega - \frac{2\gamma|\mathbf{m}|}{\nu}|^{d/2} - |\omega|^{d/2}}{(\omega - \frac{2|\mathbf{m}|}{\nu})[(2+\gamma)\omega - \frac{2\gamma|\mathbf{m}|}{\nu}]} \tag{5.80}$$

где $A_d^{-1} = [8(4\pi)^{\frac{d}{2}}\Gamma(\frac{d}{2})\sin\frac{\pi d}{2}]$ и $\gamma = -F_0^\sigma/(1+F_0^\sigma)$. Сильную зависимость ядра (5.80) от $|\mathbf{m}|$ следует принять во внимание, решая кинетическое уравнение QKE. Тогда

$$\frac{1}{\tau_{\text{out}}^{(\mathbf{m})}} = \frac{2^{1/2}}{3\pi^2} \frac{|\varepsilon_\sigma|^{3/2}}{\nu D^{3/2}} \frac{\gamma[(1+\gamma)^{3/2} - 1]}{2+\gamma} \mathrm{F}_\gamma\left(\frac{2|\mathbf{m}|\sigma}{\nu\varepsilon_\sigma}\right). \tag{5.81}$$

Стоит отметить, что ядро I_0 содержит интерференционные члены, пропорциональные $U^{(\rho)}U^{(\sigma)}$. Однако они не дают вклада в $\tau_{\text{out}}[f_F]$.

Функция $\mathrm{F}_\gamma(z)$ имеет следующие асимптотики

$$\mathrm{F}_\gamma(z) = \begin{cases} 1 - \frac{6+9\gamma+3(\gamma-2)\sqrt{1+\gamma}}{2(2+\gamma)[(1+\gamma)^{3/2}-1]} z & |z| \ll 1, \\ \frac{9\gamma(2+\gamma)}{16[(1+\gamma)^{3/2}-1]} |z|^{-1/2} & |z| \gg 1+\gamma. \end{cases} \tag{5.82}$$

Когда $|\mathbf{m}| \gg \nu\varepsilon_\sigma$, то $1/\tau_{\text{out}}^{(\mathbf{m})}$ сильно подавляется, так как характерная область взаимодействия порядка $\sqrt{\nu D/|\mathbf{m}|}$. Если $|\mathbf{m}| \lesssim \nu\varepsilon_\sigma$, то скорость релаксации различна для квазичастичных состояний со спином $\uparrow$ и $\downarrow$. В последнем случае скорость релаксации немонотонно зависит от $|\mathbf{m}|$ при заданной энергии квазичиастиц $\varepsilon_\downarrow$ и имеет максимум при $2|\mathbf{m}|/\nu \sim \varepsilon_\downarrow$ (см. рис. 2). Этот максимум имеет наибольшую амплитуду, когда $\gamma \to 0$ и ядро $P^{(\sigma)}$ в ур. (5.79) расходится на энергиях порядка $\omega = 2|\mathbf{m}|/\nu \equiv \varepsilon_\downarrow - \varepsilon_\uparrow$. Происхождение этого максимума имеет много общего с электронным парамагнитным резонансом. Взаимодействие F_0^σ переворачивает спин квазичастиц и действует как эффективное магнитное поле. Заметная ширина максимума (~энергии электронов, $\varepsilon_\downarrow$)является результатом диффузионного движения электронов. С увеличением силы взаимодействия, γ (контролируется электронной плотностью), максимум подавляется за счет экранирования кулоновского взаимодействия в соответствии с (5.74). Если $d = 3$ и при конечных температурах немонотонное поведение $1/\tau_{\text{out}}^{(\mathbf{m})}$ сохраняется даже для энергий $\varepsilon_\sigma \sim T$.

5.2.9. Обсуждение

Релаксация энергии изучалась выше в спин-поляризованных неупорядоченных электронных системах в диффузионном режиме с использованием квантового кинетического уравнения, в котором ядро электрон-электронного рассеяния явно зависит от

электронной намагниченности. Для вывода кинетического уравнения мы использовали довольно тяжелый вычислительный метод — функциональное интегрирование в нелинейной сигма-модели. Мы могли бы использовать альтернативный метод, например, диаграммы [590]. Однако диаграммная техника эффективна, если все диаграммы хорошо известны... Используя метод сигма-модели, мы автоматически получаем все важные диаграммы с соответствующими коэффициентами. Недавно была предпринята такая попытка [596]. Полученный там интеграл рассеяния совпадает с нашим. Однако фермижидкостная перенормировка сжимаемости и наиболее важная величина, спиновая восприимчивость, см.5.2.2, в [596] не воспроизводятся корректно. Еще один важный вопрос связан с формой (5.70), где интерференционный член содержит $U^{\rho}U^{\sigma}$. Эти интерференционный вклады не оказывают сколько-нибудь заметного влияния на τ_{out}. Можно поэтому использовать приближение $f_{\epsilon,\sigma} = f_{\epsilon_\sigma}$ при расчете τ_{out}, которое автоматически обнуляет интерференционный член [14].

Мы не рассматривали здесь сверхпроводимость в явном виде, но использованные нами методы легко обобщаются на куперовский канал. Варьируя действие по куперовским полям (Δ, Δ^*), мы бы воспроизвели уравнения самосогласования для сверхпроводящей щели с перенормированной электрон-фононной постоянной $\lambda \to \lambda/(1+\lambda)$, см. ур.(55) в [590]. Также легко обобщить наш подход на случай, когда плотность состояний ν зависит от энергии или когда ν различно для электронов со спином вверх и вниз.

5.2.10. Приложение

Тождества (5.66)–(5.67) важны для проверки законов сохранения и для вывода ур.(5.70)–(5.71) из (5.59). Эти тождества могут быть доказаны непосредственно с помощью определений (5.60)–(5.63). Однако легче сделать проверку, когда намагниченность $\mathbf{m}$ направлена вдоль оси z. Тогда матрицы $\lambda^{\alpha\beta}$, S и $\mathcal{D}^{R(A)}$ приобретают блочную структуру, показанную ниже:

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & b_1 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & b_4 & 0 \\ a_4 & 0 & 0 & a_3 \end{pmatrix} \tag{5.83}$$

где элементы a_i и b_i, $i \in \{1,2,3,4\}$ формируют первый и второй блок, соответственно. Например, тогда

$$S_\omega^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega & -2i\mathcal{M} & 0 \\ 0 & 2i\mathcal{M} & \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \end{pmatrix}, \tag{5.84}$$

и

$$\mathcal{D}^R = \frac{Dq^2}{Dq^2 - i\omega} \begin{pmatrix} \frac{F^{(\rho)}}{D^{(\rho)}q^2 - i\omega} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F^{(\sigma)} \frac{D^{(\sigma)}q^2 - i\omega}{(2\mathcal{M}F^{(\sigma)})^2 + (D^{(\sigma)}q^2 - i\omega)^2} & F^{(\sigma)} \frac{2\mathcal{M}F^{(\sigma)}}{(2\mathcal{M}F^{(\sigma)})^2 + (D^{(\sigma)}q^2 - i\omega)^2} & 0 \\ 0 & -F^{(\sigma)} \frac{2\mathcal{M}F^{(\sigma)}}{(2\mathcal{M}F^{(\sigma)})^2 + (D^{(\sigma)}q^2 - i\omega)^2} & F^{(\sigma)} \frac{D^{(\sigma)}q^2 - i\omega}{(2\mathcal{M}F^{(\sigma)})^2 + (D^{(\sigma)}q^2 - i\omega)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{F^{(\sigma)}}{D^{(\sigma)}q^2 - i\omega} \end{pmatrix}, \tag{5.85}$$

где $D^{(\sigma)} = (1 + F^{(\sigma)})D$ и $\lambda = 2\mathcal{M}$.

Удобно работать с блочными матрицами (5.83), потому что a и b-блоки не запутываются при умножении матриц. Обычно B не имеет этой блочно-диагональной формы [но это не мешает доказательству тождеств], за исключением важного случая диагональной функции распределения в спиновом пространстве $\langle \hat{K} \rangle$, см. 5.2.6:

$$B_\omega^{\alpha\beta} = \frac{\pi}{2\omega} \sum_{\epsilon,\sigma} \begin{pmatrix} 1 - \mathcal{F}_{\epsilon_+,\sigma}\mathcal{F}_{\epsilon_-,\sigma} & 0 & 0 & \sigma[1 - \mathcal{F}_{\epsilon_+,\sigma}\mathcal{F}_{\epsilon_-,\sigma}] \\ 0 & 1 - \mathcal{F}_{\epsilon_+,\sigma}\mathcal{F}_{\epsilon_-,-\sigma} & -i\sigma[1 - \mathcal{F}_{\epsilon_+,\sigma}\mathcal{F}_{\epsilon_-,-\sigma}] & 0 \\ 0 & i\sigma[1 - \mathcal{F}_{\epsilon_+,\sigma}\mathcal{F}_{\epsilon_-,-\sigma}] & 1 - \mathcal{F}_{\epsilon_+,\sigma}\mathcal{F}_{\epsilon_-,-\sigma} & 0 \\ \sigma[1 - \mathcal{F}_{\epsilon_+,\sigma}\mathcal{F}_{\epsilon_-,\sigma}] & 0 & 0 & 1 - \mathcal{F}_{\epsilon_+,\sigma}\mathcal{F}_{\epsilon_-,\sigma} \end{pmatrix}, \tag{5.86}$$

где $2\mathcal{F} = \langle \underline{K} \rangle$. В равновесии функция распределения определяется как (5.40), и поэтому

$$B_\omega^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} B_0^{(\rho)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_0^{(\sigma)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_0^{(\sigma)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_0^{(\sigma)} \end{pmatrix}, \tag{5.87}$$

где $B_0^{(\rho)} = \coth\left(\frac{\omega}{2T}\right)$ и

$$B_0^{(\sigma)} = \frac{1}{2} \sum_\sigma \coth\left(\frac{\omega + \frac{1}{2}\mathcal{M}\sigma}{2T}\right).$$

Законы сохранения

Проверка закона сохранения является наиболее важным тестом кинетического уравнения. Ниже будет показано, что интегралы столкновения (5.59)–(5.63) сохраняют чис-

ло частиц, энергию и спин.

Сохранение числа частиц

Докажем. что $\int_\epsilon \mathrm{tr}[I_\epsilon(r,\tau)] = 0$:

$$\int \frac{d\epsilon}{2\pi}\,\mathrm{tr}[I_\epsilon(r,\tau)] = \frac{1}{i\pi\nu}\sum_{q\omega}\Big\{[\mathcal{D}^{K,-}_{q\omega}+\mathcal{D}^{K,+}_{q\omega}]^{\alpha\beta}S^{\beta\alpha}_{\omega} - 2\omega[\mathcal{D}^{R,-}_{q\omega}-\mathcal{D}^{A,-}_{q\omega}]^{\alpha\beta}B^{\beta\alpha}_{\omega}\Big\} =$$

$$= \sum_{q\omega}\frac{2\omega}{i\pi\nu}\,\mathrm{tr}\{\mathcal{D}^R B\mathcal{D}^A S - \mathcal{D}^R S\mathcal{D}^A B\}. \quad (5.88)$$

След в первой строке соответствует пространству спинов, связанному со спиновыми матрицами $\hat{s}$, как обычно, а след в последней строке соответствует пространству индексов α,β. Прямой расчет показывает, что

$$\mathrm{tr}\{\mathcal{D}^R B\mathcal{D}^A S - \mathcal{D}^R S\mathcal{D}^A B\} = 0. \quad (5.89)$$

Сохранение спина

Ниже будет показано, что $\int_\epsilon \mathrm{tr}[\hat{s}^{\gamma>0} I_\epsilon(r,\tau)] = 0$.

$$\int \frac{d\epsilon}{2\pi}\,\mathrm{tr}[\hat{s}^\gamma I_\epsilon(r,\tau)] = \frac{1}{i\pi\nu}\sum_{q\omega}\mathrm{tr}\Big\{\mathcal{D}^{K,-}S^-_\gamma + \mathcal{D}^{K,+}S^+_\gamma - 2\omega[\mathcal{D}^{R,-}B^r_\gamma - \mathcal{D}^{A,-}B^a_\gamma]\Big\}. \quad (5.90)$$

Следующие определения были использованы, см. (5.51)–(5.52):

$$B^{(r)}_\gamma = \frac{\pi}{8\omega}\int_\epsilon \mathrm{tr}\,\hat{s}^\gamma\left(4\hat{s}^\alpha\hat{s}^\beta - \hat{s}^\beta\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_-}\hat{s}^\alpha\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_+}\right), \quad (5.91)$$

$$B^{(a)}_\gamma = \frac{\pi}{8\omega}\int_\epsilon \mathrm{tr}\,\hat{s}^\gamma\left(4\hat{s}^\alpha\hat{s}^\beta - \langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_+}\hat{s}^\beta\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_-}\hat{s}^\alpha\right), \quad (5.92)$$

$$S^-_\gamma = \frac{\pi}{4}\int_\epsilon \mathrm{tr}\,\hat{s}^\gamma\left(\hat{s}^\beta\hat{s}^\alpha\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_+} - \hat{s}^\beta\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_-}\hat{s}^\alpha\right), \quad (5.93)$$

$$S^+_\gamma = \frac{\pi}{4}\int_\epsilon \mathrm{tr}\,\hat{s}^\gamma\left(\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_+}\hat{s}^\beta\hat{s}^\alpha - \hat{s}^\beta\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_-}\hat{s}^\alpha\right), \quad (5.94)$$

$$S_\gamma = \frac{\pi}{4}\int_\epsilon \mathrm{tr}\,\hat{s}^\gamma\left(\hat{s}^\alpha\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_+}\hat{s}^\beta - \hat{s}^\beta\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_-}\hat{s}^\alpha\right). \quad (5.95)$$

Предположим снова, что намагниченность направлена вдоль z -направления,

$$S^+_z = S^-_z = -2\mathcal{M}\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}. \quad (5.96)$$

Используя это выражение, нетрудно явно вычислить след в третьей строке уравнения (5.90) и найти, что след является нечетной функцией ω и, следовательно, сумма по ω сокращается.Следует подчеркнуть, что мы не использовали какого-либо конкретного предположения о $\langle K\rangle$ (например, о ее диагональности в спиновом пространстве).

Сохранение энергии

Ниже мы доказываем, что $\int_\epsilon \mathrm{tr}[\epsilon I_\epsilon(r,\tau)] = 0$.

$$\int \frac{d\epsilon}{2\pi}\mathrm{tr}[\hat{s}^\gamma I_\epsilon(r,\tau)] = \frac{1}{i\pi\nu}\sum_{q\omega}\mathrm{tr}\Big\{(\mathcal{D}^{K,-}+\mathcal{D}^{K,+})\Big(S^{(E)}+\frac{\omega}{2}S\Big) - 2\omega(\mathcal{D}^{R,-}-\mathcal{D}^{A,-})\Big(B^{(E)}+\frac{\omega}{2}B\Big)\Big\} = \sum_{q\omega}\frac{2\omega}{i\pi\nu}\mathrm{tr}\Big\{\mathcal{D}^R B\mathcal{D}^A S^{(E)} - \mathcal{D}^R S\mathcal{D}^A B^{(E)}\Big\}. \quad (5.97)$$

где были использованы ур.(5.89) и следующие определения

$$B^{(E)} = \frac{\pi}{8\omega}\int_\epsilon \epsilon\,\mathrm{tr}\Big(4\hat{s}^\alpha\hat{s}^\beta - \hat{s}^\beta\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_-}\hat{s}^\alpha\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_+}\Big), \quad (5.98)$$

$$S^{(E)} = \frac{\pi}{4}\int_\epsilon \epsilon\,\mathrm{tr}\Big(\hat{s}^\beta\hat{s}^\alpha\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_+} - \hat{s}^\beta\langle\underline{K}\rangle_{\epsilon_-}\hat{s}^\alpha\Big), \quad (5.99)$$

Меняя $\omega\to-\omega$ в последней строчке ур.(5.97) и используя симметрии (5.58) и (5.53), которые применимы также для $B^{(E)}$ и $S^{(E)}$, найдем:

$$\int \frac{d\epsilon}{2\pi}\mathrm{tr}[I_\epsilon(r,\tau)] = \sum_{q\omega}\frac{(-2\omega)}{i\pi\nu}\mathrm{tr}\Big\{[\mathcal{D}^A]^\tau B^\tau[\mathcal{D}^R]^\tau S^{(E)^\tau} - [\mathcal{D}^A]^\tau S^\tau[\mathcal{D}^R]^\tau B^{(E)^\tau}\Big\} = -\sum_{q\omega}\frac{2\omega}{i\pi\nu}\mathrm{tr}\Big\{S^{(E)}\mathcal{D}^R B\mathcal{D}^A - B^{(E)}\mathcal{D}^R S\mathcal{D}^A\Big\}. \quad (5.100)$$

Сравнивая последние строки (5.97) и (5.100), можно показать, что действительно,

$$\int_\epsilon \mathrm{tr}[\epsilon I_\epsilon(r,\tau)] = 0.$$

5.3. Неравновесные флуктуации и $\mathcal{PT}$- симметрия

Здесь мы рассмотрим вопрос о сверхпроводящих флуктуациях вблизи перехода сверхпроводник – нормальный металл в квазиодномерном сверхпроводящем проводе конечной длины L, выведенном из состояния равновесия электрическим полем $\mathcal{E}$, см. рис. 3. Будет показано, что наличие или отсутствие $\mathcal{PT}$-симметрии в куперовском-пропагаторе, который зависит от величины $\mathcal{E}$, значительно влияет на структуру флуктуаций.

$\mathcal{PT}$ - симметричное состояние реализуется, когда $|\mathcal{E}| < \mathcal{E}_c$, где $\mathcal{E}_c$ имеет порядок энергии Таулесса, $E_{\mathrm{Th}} = \hbar D/L^2$, характерный масштаб энергии грязного квазиодномерного проводника, см. рис. 3, где D — коэффициент диффузии электронов в проводе, а L — его длина. Это неравновесное состояние, но стационарное, где флуктуирующие куперовские пары выживают в присутствии электрического поля. Нарушение $\mathcal{PT}$ - симметрии в $|\mathcal{E}| = \mathcal{E}_c$ — это динамический фазовый переход из стационарного в нестационарное динамическое состояние, когда электрическое поле быстро разрушает куперовские пары. В этом состоянии волновая функция куперовской пары качественно представляется в виде линейной суперпозиции кинков Ивлева-Копнина, расположенных на концах проволоки [561, 597, 598], и имеющих фазы, которые вращаются с в противоположных направлениях. Мы вычисляем флуктуационную поправку к проводимости и показываем, что в случае $|\mathcal{E}| > \mathcal{E}_c$ эта поправка значительно подавляется электрическим полем. Это означает, что $\mathcal{PT}$ - симметрия как бы эффективно защищает куперовские пары от вредного воздействия электрического поля и стабилизирует сверхпроводимость.

Динамика сверхпроводящих флуктуаций описывается запаздывающим флуктуационным препаратором $\hat{L}_R(t,t';x,x')$ [16, 19, 25, 599]:

$$\hat{L}_R^{-1} = \partial_{\mathrm{t}} + \mathcal{H}_{\mathrm{eff}}, \tag{5.101}$$

где мы используем единицы: $k_{\mathrm{B}} = e = \hbar = 1$. Эффективный гамильтониан $\mathcal{H}_{\mathrm{eff}}[\mathcal{E}]$ описывает линеаризованную теорию Гинзбурга-Ландау [572, 581]. В общем случае, $\hat{L}_R$ можно разложить по собственным функциям ψ_n и собственным значениям ε_n гамильтониана $\mathcal{H}_{\mathrm{eff}}$:

$$\hat{L}_R(\omega;x,x') = \sum_n \frac{\psi_n(x)\psi_n^*(x')}{2i\omega - \varepsilon_n}. \tag{5.102}$$

Ниже будет показано, используя технику, разработанную в [553, 560, 597], что $\mathcal{PT}$-симметрия $\hat{L}_R$ сохраняется при малых напряжениях. При большом $\mathcal{E}$, превышающем некий порог, $\mathcal{E}_c$, $\mathcal{PT}$-инвариантность нарушается и два низколежащих состояния с энергиями ε_0 и ε_1 гамильтониана H_{eff} сливаются в один уровень. При $\mathcal{E} > \mathcal{E}_c$ они форми-

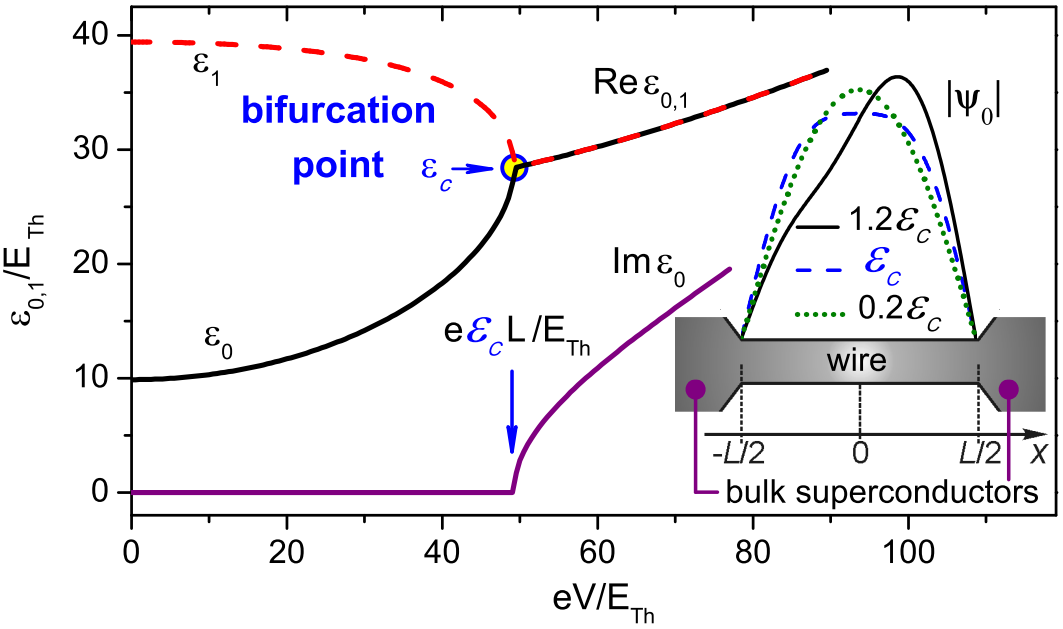


Рис. 3. Эволюция двух низших энергетических уровней ε_0 и ε_1 при напряжении смещения $V = \mathcal{E}L$. Когда $\mathcal{E} = \mathcal{E}_c$, уровни сливаются и образуют комплексную сопряженную пару при $\mathcal{E} > \mathcal{E}_c$. На вставке показано изменение собственной функции $|\psi_0(x)|$, нормированной на единицу, при изменении $\mathcal{E}$: $\psi_0(x)$ симметрична для $\mathcal{E} \le \mathcal{E}_c$ и асимметрична при $\mathcal{E} > \mathcal{E}_c$. Асимметрия $\psi_0(x)$ является четким сигналом нарушения $\mathcal{PT}$ - инвариантности.

руют комплексно-сопряжённую пару (см. рис. 3). С общей точки зрения теории катастроф [600,601] бифуркация в гамильтониане $H_{\text{eff}}[\mathcal{E}]$ принадлежит так называемому топологическому классу складки. Этот класс бифуркаций топологически защищен относительно локальных возмущений гамильтониана $\mathcal{H}_{\text{eff}}$, сохраняющих симметрию системы. Поэтому, чтобы установить существование бифуркации и найти ее тип, достаточно исследовать эффективный гамильтониан, $\mathcal{H}_{\text{eff}} = -D\nabla_x^2 - \tau^{-1} - 2i\varphi$. Здесь φ — потенциал электрического поля, ответственного за неэрмитивность $\mathcal{H}_{\text{eff}}$. Можно выбрать граничные условия в виде: $\psi(x = \pm L/2 \mp 0) = \psi(x \to \pm\infty) = 0$. Здесь τ — эффективное время жизни куперовской пары в теории ГЛ, а $D > 0$ — материальная постоянная (например, коэффициент диффузии электронов в грязном сверхпроводнике). Далее мы обсудим случай, когда $\varphi(x) = \mathcal{E}x$ и x — это координата вдоль проволоки.

Таким образом, мы решаем задачу:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}\psi = \varepsilon\psi, \tag{5.103}$$

которую можно решить, используя анзац [597]:

$$\psi(x) = \alpha\,\mathrm{Ai}(Z) + \beta\,\mathrm{Bi}(Z), \tag{5.104}$$

$$Z(x) = \frac{\varepsilon + 2ix\mathcal{E}}{E_{\mathrm{Th}}}\left(\frac{E_{\mathrm{Th}}}{2V}\right)^{2/3}, \tag{5.105}$$

здесь Ai и Bi — функции Эйри, и константы α, β определяются граничными условиями. Мы вставили τ^{-1} в определение ε. Тогда задача на собственные значения принимает вид:

$$F(\varepsilon,\mathcal{E}) \equiv \mathrm{Im}\left[\mathrm{Ai}(Z(L/2))\,\mathrm{Bi}(Z(-L/2))\right] = 0. \tag{5.106}$$

Критическое поле $\mathcal{E}_c$, соответствующее бифуркации [600, 602] в ур.(5.106), можно найти следующим образом:

$$F(\varepsilon_c,\mathcal{E}_c) = 0, \quad \partial_\varepsilon F(\varepsilon_c,\mathcal{E}_c) = 0, \tag{5.107}$$

где ε_c — значение энергии в точке бифуркации. Получилось, что $\mathcal{E}_c \approx 49.25E_{\mathrm{Th}}/L$, где $\varepsilon_c = \varepsilon_0 = \varepsilon_1 \approx 28.43E_{\mathrm{Th}}$. Аналогичным образом можно найти точки бифуркации высоколежащих уровней эффективного гамильтониана, $\mathcal{E}_c^{(1)} \approx 4\mathcal{E}_c$, $\mathcal{E}_c^{(2)} \approx 10\mathcal{E}_c$, etc... Как мы уже говорилось выше, все эти бифуркции принадлежат топологическому классу A_2 в классификации Арнольда [600]. Тогда $\mathcal{E}_c$ является “точкой фиксации” катастрофы.

Раскладывая ур.(5.106) вблизи точки бифуркации

$$[\frac{1}{2}(\varepsilon-\varepsilon_c)^2\partial_\varepsilon^2 + (\mathcal{E}-\mathcal{E}_c)\partial_{\mathcal{E}_c}]F(\varepsilon,\mathcal{E})|_{\varepsilon\to\varepsilon_c,\mathcal{E}\to\mathcal{E}_c} = 0,$$

найдем, что

$$\varepsilon_{0,1}(\mathcal{E}) \approx \varepsilon_c \mp E_{\mathrm{Th}}\sqrt{\eta\left[1-\frac{\mathcal{E}^2}{\mathcal{E}_c^2}\right]}, \tag{5.108}$$

$$\eta = \mathcal{E}_c\frac{\partial_{\mathcal{E}_c}F(\varepsilon_c,\mathcal{E}_c)}{E_{\mathrm{Th}}^2\partial_\varepsilon^2 F(\varepsilon_c,\mathcal{E}_c)} \approx \frac{\pi^2}{\sqrt{2}}\frac{L\mathcal{E}_c}{E_{\mathrm{Th}}}.$$

Результаты численного решения задачи на собственные значения показаны на рис. 3. В предельном случае полубесконечной проволоки $\psi_{0,1}$ при $\mathcal{E} > \mathcal{E}_c$ изменяется с координатами, аналогично решению для параметра порядка, найденному в [597].

Теперь приступим к анализу динамики колебаний в нанопроволке с помощью следующего уравнения:

$$(\hat{L}^R)^{-1}\psi = 0. \tag{5.109}$$

Пока поле не превышает критического значения, $\mathcal{E} < \mathcal{E}_c$, стационарное решение уравнения (5.116) остается устойчивым и определяется как

$$\psi(x) \simeq \psi_0(x), \tag{5.110}$$

где $\tau^{-1} = \varepsilon_0$. Это решение является $\mathcal{PT}$ - инвариантным, то есть $|\psi_0(x)| = |\psi_0(-x)|$, см. рис. 3. Таким образом, экстремум $|\psi_0(x)|$ находится в точке $x = 0$ в центре слабой связи. Эффективная критическая температура, зависящая от поля, находится из соотношения $\tau^{-1} = \varepsilon_0$ и определяется как $T_c^{(\mathrm{eff})}(\mathcal{E}) = T_c - \pi\varepsilon_0(\mathcal{E})/8$. Зависимость $T_c^{(\mathrm{eff})}(\mathcal{E})$ становится сингулярной вблизи критического поля $\mathcal{E}_c$, $dT_c^{(\mathrm{eff})}/d\mathcal{E}|_{\mathcal{E}=\mathcal{E}_c} = \infty$; эта особенность приводит к аномальному поведению нелинейных флуктуационных поправок к проводимости. Когда поле выходит за порог $\mathcal{E} > \mathcal{E}_c$, стационарное решение уравнения (5.116) перестает существовать. Собственные значения становятся комплексно-сопряженными, $\mathrm{Re}\,\varepsilon_0 = -\mathrm{Re}\,\varepsilon_1 = \tau^{-1}$ [см. вставку на рис. 3] и

$$\mathrm{Im}\,\varepsilon_0(\mathcal{E}) = -\mathrm{Im}\,\varepsilon_1(\mathcal{E}) \approx E_{\mathrm{Th}}\sqrt{\eta\left[\frac{\mathcal{E}^2}{\mathcal{E}_c^2} - 1\right]}. \tag{5.111}$$

Собственные функции при $\mathcal{E} > \mathcal{E}_c$ более не $\mathcal{PT}$- инвариантные, $|\psi_i(x)| \neq |\psi_i(-x)|$, $i = 1, 2$. Таким образом,

$$\psi \sim e^{-i\,\mathrm{Im}(\varepsilon_0-\varepsilon_1)t/2}\psi_0(x) + e^{i\,\mathrm{Im}(\varepsilon_0-\varepsilon_1)t/2}\psi_1(x). \tag{5.112}$$

Это означает, что параметр порядка становится двухкомпонентным с относительной фазой между двумя компонентами, вращающимися с джозефсоновской частотой $\mathrm{Im}(\varepsilon_0 - \varepsilon_1)$. Поскольку $|\psi_0(x)| = |\psi_1(-x)|$, усреднённый по времени параметр порядка $\langle|\psi(x)|^2\rangle_{\mathrm{time}} \sim |\psi_0(x)|^2 + |\psi_0(-x)|^2$ имеет провал при $x = 0$, который увеличивается по амплитуде с ростом $\mathcal{E}$. Это пятно с подавленной сверхпроводимостью в конечном итоге служит ядром нагрева в слабой связи.

Вычислив собственные значения ε_n и собственные функции ψ_n, $n = 0, 1, \ldots$, из $\mathcal{H}_{\mathrm{eff}}$, приступим к анализу сверхпроводимости в нанопроволке под действием внешнего поля. Мы сосредоточимся на влиянии сверхпроводящих флуктуаций на проводимость. Наиболее важные флуктуационные вклады в проводимостьсвязаны с механизмами Маки-Томпсона и Асламазова-Ларкина [19, 599, 603], и соответствующие вклады в ток имеют вид

$$\begin{aligned} j^{(\mathrm{MT})} &= 2DT^2\mathcal{E}\,\mathrm{Tr}\{(L_\omega^R)^\tau(C_\varepsilon^R)^\tau C_\varepsilon^A L_\omega^A\}\partial_\epsilon n_F(\tilde{\epsilon}), \\ j^{(\mathrm{AL})} &= DT^2\,\mathrm{Tr}\{(L_\omega^R)^\tau(C_\varepsilon^R)^\tau\nabla C_\varepsilon^R L_\omega^A + h.c.\}\delta n, \end{aligned} \tag{5.113}$$

где T температура, $\tilde{\epsilon} = \epsilon + \omega$, $\delta n = n_F(\tilde{\epsilon} + \varphi) - n_F(\tilde{\epsilon} - \varphi)$, $C_\varepsilon^{R(A)} = 4[D\nabla_x^2 \pm 2i\varepsilon + \gamma]^{-1}$ запаздывающий (опережающий) куперовский пропагатор, γ — скорость неупругой релаксации, и след 'Tr' означает интегрирование по координатам, ε и ω (с весом $1/2\pi$). Записывая ур. (5.113) через пропагаторы $L^{R(A)}$ и $C^{R(A)}$, их собственные функции и собственные числа, можно получить флуктуационную поправку к сопротивлению (далее мы восстанавливаем физические единицы)

$$\delta R \sim -\frac{E_{\mathrm{Th}}^2 d}{e^2 k_{\mathrm{B}} T L} \frac{1}{\sqrt{(\tau^{-1} - \mathrm{Re}\,\varepsilon_0(\mathcal{E})/\hbar)^2 + (\Gamma(\mathcal{E}) + \gamma)^2}}, \tag{5.114}$$

где d — ширина слабой связи, $\Gamma = \mathrm{Im}\,\varepsilon_0$ и $\tau^{-1} = 8(T_c - T)/\pi$. При этом, T_c — критическая температура в объеме сверхпроводника. Сопротивление имеет выраженную зависимость от напряжения в широком диапазоне параметров, где $\hbar/\tau \sim \varepsilon_0(\mathcal{E})$ или $\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_c$. Таким образом, свойства $\delta R(V)$ можно контролировать, изменяя τ, охлаждая или нагревая систему.

Режим $|\mathcal{E}| < \mathcal{E}_c$, когда система $\mathcal{PT}$ – симметрична, благоприятствует флуктуационным куперовским парам. Когда $|\mathcal{E}| > \mathcal{E}_c$, спектр флуктуационного пропагатора становится комлексным, что сопровождается разрушением куперовских пар электрическим полем со скоростью порядка $\tilde{\Gamma} \neq 0$, которая увеличивается с ростом $\mathcal{E}$. Из уравнений (5.113) и уравнения (5.114) следует, что тогда поправка к сопротивлению, связанная с флуктуирующими куперовскими парами, быстро подавляется. Тот же вывод следует из исследования сверхпроводящего провода, в котором $\mathcal{P}$ – симметрия нарушена из-за геометрического несовершенства, см. рис. 4.

Выше мы исследовали поведение сверхпроводящих флуктуаций в рамках квадратичного келдышевского действия, описывающего флуктуации параметра порядка, см. [19]. Возникает естественный вопрос: сохраняется ли выявленная бифуркационная картина в случае больших флуктуаций, когда нужно выйти за пределы гауссовского приближения. Мы ожидаем утвердительного ответа, поскольку предсказанная нестабильность следует из соображений симметрии, аналогичных тем, которые приведены в общей теории фазовых переходов второго рода. Чтобы привести приведенные выше рассуждения в математическую форму, отметим, что на эвристическом уровне большие флуктуации привели бы к изменению (5.103) в нелинейное, но имеющее ту же симметрию уравнение Шредингера. Соответствующее обобщение (5.103) имеет вид:

$$\theta'' + 2i(E + x\mathcal{E})\sin\theta = 0, \tag{5.115}$$

Граничные условия при $x = \pm L/2$ мы выбираем в наиболее общей форме: $\theta(0) = \theta_{s1}$ и $\theta(L) = \theta_{s2}$, где $\theta_{s1,2}$ параметризованы следующим образом: $\theta_{s1,2}(E) = \frac{1}{2}(\pi + i \ln \frac{\Delta + E \mp V/2}{\Delta - E \pm V/2})$,

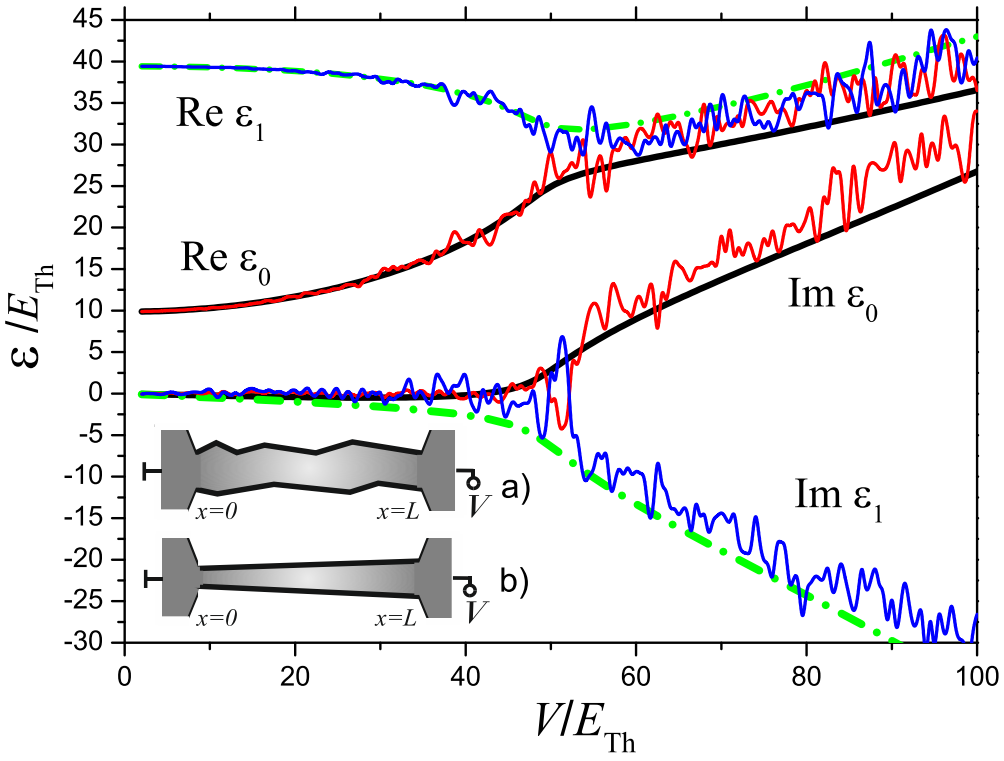


Рис. 4. Эволюция двух низших энергетических уровней ε_0 и ε_1 при изменении напряжения смещения $V = \mathcal{E}L$, когда нанопроволка не является $\mathcal{P}$ - симметричной [$\mathcal{PT}$ - симметрия также нарушена] из-за пространственных флуктуаций толщины проволоки d с относительной амплитудой 5%: а) d колеблется по закону Гаусса, ε_0 — красная кривая, ε_1 — синяя, б) ширина провода монотонно изменяется, ε_0 — черная кривая, а ε_1 — зеленая. В обоих случаях бифуркация сглаживается, и энергии становятся комплексными ниже $\mathcal{E}_c$. Таким образом, $\Gamma > 0$, и в результате мы получаем подавление флуктуационных вкладов куперовской пары в проводимость по сравнению со случаем $\mathcal{P}$ – симметричной нанопроволоки, см. рис. 3.

здесь Δ является постоянной. [Если $\mathcal{E} = 0$, то ур. (5.115) формально совпадает с уравнением Узаделя [604] с угловой параметризацией θ квазиклассических запаздывающих функций Грина в нанопроволке, соединяющей два сверхпроводника с параметром порядка Δ.] Раскладывая $\sinh\theta$ и отождествляя $2iE$ с $\epsilon - \tau^{-1}$, а θ с ψ, получаем ур. (5.103). Мы решили численно ур. (5.115) и нашли, что бифуркация возникает при $\mathcal{E}_c \approx 5E_{\mathrm{Th}}/L$, а не при $\approx 49E_{\mathrm{Th}}/L$, как в ур. (5.103). Таким образом, мы показали, что даже в случае больших флуктуаций, когда требуется выйти за пределы линейного приближения, бифуркация спектра флуктуаций сохраняется, в то время как значение критического поля $\mathcal{E}_c$, где бифуркация возникает, может изменяться.

Мы сосредоточились здесь на сверхпроводящем проводе относительно небольшой

длины, с характерным масштабом энергии E_{Th}. Наше решение о нарушении $\mathcal{PT}$- симметрии, сопровождающееся бифуркацией, основано на дискретном характере спектра H_{eff}. В бесконечной геометрии, $L \to \infty$, $E_T \to 0$, и спектр H_{eff} становится непрерывным. Тогда нет места нарушению $\mathcal{PT}$- симметрии. Взявши интеграл в ур. (5.113) по непрерывному спектру H_{eff}, мы получили бы флуктуационные поправки к сопротивлению с формой, отличной от ур. (5.114). В этом случае разрушающее пары критическое поле равно $\mathcal{E}_c \sim 1/\xi\tau$ [603], как следует из соотношений неопределённости между τ и $\Gamma \sim \xi\mathcal{E}_c$, где $\xi = \sqrt{D\tau}$.

Чтобы проверить нашу теорию, мы провели эксперименты на сверхтонких наноструктурах PtSi, имеющих небольшое сужение, как показано на рис. 5. Исходная поликристаллическая сверхпроводящая пленка PtSi толщиной 6 нм была сформирована на подложке Si. Пленка имела критическую температуру T_c=0.56 K. Сопротивление на квадрат составляло 104Ω. Плотность носителей, полученная из измерений Холла, составила 7×10^{22}см$^{-3}$, что соответствует длине свободного пробега l=1.2 нм и коэффициенту диффузии D=6 см^2/с, найденному с помощью простой модели свободных электронов. Квадратная решетка дырок была сформирована с помощью электронной литографии и последующего плазменного травления, чтобы получить структуру, состоящую из островков пленки, с характерным размером 1.3мкм, соединённых узкими сужениями шириной 0.4 мкм, где сверхпроводимость подавляется приложенным током. В результате исследуемый образец представляет собой массив соединений типа SNS (сверхпроводник – нормальный металл – сверхпроводник), имеющих сверхпроводящие и нормальные области, сделанные из одного и того же материала и, следовательно, нет никакого дополнительного сопротивления, возникающего на границах раздела SN. Сужение играет роль слабого звена, где ожидается, что флуктуационные эффекты будут очень сильными. Размеры и характеристики материала были выбраны таким образом, чтобы создать наиболее благоприятные условия для проявления эффекта нарушения $\mathcal{PT}$ – симметрии при приложении конечного напряжения. А именно, поскольку характерная энергетический масштаба E_{Th} обратно пропорционален L^2, длина сужения не должна быть слишком большой, чтобы уменьшить маскирующий эффект теплового расширения. Другое ограничение на L продиктовано условием, чтобы характерный масштаб $\mathcal{E}_c L$ оставался меньше сверхпроводящей щели. В то же время, чтобы подавить джозефсоновскую связь, которая может преобладать над флуктуационным вкладом, нужно взять $L \gg \xi_N$, где $\xi_N = \sqrt{\hbar D/2\pi k_B T}$ длина затухания для амплитуды куперовской пары в диффузионном нормальном проводнике. Принимая во внимание, что, согласно нашим расчетам, характерный масштаб энергии, где важны флуктуации, составляет около $10E_{Th}$, приведенные выше условия подразумевают, что L не должно

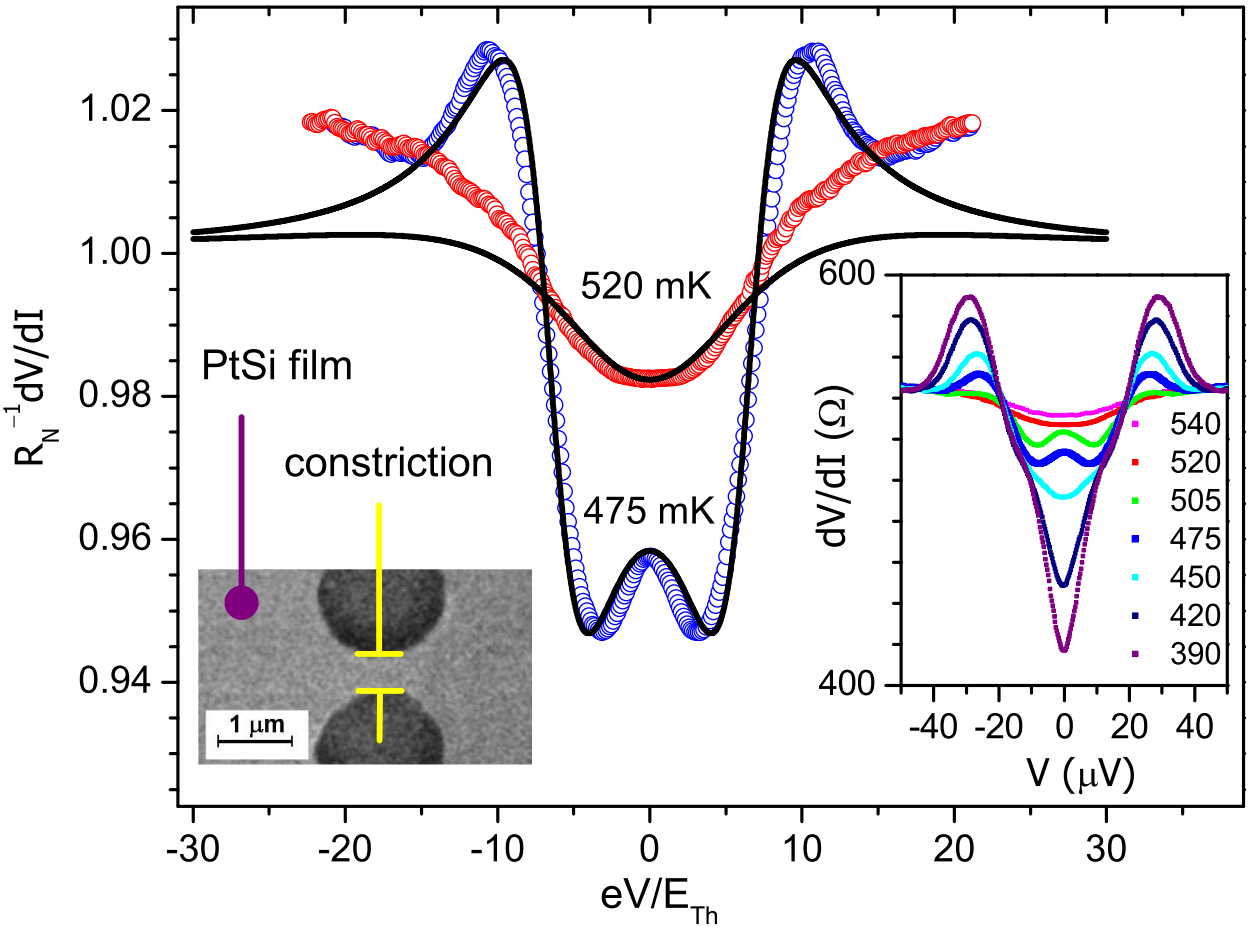


Рис. 5. Дифференциальное сопротивление сверхпроводящего слабой связи. На левой вставке представлено сканирующее электронное изображение экспериментально изученной системы, изготовленной методом электронной лучевой литографии из пленки PtSi толщиной $d = 6\,$нм и имеющей $T_c = 560\,$мК. Подробности подготовки системы приведены в [605–608]. Правая вставка отображает зависимости дифференциального сопротивления от V при различных температурах, приведенных в мК. Центральная панель показывает сравнение двух примерных экспериментальных кривых (символы), нормированных к $R_N = 536\,\Omega$, с dV/dI, вычисленным по формулам (5.108) и (5.114) (сплошные линии). Мы выбрали $L = 0.4\ \ \mu$m и $D = 6\,$см^2/s [605–608], тогда $E_{Th} = 2.5\,\mu$эВ и $\hbar\Gamma/E_{Th} = 0.176$.

быть намного больше, чем $10\xi_N$.

На рисунке 5 показано дифференциальное сопротивление, dV/dI, сверхпроводящей слабой связи в зависимости от приложенного напряжения смещения, V. При охлаждении системы от критической температуры форма измеренных зависимостей dV/dI - V вблизи $V = 0$ превращается из выпуклой с мелким минимумом в W – образную кривую с пиком при $V = 0$. При дальнейшем понижении температуры центральный пик инвертируется, и $dV/dI(V)$ приобретает ярко выраженную постепенно углубляющуюся V-образную форму, развивающуюся поверх мелкого минимума. Важно отметить, что ширина ямы в ВАХ остается равной ширине максимума (см. кривые, соответствующие $T \leq 450\,\mathrm{mK}$, справа на вставке к рис. 5). Сплошные кривые представляют зависимости dV/dI от V, рассчитанные по формулам (5.108) и (5.114), с Γ — единственным подгоночным параметром. Подгонка отлично отслеживает температурную эволюцию $dV/dI(V)$ и, что наиболее поразительно, W -образную форму при $T = 475\,\mathrm{K}$ во всех ее деталях, включая максимумы в dV/dI at $|eV| \approx 10E_{\mathrm{Th}}$ и центральную особенность ВАХ шириной $5E_{\mathrm{Th}}$. Подобное поведение дифференциального удельного сопротивления наблюдалось в работе [609], где была сделана попытка теоретического объяснения нетривиального поведения ВАХ. Используя параметры, приведенные в [479], найдем, что $\xi_N = 0.14\,\mu\mathrm{m}$ при $T = 1\,\mathrm{K}$, длина слабой связи составляет порядка $2.8\,\mu$м. Отсюда следует, что $E_{\mathrm{Th}} \simeq 1.4\mu$ V, и мы видим, что характерное напряжение, соответствующее ширине структуры ВАХ в форме “седла” вокруг нулевого смещения в [609], составляет около $40E_{\mathrm{Th}}$, что согласуется с нашим представлением о том, что особенности dV/dI развиваются на масштабе напряжения, значительно превышающем энергию Таулесса.

В заключение отметим, что температурная эволюция формы dV/dI связана с влиянием на флуктуационную проводимость, обусловленную механизмами Маки-Томпсона и Асламазова-Ларкина, низковольтной квадратичной дисперсией $[\varepsilon_0(V) = \varepsilon_0(0) + aV^2]$ энергии основного состояния. Важно отметить, что ширина центральной особенности пика составляет $\approx 5E_{Th}$, в отличие от более узкого провала в туннельной проводимости [610] (бугор в dV/dI соответствует впадине в dI/dV), имеющего ширину $|eV| \approx E_{\mathrm{Th}}$, отражающую подавление электронной плотности состояний эффектом близости. Наблюдаемый эффект также отличается от пика проводимости с нулевым смещением в NS и SNS переходах при низких температурах [611], возникающих из-за фазово-когерентного андреевского отражения.

5.4. Нагрев электронной жидкости в неравновесных условиях: фермионные и бозонные температуры

Ниже будет показано, что сильные электронные корреляции приводят к новым эффектам. Мы строим кинетическую теорию электронного транспорта в неупорядоченном двумерном (2D) сверхпроводнике и показываем, что различные электронные подсистемы по-разному реагируют на внешнее возмущение, выводящее систему из равновесия. Мы выводим кинетические коэффициенты и находим, что они параметризуются эффективными фермионными и бозонными температурами, каждая из которых соответствует определенной электронной подсистеме: T_{e} для одночастичных возбуждений, T_{Cp} для куперовских пар и T_{eh} для электронно-дырочных пар (диполей). Эти температуры определяются через соответствующие функции распределения, и отношения между ними определяются характером внешней силы или, более конкретно, соотношением ее компонентов, приложенным напряжением смещения и/или градиентом температуры (см. рис. 6).

Мы рассматриваем двумерные неупорядоченные системы такие, что энергия Таулесса, соответствующая диффузии электронов в пленке, равна $E_T^{\perp} = D/d^2$, где D — коэффициент диффузии, d — толщина пленки, значительно превышающая все фермионные и бозонные температуры. Здесь и далее мы будем использовать единицы измерения, где $k_B = \hbar = c = 1$ (c — скорость света). Зависящие от напряжения эффективные температуры подсистем наиболее ярко проявляются в квантовых поправках [599] к проводимости системы, δG^{AA} (поправка Аронова-Альтшулера) и в куперовском канале, δG^{MT} (поправка Маки-Томсона):

$$\delta G^{\mathrm{AA}} = \frac{e^2}{2\pi^2} \ln(T_{\mathrm{eh}}\tau), \tag{5.116}$$

$$\delta G^{\mathrm{MT}} = \frac{e^2}{\pi} T_{\mathrm{Cp}}\tau_{\mathrm{GL}} \ln\left(\tau_\phi/\tau_{\mathrm{GL}}\right), \tag{5.117}$$

и главный вклад в найквистов шум,

$$S_{\mathrm{th}}(\omega = 0) \approx 2\sigma_{\mathrm{D}} T_{\mathrm{eh}}. \tag{5.118}$$

Здесь e — заряд электрона, τ — характерное время свободного пробега, описывающее упругое рассеяние электронов на примесях, τ_ϕ — характерное время дефазировки, τ_{GL} — время Гинзбурга-Ландау, показывающее, как близко система находится к сверхпроводящему переходу, и σ_{D} — друдевская проводимость. Мы рассматриваем неупорядоченную систему, где $T_{\mathrm{eh(Cp)}} \ll \tau^{-1}$, $e^2/(\sigma_{\mathrm{D}} d) \ll 1$, и $\tau_{\mathrm{GL}} \ll \tau_\phi \approx d\pi^2\sigma_{\mathrm{D}}/(16 \ln 2\, e^2 T_e T_{eh} \tau_{GL})$.

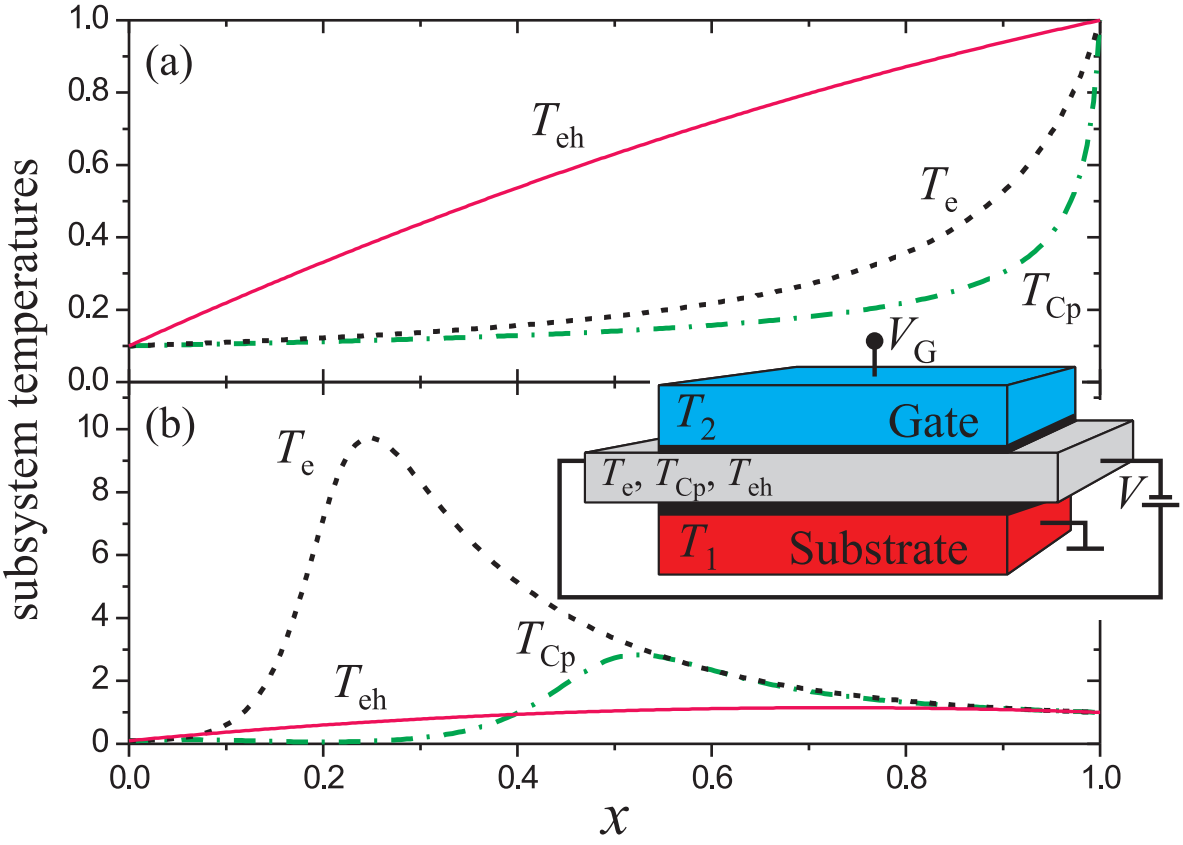


Рис. 6. Эффективные температуры электронно-дырочных пар (T_{eh}), куперовских пар (T_{Cp}) и квазичастиц (T_e) в зависимости от параметра $x = R_2/(R_1+R_2)$, характеризующего соотношение между туннельными сопротивлениями R_1 между подложкой и сверхпроводящей пленкой и R_2 между пленкой и затвором. Температура подложки равна T_1, а температура затвора — T_2, $T_2/T_1 = 0.1$, падение напряжения между ними равно V_G. (a) $V_G = 0$, где присутствует только тепловой ток; (b) $eV_G/T_1 = 3$, с $V_G j \gtrsim j_{th}$. Как видно, в пленке, выведенной далеко от состояния равновесия, и для $R_1 \simeq R_2$, могут быть реализованы различные взаимосвязи между фермионной и бозонной температурами: $T_e \simeq T_{Cp} \ll T_{eh}$ для $j_{th} \gg V_G j$, и $T_e \simeq T_{Cp} \gg T_{eh}$ для $j_{th} \ll V_G j$.

Подсистема фермионных и бозонных температур определяется через соответствующие функции распределения, которые предполагаются независимыми от пространства и времени. Начнем с фермионной температуры T_e, описывающей низколежащие одночастичные возбуждения. В равновесии инвариантная функция распределения электронных (дырочных) степеней свободы в неупорядоченной электронной жидкости имеет вид $\tilde{f}^{(eq)}_{e(h)}(\epsilon) = f_F(\epsilon) \equiv 1/[\exp(\epsilon/T) + 1]$, где ϵ — энергия квазичастицы, а температура возникает как ее низкоэнергетическая обрезка: $T = \epsilon/2[1 - 2\tilde{f}^{(eq)}_{e(h)}(\epsilon)]|_{\epsilon\to 0}$. Обобщая эти

рассуждения на случай далекий от равновесия, можно прийти к:

$$T_{\rm e} = \{-4 \lim_{\epsilon \to 0} \partial_\epsilon \tilde{f}_{\rm L}(\epsilon)\}^{-1}, \tag{5.119}$$

где $\tilde{f}_{\rm L}(\epsilon) = [\tilde{f}_{\rm e}(\epsilon) + \tilde{f}_{\rm h}(\epsilon)]/2$, и $\tilde{f}_{\rm e(h)}(\epsilon)$ — это общая электронная (дырочная) функция распределения.

Температура электрон-дырочных пар (e - h) $T_{\rm eh}$ возникает из бозонной функции распределения электронно-дырочных возбуждений, которая проявляется, например, при изучении обычного электронного транспорта в металлах [19]. Бозонная природа e - h-среды возникает при записи флуктуационно-диссипативной теоремы (FDT) для корреляционной функции плотность-плотность в квазиравновесном режиме: $\Pi^K(\mathbf{q}, \omega) = 2i(1 + 2N_\omega^{(\rm eq)}) \, {\rm Im}\, \Pi^R(\omega, \mathbf{q})$, где $N_\omega^{(\rm eq)}$ — это бозе-функция распределения e - h возбуждений. Здесь $\Pi^R(x-y)$ — запаздывающий коррелятор плотность-плотность, а $\Pi^K(x-y)$ — келдышевская компонента этого коррелятора. Тогда $T_{\rm eh}$ возникает как низкоэнергетический предел функции распределения $N^{(\rm eq)}$: $T = \omega N_\omega^{(\rm eq)}|_{\omega \; to 0}$. Опять же, распространяя это определение на неравновесный случай, мы видим, что температура e - h пар, которая появляется в кинетических коэффициентах, равна

$$T_{\rm eh} = \lim_{\omega \to 0} \omega N_\omega, \tag{5.120}$$

$$N_\omega = \frac{1}{2\omega} \sum_{\alpha = e,h} \int [1 - \tilde{f}_\alpha(\epsilon_-)] \tilde{f}_\alpha(\epsilon_+) d\epsilon, \tag{5.121}$$

где $\epsilon_\pm = \epsilon \pm \omega/2$. В равновесии, $N_\omega \to N_\omega^{(\rm eq)}$. Можно заметить, что ур.(5.137)определяет вероятность, что состояние с энергией ϵ_+ заполнено, а состояние с энергией ϵ_- пустое.

Обращаясь к неравновесному обобщению ФДТ в куперовском канале, то есть рассматривая келдышевскую компоненту флуктуационных пропагаторов в куперовском канале, мы получаем температуру для флуктуирующих куперовских пар в виде

$$T_{\rm Cp} = 2 T_{\rm e} z_{\rm Cp} \left\{ \tilde{f}_{\rm e}(0)[1 - \tilde{f}_{\rm h}(0)] + \tilde{f}_{\rm h}(0)[1 - \tilde{f}_{\rm e}(0)] \right\}. \tag{5.122}$$

Здесь $z_{\rm Cp} = (1 + (T_{\rm e}/\Omega)^2)^{-1}$ и $\Omega^{-1} = 4 \int_\epsilon [\tilde{f}_{\rm R}(0) - \tilde{f}_{\rm R}(\epsilon)]/\pi\epsilon^2$, где $\tilde{f}_{\rm R}(\epsilon) = \tilde{f}_{\rm e}(-\epsilon) - \tilde{f}_{\rm h}(\epsilon)$. В равновесии, $T_{\rm e} = T$, $z_{\rm Cp} = 1$, $f_{\rm F}(0)[1 - f_{\rm F}(0)] = 1/4$, и поэтому $T_{\rm Cp} = T$. Сочетание функций распределения, появляющихся в определении $T_{\rm Cp}$ можно рассматривать как вероятность генерации куперовской пары.

Рассмотрим систему, показанную на рис. 6, где сверхпроводящая пленка зажата между подложкой и затвором и отделена от них туннельными барьерами с сопротивлениями R_1 и R_2, соответственно. Мы можем манипулировать матрицей плотности системы, меняя смещение затвора V_G и изменяя температуры T_1 и T_2 подложки и затвора. Электронные функции распределения, определяющие температуру подсистемы

в пленке, находятся из соответствующих кинетических уравнений. Толщина сверхпроводящей пленки d значительно меньше длины неупругого рассеяния квазичастиц, поэтому соответствующий интеграл столкновений можно опустить. Тогда кинетические уравнения в стационарном случае принимают форму закона сохранения, $\nabla \mathbf{j}_{e(h)}(\epsilon) = 0$, где спектральный ток квазичастиц $\mathbf{j}_{e(h)}(\epsilon) = -D\nabla f_{e(h)}$. Здесь мы используем калибровку, где $\mathbf{A} = 0$. Граничные условия требуют сохранения $\mathbf{j}_{e(h)}(\epsilon)$ и подразумевают, что $\mathbf{j}_{e(h)}(\epsilon) = [f^{(f)}_{e(h)}(\epsilon) - f^{(s)}_{e(h)}(\epsilon)]/\nu e^2 R_1$, где индексы s и f обозначают подложку и пленку, соответственно, а ν — плотность состояний на уровне Ферми [612]. Аналогичное соотношение имеет место для $\mathbf{j}_{e(h)}(\epsilon)$ между пленкой и затвором. Калибровочно-инвариантные функции распределения удовлетворяют кинетическим уравнениям, которые содержат непосредственно электромагнитные поля, а не их соответствующие потенциалы. В нашем случае электрическое поле входит в кинетическое уравнение через граничные условия. Чтобы получить калибровочно-инвариантные функции распределения, используется преобразование $\tilde{f}_{e(h)}(\epsilon) = f_{e(h)}(\epsilon \pm e\phi_f)$, где ϕ_f — электрический потенциал в пленке, см., например, [572, 590]. Таким образом,

$$\tilde{f}_{e(h)}(\epsilon) = x f_F(\epsilon \pm eV_G(1-x), T_1) + (1-x) f_F(\epsilon \mp eV_G x, T_2), \tag{5.123}$$

где температура выступает в качестве второго аргумента в ферми-функциях, и $x = R_2/R_\Sigma$, $R_\Sigma = R_1 + R_2$. Выражая температуры подсистем через параметры контакта и используя определения (5.119)–(5.120), найдем:

$$T_{eh} \approx x^2 T_1 + (1-x)^2 T_2 + x(1-x) eV_G \coth \frac{eV_G}{\sqrt{2(T_1^2 + T_2^2)}}, \tag{5.124}$$

$$T_e = \left(\frac{x}{T_1 \operatorname{ch}^2 \frac{(1-x)eV_G}{2T_1}} + \frac{(1-x)}{T_2 \operatorname{ch}^2 \frac{xeV_G}{2T_2}} \right)^{-1}. \tag{5.125}$$

Температура T_{Cp} определяется в ур. (5.122), где Ω^{-1} приобретает вид $2\mathrm{Im}\{T_2 x\Psi'[1/2 - ieV_G(1-x)/(2\pi T_1)] + T_1(1-x)\Psi'[1/2 + ieV_G x/(2\pi T_2)]\}/(T_1 T_2 \pi^2)$, и Ψ — это дигамма функция. Время Гинзбурга-Ландау определено следующим образом вдали от равновесия $\tau_{GL}^{-1} = 8 z_{Cp} T_e \int_\epsilon [\tilde{f}_R(\epsilon) - \tilde{f}_R(0) - f_F(\epsilon, T_c) + 1/2]/\epsilon\pi + 4 z_{Cp} T_e^2 (1 - 2\tilde{f}_R(0))/\Omega$. При нулевом напряжении, $\tau_{GL}^{-1} = 8T_e[x \ln(T_1/T_2) - \ln(T_c/T_2)]/\pi$, где T_c — равновесная температура сверхпроводящего перехода.

Полный электрический ток можно записать в стандартном виде, $\mathbf{j} = e\nu \int_\epsilon [\mathbf{j}_e(\epsilon) - \mathbf{j}_h(\epsilon)]/2$. Чтобы вывести тепловой ток, мы построим калибровочно инвариантный вектор из $\mathbf{j}$, $(\phi, \mathbf{A})$ и потока энергии $\mathbf{j}_E = \nu \int_\epsilon \epsilon[\mathbf{j}_e(\epsilon) + \mathbf{j}_h(\epsilon)]/2$: $\mathbf{j}_{th} = \mathbf{j}_E - \phi\mathbf{j}$. Это выражение согласуется с формой локального равновесного градиента температуры, $\mathbf{j}_{th}$ удовлетворяет

закону сохранения, $\nabla \mathbf{j}_{\rm th} = \boldsymbol{\mathcal{E}}\mathbf{j}$, где $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ обозначает электрическое поле. В случае тонкой пленки градиент уменьшается до разности на границах раздела, что позволяет найти тепловой ток для системы на рис. 6:

$$j_{\rm th} = \frac{1}{2R_\Sigma e^2}\left\{\frac{\pi^2}{3}(T_1^2 - T_2^2) - e^2 V_G^2 (2x-1)\right\}. \tag{5.126}$$

То же самое выражение для теплового тока справедливо для 2D-пленки или провода, соединенных через края и/или концы. Тогда параметр x — это не что иное, как координата вдоль слоя (проволоки), нормированная по на его ширину (длину).

Изменение температур подсистем в зависимости от внешних параметров, определяется ур. (5.122)–(5.125), и проиллюстрировано на рис.6. Ниже мы сосредоточимся на случае $R_1 = R_2$ (i.e. $x = 1/2$), тогда система наиболее сильно выведена из состояния равновесия. (Обратим внимание, что случай равновесия реализуется для $x = 0$ и $x = 1$, где температуры T_2 и T_1, соответсвенно.) Если в динамике системы преобладает тепловой ток из-за разности температур подложки и затвора, и $\tau_{\rm GL}^{-1} \ll T_2 \ll T_1$, при нулевом напряжении $V_G = 0$ и при $x = 1/2$, тогда квазичастицы и флуктуирующие куперовские пары намного холоднее электронно-дырочных пар: $T_{\rm e} \approx 2T_2 \backsimeq T_{\rm Cp} \ll T_{\rm eh} \approx T_1/4$. Напротив, если внешние параметры соответствуют главным образом падению напряжения, электронно-дырочные пары становятся самой холодной электронной подсистемой для $x = 1/2$: $T_{\rm e} \simeq T_{\rm Cp} \gg T_{\rm eh}$, (см. рис. 6b). Это отражает тот факт, что электрический ток влияет в основном на заряженные частицы, а не на нейтральные электронно-дырочные пары. Отношение $T_{\rm Cp} \simeq T_{\rm e}$ (см. рис.6a) справедливо для всех x до тех пор, пока $V_G \lesssim \min(T_1, T_2)$ [так как $z_{\rm Cp}$ порядка единицы в ур. (5.122)при малых напряжениях]. Одночастичные возбуждения могут стать намного горячее, чем куперовские пары, $T_{\rm e} \gg T_{\rm Cp}$, на повышенных V_G и вдали от $x = 1/2$, где $z_{\rm Cp}$ значительно отклоняется от единицы, (см. рис.6b) [3].

Мы выводим кинетические коэффициенты, используя метод функциональных интегралов в формализме Келдыша. Статистическая сумма в базисе когерентных состояний определяется как: $\mathcal{Z} = \int D\bar{\psi} D\psi \exp\{iS[\bar{\psi},\psi]\}$, где $S[\bar{\psi},\psi] = \int_{\mathcal{C}} dt \left\{\int_{\mathbf{r}} (\bar{\psi}_\alpha i\partial_t \psi_\alpha) - H[\bar{\psi},\psi]\right\}$. Здесь $H = H_0 + H_{\rm int}$ — гамильтониан, $\mathcal{C}$ — келдышевский контур и $\alpha \equiv \uparrow,\downarrow$ — спиновая переменная. Одночастичный гамильтониан $H_0 = -\int_{\mathbf{r}} \bar{\psi}_\alpha \left[(\nabla - ie\mathbf{A})^2/2m + \mu - U_{\rm dis} - e\phi\right]\psi_\alpha$, где $\mathbf{A}$, ϕ и $U_{\rm dis}$ — потенциалы: векторный скалярный, и беспорядка, и μ — энергия Ферми; тензорное суммирование по спиновым индексам предполагается. Гамильтониан взаимодействия описывает электрон-электронное взаимодействие в синглетном и куперовском каналах, $H_{\rm int} = (1/2)\int_{\mathbf{r},\mathbf{r}'} \{\rho_{\mathbf{r}} \Gamma^{(\rho)}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'} \rho_{\mathbf{r}'} - (\lambda/\nu)\delta_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'} \bar{\psi}_\uparrow \bar{\psi}_\downarrow \psi_\downarrow \psi_\uparrow\}$, где $\Gamma^{(\rho)}$ — амплитуда

[3] Чтобы измерить $T_{\rm e}$, необходимо отфильтровать ток, переносимый электронами низкой энергии, например, прикрепив к пленке квантовую точку с резонансным уровнем, настроенным на $\epsilon = 0$.

взаимодействия в синглетном канале, $\rho(\mathbf{r}) = \bar{\psi}_\alpha(\mathbf{r})\psi_\alpha(\mathbf{r})$ — электронная плотность. Проводя усреднение по гауссовскому беспорядку и проведя стандартные расцепления в четырехфермионных членах в действии через поля Стратоновича-Хаббарда $\{\Delta, Q, \Phi\}$ [?], и после интегрирования по степеням свободы с энергиями выше, чем $1/\tau$, мы приходим к келдышевской нелинейной сигма-модели:

$$S[\check{Q}_\mathcal{K}, \check{\Delta}_\mathcal{K}, \check{\Phi}_\mathcal{K}] = S_\Delta + S_\Phi + S_Q. \tag{5.127}$$

Где $S_\Delta = -\frac{\nu}{2}\frac{1+\lambda}{\lambda}\,\mathrm{Tr}[\check{\Delta}^\dagger_\mathcal{K}\check{Y}\check{\Delta}_\mathcal{K}]$, $S_\phi = \frac{e^2\nu}{2}\,\mathrm{Tr}[\check{b}_\mathcal{K}\check{Y}\check{b}_\mathcal{K}]$ и

$$S_Q = \frac{i\pi\nu}{4}\,\mathrm{Tr}[D(\partial_\mathbf{r}\check{Q}_\mathcal{K})^2 - 4\check{\Xi}\partial_t\check{Q}_\mathcal{K} \tag{5.128}$$

$$+ 4ie\check{b}_\mathcal{K}\check{Q}_\mathcal{K} + 4i\check{\Delta}_\mathcal{K}\check{Q}_\mathcal{K}], \quad \check{Q}^2 = 1, \tag{5.129}$$

где в унитарном пределе $\Gamma^{(\rho)}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'} \to \infty$ предполагается, что экранирование заряда в электронной жидкости происходит на расстояниях, значительно меньших длины свободного пробега. Действие (5.127) справедливо, пока фермионные и бозонные температуры, которые неявно входят в него, гораздо меньше, чем $1/\tau$. Галочка над полевой переменной указывает, что она определена на тензорном произведении пространств Келдыша и Намбу, натянутых на матрицы Паули $\hat{\sigma}_i$ и $\hat{\tau}_i$, $i \in \{0, x, y, z\}$, соответсвенно. Таким образом, $\check{Y} = \hat{\sigma}_x \otimes \hat{\tau}_0$, $\check{\Xi} = \hat{\sigma}_0 \otimes \hat{\tau}_z$ и $\check{b} = \check{\Phi} + \check{\phi}$. Умножение во временном пространстве неявно предполагается, и "Tr" включает интегрирование по реальному пространсву. Индекс $\mathcal{K}$ обозначает повернутые поля в келдышевском пространсве: $\check{\Phi}_\mathcal{K} = \check{\Phi} - \partial_t\check{\mathcal{K}}$, и $\check{\mathbf{A}}_\mathcal{K} = \check{\mathbf{A}} + \boldsymbol{\nabla}\check{\mathcal{K}}$, где $\check{\mathcal{K}} = [k^{cl}\hat{\sigma}_0 + k^q\hat{\sigma}_x] \otimes \hat{\tau}_0$ [$\check{A}$ и $\check{\Phi}$ определены аналогично]. Тогда $\check{\Delta} = [\Delta^{cl}\hat{\sigma}_0 + \Delta^q\hat{\sigma}_x] \otimes \hat{\tau}_+ - \mathrm{h.c.}$, и $\check{\Delta}_\mathcal{K}(\mathbf{r}, t) = e^{ie\check{\Xi}\check{\mathcal{K}}(\mathbf{r},t)}\check{\Delta}e^{-ie\check{\Xi}\check{\mathcal{K}}(\mathbf{r},t)}$. $\check{Q}_\mathcal{K}$ определено аналогично. Квантовые (q) и классические (cl) компоненты определяются стандартным способом как полусумма и полуразность значений поля в нижней и верхней ветвях контура времени Келдыша. Поле Δ становится параметром сверхпроводящего порядка на уровне среднего поля (седловой точки), а уравнение седловой точки для $\check{Q}$ соответствует квазиклассическим уравнениям Узаделя, где $\check{Q}$ играет роль квазиклассической функции Грина. Ковариантная пространственная производная определяется как $\partial_\mathbf{r}\check{Q}_\mathcal{K} = \boldsymbol{\nabla}_\mathbf{r}\check{Q}_\mathcal{K} - ie[\check{\Xi}\check{\mathbf{A}}_\mathcal{K}, \check{Q}_\mathcal{K}]$. В общем случае калибровочное поле k, а также электромагнитные поля можно разделить на медленную, $\langle k\rangle$ и быструю, δk, компоненты. Быстрые компоненты описывают флуктуации в электронной системе, а медленные компоненты связаны с калибровочными преобразованиями потенциалов внешнего поля [14].

Мы используем формализм линейного отклика, чтобы найти поправки от взаимодействия к кинетическим коэффициентам электронной жидкости, интегрируя флук-

туации вокруг металлической седловой точки S, $\check{\Lambda} = \check{\mathcal{U}}(\hat{\sigma}_z \otimes \hat{\tau}_z)\check{\mathcal{U}}^{-1}$, где

$$\check{\mathcal{U}}_{t,t'}(\mathbf{r}) = \check{\mathcal{U}}^{-1}_{t,t'}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \delta_{t-t'-0}\hat{\tau}_0 & \hat{F}_{t,t'}(\mathbf{r}) \\ 0 & -\delta_{t-t'+0}\hat{\tau}_0 \end{pmatrix}. \tag{5.130}$$

Здесь $\hat{F}_{t,t'}(\mathbf{r}) = \mathrm{diag}(F^e_{t,t'}(\mathbf{r}), F^h_{t,t'}(\mathbf{r}))$. Сделав преобразование Вигнера в $F^{\mathrm{e(h)}}_{t,t'}$ мы нашли квазичастичные функции распределения: $F_{\mathrm{e(h)}}(\epsilon,\tau) \equiv 1 - 2f_{e(h)}(\epsilon,\tau)$. Чтобы оптимизировать флуктуации фаз квазичастиц, вызванных кулоновскими силами [14, 577] мы решаем уравнение, которое связывает δk с флуктуирующими электромагнитными полями: $\delta b^{\mathrm{q}}_{\mathcal{K}} - D\boldsymbol{\nabla}\delta\mathbf{g}^{\mathrm{q}} = 0$,

$$D\boldsymbol{\nabla}\delta\mathbf{g}^{\mathrm{cl}}(\mathbf{r},\omega) + \delta b^{\mathrm{cl}}_{\mathcal{K}}(\mathbf{r},\omega) = -2(1+2N_\omega)D\boldsymbol{\nabla}\delta\mathbf{g}^{q}(\mathbf{r},\omega), \tag{5.131}$$

где $\delta b^{\mathrm{q(cl)}}_{\mathcal{K}} = \delta\Phi^{\mathrm{q(cl)}} - \partial_t \delta k^{\mathrm{q(cl)}}$, $\delta\mathbf{g}^{\mathrm{q(cl)}} = \boldsymbol{\nabla}\delta k^{\mathrm{q(cl)}}$. Таким образом, мы фиксируем калибровку и определяем N_ω согласно ур. (5.137). В локальном равновесии, $f^{e(h)}(\epsilon,\tau) = f_F(\epsilon \mp e(\phi - \partial_\tau\langle k^{\mathrm{cl}}\rangle))$, и тогда, выбирая $\langle k^{\mathrm{cl}}\rangle = \phi t$, получим калибровочно-инвариантные функции распределения.

Теперь проводимость получается путем дифференцирования функции распределения по квантовой и классической компонентам векторного потенциала, а затем интегрирования калибровочных, Δ - и Q -флуктуаций (диффузии и купероновских степеней свободы). Получено, например, что основным флуктуационным вкладом в проводимость в плоскости вблизи перехода является поправка Маки-Томпсона:

$$\delta\sigma^{\mathrm{MT}} \approx \frac{iDe^2}{2\pi}\int_{\mathbf{q},\omega,\epsilon}[L^{-1}]_K \frac{|L_{R,\omega}(q)|^2\partial_\epsilon f_{\mathrm{e}}(\epsilon) + |L_{R,-\omega}(q)|^2\partial_\epsilon f_{\mathrm{h}}(\epsilon)}{D^2q^4 + (2\epsilon-\omega)^2}, \tag{5.132}$$

где $[L^{-1}]_K \approx i\pi T_{\mathrm{Cp}}/(2T_{\mathrm{e}}z_{\mathrm{Cp}})$, $L^{-1}_{R,\omega} = \pi[-(\tau_{\mathrm{GL}}z_{\mathrm{Cp}})^{-1} + (-Dq^2 + i\omega - 2ie\phi_{\mathrm{f}} - i4T_e(1-2\tilde{f}_R(0)))(1 + iT_{\mathrm{e}}\Omega^{-1})]/(8T_{\mathrm{e}})$. В двумерном случае интеграл (5.132) расходится логарифмически при малых q, и его нужно обрезать при $1/\tau_\phi$, что приводит к результату: (5.117), для $\tau_{\mathrm{GL}} \ll \tau_\phi$. Поправки от флуктуирующих куперовских пар подавляются магнитным полем, перпендикулярным пленке, а затем поправка Аронова-Альтшулера становится доминирующей:

$$\delta\sigma^{\mathrm{AA}} \approx \frac{2e^2D}{\pi}\,\mathrm{Im}\int_{\mathbf{q},\omega}\frac{\partial_\omega[\omega(1+2N_\omega)]}{(Dq^2+i\omega)^2}. \tag{5.133}$$

Этот интеграл также расходится логарифмически в двумерии, и интегрирование по ω должно быть обрезано на верхнем пределе $1/\tau$ [546], тогда как инфракрасная граница определяется T_{eh} [4], что дает ур. (5.116)[5]. Основной вклад в шум в плоскости $S_{\mathrm{th}}(\omega) = \sigma_{\mathrm{D}}\omega(1+2N_\omega)$.

[4] Мы нашли, что N_ω очень хорошо аппроксимируется бозе-функцией в окрестности $T = T_{\mathrm{eh}}$.

[5] Вывод уравнения (5.116) является шагом к обобщению равновесной ренорм-группы Финкельштей-

Температуры фермионной и бозонной подсистем могут быть легко обнаружены прямыми измерениями магнитосопротивления и температурной зависимости сопротивления при фиксированных магнитных полях с использованием экспериментальной реализации системы, показанной на рис. 6. Варьируя T_1, T_2 и напряжение затвора, можно непосредственно наблюдать влияние T_{Cp} на поправку Маки-Томпсона. В то же время, изменяя температуры T_1 и T_2 в фиксированном сильном магнитном поле, где вклад Маки-Томпсона подавлен, можно получить информацию о T_{eh}. Температура электронных дырок T_{eh} также может быть определена из измерений шума Найквиста.

В заключение — мы разработали общий подход для количественного описания электронных и тепловых токов в двумерных сверхпроводниках вдали от режима равновесия. Мы показали, что различные электронные подсистемы, одночастичные возбуждения, электронно-дырочные возбуждения и куперовские пары приобретают различные температуры: T_{e}, T_{eh} и T_{Cp}. Мы показали, что можно экспериментально управлять температурой этих подсистем и in-situ переключать их между «холодным» и «горячим» состояниями.

на [613] на неравновесный случай. Можно показать, что вдали от равновесия необходимо заменить параметр обрезки РГ $\Lambda(T) = \sqrt{D/zTl^2}$ на неравновесную величину $\Lambda(T_{\mathrm{eh}})$, где l — длина свободного пробега, а z — коэффициент перенормировки энергии (эффективной массы), равный единице при высоких температурах.

5.5. Неравновесная теория Гинзбурга-Ландау

Ниже мы развиваем теорию флуктуационных эффектов в сверхпроводниках вдалеке от равновесия, обобщающую стандартное описание сверхпроводящих флуктуаций [577, 599]. Вдали от состояния равновесия получен замкнутый набор уравнений, количественно описывающие флуктуации. В частности, исследован неравновесный флуктуационный вклад в магнитную восприимчивость и найдено аналитическое выражение для эффективной температуры, $T_{\text{eff}} = T\cosh^2(V/4T)$, в зависимости от напряжения смещения, V. В качестве иллюстрации предлагаемой общей методики обсуждается динамика сверхпроводящей гранулы, соединенной с электронным резервуаром через неупорядоченные нормальные проводники.

В рамках феноменологической теории фазовых переходов второго рода свойства низкотемпературной фазы вблизи перехода определяются функционалом свободной энергии, записанным в виде разложения по параметру порядка, см., например, [572,581]. В термодинамическом равновесии, матрица плотности параметризуется температурой, и переход происходит при $T = T_c$; соответствующий безразмерный параметр разложения Ландау: $|\tau_{\text{GL}}^{(eq)} T_c|^{-1} \sim |T - T_c|/T_c \ll 1$ (мы будем использовать единицы, где $\hbar = k_B = e = 1$), где $\tau_{\text{GL}}^{(eq)}$ — время Гинзбурга-Ландау (в равновесии).

Мы рассматриваем систему, в которой элементарные возбуждения и их кинетика хорошо определены. Тогда мы покажем, что неравновесная теория ГЛ имеет вид, аналогичный равновесной, при условии, что функции распределения элементарных возбуждений являются стационарными. Следуя общему рецепту [577] для описания системы, далекой равновесия, следует использовать келдышевский подход. Параметры неравновесного разложения по сверхпроводящему параметру порядка являются функционалами функций распределения элементарных возбуждения. Близость системы к поверхности фазового перехода определяется безразмерным параметром $|\tau_{\text{GL}} T_{\text{eff}}|^{-1} \ll 1$ где T_{eff} — неравновесный масштаб энергии, заменяющий T, а τ_{GL} — это общее неравновесное время релаксации ГЛ, заменяющее $\tau_{\text{GL}}^{(eq)}$. Это неравенство является необходимым условием применимости нашего подхода. Обратим внимание, что существование T_{eff} не подразумевает локальную равновесную форму распределения возбуждений.

Коэффициенты неравновесного функционала GL ведут себя иначе, чем в равновесии. В частности, коэффициент в члене четвертого порядка в параметре порядка Δ может даже изменить знак при больших движущих силах. Это сигнализирует о начале неустойчивости решения уравнений NGL(неравновесная теория Гинзбурга-Ландау) и означает, что функционал NGL должен быть расширен до более высоких порядков относительно Δ. В контексте сверхпроводимости равновесный функционал GL имеет

обычный вид [581]:

$$\Omega[\Delta] = \nu a \int_0^\beta d\tau d\mathbf{r} \left\{ \Delta^* L^{-1} \Delta + \frac{b}{2T} |\Delta|^4 \right\}, \tag{5.134}$$

где $L^{-1} = i\partial_\tau + (\tau_{\mathrm{GL}}^{(\mathrm{eq})})^{-1} - D\partial_{\mathbf{r}}^2$, $(\tau_{\mathrm{GL}}^{(\mathrm{eq})})^{-1} = (T - T_c)\alpha$, $Z_\Delta = \int D\Delta D\Delta^* \exp\{-\Omega[\Delta, \Delta^*]\}$ статсумма, ν — плотность состояний (DoS). В неупорядоченном металле $a = \pi/8T$, $\alpha = 8/\pi$, D — коэффициент диффузии и $b = 7\zeta(3)/\pi^3$ [562–565].

Параметр порядка в пространстве Келдыша имеет две составляющие, соответствующие нижней и верхней ветвям временного контура. Чтобы упростить структуру действия, удобно использовать повернутый базис и ввести “классические” (Δ_1) и “квантовые” (Δ_2) компоненты параметра порядка [полусума и полуразность значений параметров порядка на нижней и верхней ветвях временного контура Келдыша [577, 614]]. Таким образом, $\overrightarrow{\Delta} = (\Delta_1, \Delta_2)^\tau$. Келдышевский аналог статистической суммы Z_Δ:

$$\mathcal{Z}_\Delta = \int D\overrightarrow{\Delta} D\overrightarrow{\Delta}^* \exp\{iS_\Delta[\overrightarrow{\Delta}, \overrightarrow{\Delta}^*]\}. \tag{5.135}$$

Средний параметр порядка должен равен $\langle \Delta_1 \rangle$, где $\langle \Delta_2 \rangle = 0$, и усреднение выполняется с помощью келдышевского функционала $\mathcal{Z}_\Delta$:

$$\underline{\langle \ldots \rangle = \int D\overrightarrow{\Delta} D\overrightarrow{\Delta}^* [\ldots] \exp\{iS_\Delta[\overrightarrow{\Delta}, \overrightarrow{\Delta}^*]\}.} \tag{5.136}$$

Здесь мы использовали тот факт, что в отсутствие квантовых компонент внешних полей-источников, $\mathcal{Z}_\Delta \equiv 1$, это проявление принципа причинности. Седловое уравнение

$$\frac{\delta S_\Delta[\overrightarrow{\Delta}, \overrightarrow{\Delta}^*]}{\delta \Delta_2^*} = 0, \tag{5.137}$$

на многообразии $\Delta_2^* = \Delta_2 = 0$ позволяет получить неравновесное обобщение уравнений ГЛ.

Вблизи фазового перехода можно разложить $iS_\Delta[\overrightarrow{\Delta}, \overrightarrow{\Delta}^*]$ по Δ. Это разложение по квантовым компонентам параметра порядка должно выполняться до первого порядка, см. уравнение (5.137). Выполняя микроскопический расчет, основанный на функциональном представлении теории БКШ [615] в виде нелинейной σ–модели, можно найти, что форма $S_\Delta[\overrightarrow{\Delta}, \overrightarrow{\Delta}^*]$ выше и ниже [ограничения обсуждаются] фазового перехода может быть записана в форме, аналогичной (5.134):

$$S_\Delta = \nu a \,\mathrm{Tr} \left\{ \overrightarrow{\Delta}^\dagger \left[\hat{L}^{-1} - \frac{b}{T_{\mathrm{eff}}} |\Delta_1|^2 \hat{\sigma}_0 \right] \overrightarrow{\Delta} \right\}, \tag{5.138}$$

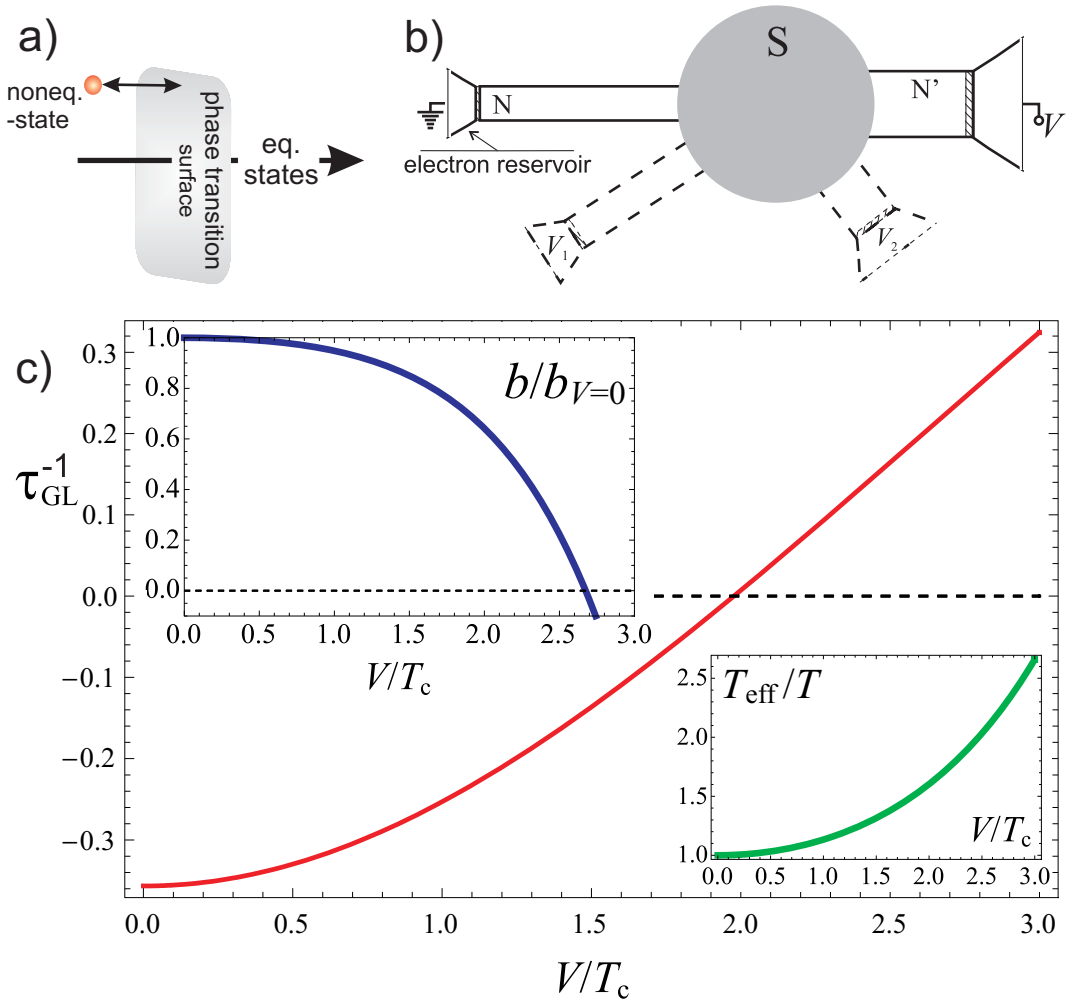


Рис. 7. а) Схематичное представление пространства матриц плотности. б) Сверхпроводящая гранула, слабо связанная с электродами. с) Время неравновесной релаксации ГЛ как функция приложенного напряжения V при температуре электродов $T = 0.7T_c$. [Единицы масштабирования τ_{GL}^{-1} выбираются так, чтобы в равновесии получить $\ln(T/T_c)$]. Нижняя вставка показывает, что T_{eff} отличается от V. Верхняя вставка показывает $b(V)$ и иллюстрирует разницу между неравновесным и равновесным случаем; в последнем случае b не зависит от температуры.

где Tr означает след по времени и интегрирование по координатам, а $\hat{\sigma}_0$ — единичная матрица в пространстве Келдыша. Ниже мы покажем, что уравнение (5.138) также может быть получено из соображений симметрии, аналогичных тем, которые приведены в теории Ландау фазовых переходов второго рода [616].

Микроскопическая нелинейная σ–модель позволяет выразить коэффициенты a и b через калибровочно-инвариантные функции распределения электронов и дырок [572],

$\tilde{F}_{\rm e}$ и $\tilde{F}_{\rm h}$ [или $\tilde{F}_{\rm L}=(\tilde{F}_{\rm e}+\tilde{F}_{\rm h})/2$ и $\tilde{F}_{\rm T}=(\tilde{F}_{\rm e}-\tilde{F}_{\rm h})/2$], где в равновесии, $\tilde{F}_{\rm e(h)}=\tanh(\epsilon/2T)$:

$$a=\frac{\pi}{4}\lim_{\epsilon\to 0}\partial_\epsilon\tilde{F}_{\rm L}(\epsilon)\equiv\frac{\pi}{8T_{\rm eff}}, \tag{5.139}$$

$$b=4T_{\rm eff}^2\int_0^\infty t\tilde{Y}(t)dt, \tag{5.140}$$

где $2\pi\tilde{Y}(t)=\int_0^\infty d\epsilon\exp[-iEt]\tilde{F}_{\rm L(E)}/(E+i0)$. Видно, что в равновесном пределе ур. (5.139)–(5.140) воспроизводят известные результаты: $a=\pi/8T$ и $b=7\zeta(3)/\pi^3$.

Структура $\hat{L}$ в пространстве Келдыша определяется принципом причинности [577]

$$\hat{L}^{-1}=\begin{pmatrix}0 & L_{\rm A}^{-1}\\ L_{\rm R}^{-1} & [L^{(-1)}]_{\rm K}\end{pmatrix}, \tag{5.141}$$

где индексы $R(A)$ и K обозначают запаздывающие, опережающие и келдышевские пропагаторы.

$$L_{\rm R(A)}^{-1}=\pm(\partial_{\rm t}-2i\varphi)-\tau_{\rm GL}^{-1}-D(\nabla_{\mathbf{r}}-2i\mathbf{A})^2, \tag{5.142}$$

где $(\varphi,\mathbf{A})$ — электромагнитные потенциалы[6].

Келдышская составляющая пропагатора флуктуаций выражается через дополнительную температурный маасшаб T^*:

$$[L^{(-1)}]_{\rm K}\equiv 4iT^*, \tag{5.143}$$

где $T^*=[1-\tilde{F}_{\rm e}(0)\tilde{F}_{\rm h}(0)]T_{\rm eff}$ определяется из микроскопических расчетов и $\tau_{\rm GL}^{-1}$ можно найти следующим образом (при условии, что симметрия по отношению к обращению времени не нарушена):

$$\tau_{\rm GL}^{-1}=T_{\rm eff}\int_\epsilon K^{(L)}(\epsilon)\left[\tilde{F}_{\rm L}(\epsilon)-\tilde{F}_{\rm L}^{(0)}(\epsilon)\right], \tag{5.144}$$

где $K^{(L)}(\epsilon)=\alpha/2\epsilon$. Здесь $\tilde{F}_{\rm L}^{(0)}(\epsilon)$ — функция распределения в точке фазового перехода.

Ток можно найти аналогично вычислениям, сделанным в обзоре [577], добавив к действию квантовый источник в виде векторного потенциала, $\mathbf{A}_2$, в дополнение к (классическим) потенциалам внешних полей $(\varphi,\mathbf{A})$, рассмотренным выше, и затем варьируя член в действии, пропорциональный $\mathbf{A}_2$ в S_Δ. Таким образом, найдем сверхток:

$$\mathbf{j}_s=\pi e\nu D|\Delta_1|^2\partial_{\mathbf{r}}\arg(\Delta_1)/2T_{\rm eff}. \tag{5.145}$$

[6] эффекты квазичастичного имбаланса [572], вызывают изменение потенциала, $\varphi=\varphi_0+\delta\varphi$, $\varphi_0=\varphi(\Delta=0)$. В общем случае, $\delta\varphi$ зависит от $\langle\Delta_1\rangle$ и $\tilde{F}_T$ [$\delta\varphi\sim\int_\epsilon N_\epsilon\tilde{F}_T(\epsilon)$, где N — плотность состояний БКШ. Аналогичные рассуждения относятся к j_s. Поскольку мы ограничиваемся сверхпроводящими системами с небольшими градиентами φ (j_s), но одновременно достаточно сильным отклонением от равновесия ($|V|\gg\langle\Delta_1\rangle$), рис. 7, то $\delta\varphi\sim o(\langle\Delta_1\rangle/T_{\rm eff})$ и ГЛ-коэффициенты необходимо вычислять, используя $\tilde{F}_{e(h)}|_{\delta\varphi=0}$ [$\delta\varphi$ важен, например, для связанных эффектом близости сверхпроводящих островков.]

Условия того, что электромагнитные поля и функции распределения квазичастиц являются стационарными и слабо зависят от координат в масштабе размера куперовской пары, $\xi = \sqrt{D\tau_{\rm GL}}$, обеспечивают применимость келдышевского функционала, обобщающего теорию ГЛ. Мы проверили, что наши уравнения с высокой степенью точности сводятся к стандартной слабо-неравновесной форме в случае, когда отклонения от равновесия малы. В самом деле, если $\tilde{F}$ мало отличается от $\tanh(\epsilon/2T)$, можно использовать равновесные значения для a и b и сохранять неравновесный $\tau_{\rm GL}$ [поскольку неравновесные поправки имеют следующий порядок, если отклонение от равновесия мало]. Можно переписать уравнение (5.144) так, что $1/(\tau_{\rm GL}T_{\rm eff}) = \alpha(T-T_c)+\alpha\int_\epsilon[\tilde{F}_L(\epsilon)-\tanh(\epsilon/2T)]/2\epsilon$, после этого восстанавливается слабо неравновесная версия теории ГЛ [567, 574].

Большинство величин, связанных со сверхпроводящими флуктуациями, являются сингулярными функциями $\tau_{\rm GL}^{(\rm eq)}$ в равновесии [599]. Когда система выходит из состояния термодинамического равновесия, флуктуационные поправки параметризуются неравновесным $\tau_{\rm GL}$ и зависят от $T_{\rm eff}$. Недавно экспериментально исследовались нульмерные сверхпроводящие флуктуации и флуктуирующий диамагнетизм в наночастицах свинца, см., например, [617]. По мотивам этих экспериментов мы находим, например, неравновесный, $V > V_{rmc}$, флуктуационный вклад в магнитный момент небольшого ($L \ll \xi$) сверхпроводника:

$$M = -2T_{\rm eff}\tau_{\rm GL}HDL^2\eta, \tag{5.146}$$

где H — магнитное поле и $\eta = 1/10$ для сферической сверхпроводящей гранулы.

Теперь мы наметим общий формализм, использованный для расчета связанных с флуктуациями величин. В состоянии, далеком от равновесия, вместо обычной термодинамической статистической суммы используется функционал Келдыша в реальном времени [577]:

$$\mathcal{Z} = \int D[\mathcal{A},\Psi,\bar{\Psi}\Delta,\Delta^*]\exp\{iS\}, \tag{5.147}$$

где грассмановы поля, Ψ, $\bar{\Psi}$, описывают фермионные (связанные со сверхпроводимостью) степени свободы (на контуре Келдыша), $\mathcal{A} = (\varphi, \mathbf{A})$ и $S[\mathcal{A},\Psi,\bar{\Psi}\Delta,\Delta^*]$ является микроскопическим действием Келдыша. Разложение Гинзбурга-Ландау эффективного термодинамического потенциала является примером так называемой низкоэнергетической теории поля, то есть теории, где поля параметров порядка незначительно изменяются на микроскопических масштабах, например, на масштабах постоянной решетки. Низкоэнргетические теории в формализме Келдыша появляются после интегрирования высокоэнергетической части полей. Получающееся низкоэнергетическое эффективное

действие состоит из трех частей. Первая, S_Δ, описывает квантовую динамику Δ-поля, вторая часть генерирует кинетические уравнения для элементарных возбуждений. Схематично этот вклад выглядит как $\mathrm{Tr}[z \circ (\mathrm{KE})]$, где динамическая переменная z тесно связана с анти-келдышской компонентой Q-матрицы в нелинейной σ-модельном формализме. Интегрируя по z, мы получаем функциональную δ-функцию, гарантирующую, что функция распределения подчиняется кинетическим уравнениям. Третья часть, S_A, описывает электромагнитные поля. Изменение эффективного действия над S_A приводит к уравнениям Максвелла. Флуктуации поля Δ входят в интегралы столкновений кинетических уравнений и бесстолкновительные слагаемые, а $\langle\Delta_1\rangle$ входят в (нелинейные) кинетические уравнения как внешние поля. Δ-флуктуации вносят вклад в флуктуационные поправки к кинетическим коэффициентам.

Феноменологическая теория Ландау предсказывает, что $(\tau_{\mathrm{GL}}^{\mathrm{eq}})^{-1}$ зависит линейно от $|T - T_{\mathrm{c}}|$ и $|\tau_{\mathrm{GL}}^{\mathrm{eq}}|T_{\mathrm{c}} \gg 1$. В неравновесном состоянии роль $(T - T_{\mathrm{c}})$ играет функционал, составленный из электронных и дырочных функций распределения. В нашем случае τ_{GL}^{-1} — линейный функционал $\delta\tilde{F}_{\mathrm{e(h)}} = \tilde{F}_{\mathrm{L(T)}} - \tilde{F}^{(0)}_{\mathrm{L(T)}}$ (в противном случае мы бы получили в равновесии поправки порядка $(T - T_{\mathrm{c}})^3$ к τ_{GL}^{-1}). Таким образом

$$\tau_{\mathrm{GL}}^{-1} = T_{\mathrm{eff}} \int_\epsilon \{K_\epsilon^{(L)} \delta\tilde{F}_{\mathrm{L}}(\epsilon) + K_\epsilon^{(T)} \delta\tilde{F}_{\mathrm{T}}(\epsilon)\}, \tag{5.148}$$

где ядра K — некоторые известные функции энергии. В равновесии $\tilde{F}_{\mathrm{T}} = 0$ и $\tilde{F}_{\mathrm{L}} = \tanh(\epsilon/2T)$. Тогда мы воспроизводим равновесное значение $\tau_{\mathrm{GL}}^{-1} = \alpha(T - T_{\mathrm{c}})$, выбирая $K^{(L)}(\epsilon) = \alpha/2\epsilon$. Рассмотрим систему, инвариантную относительно симметрии обращения времени. Тогда $K^{(T)} = 0$, в противном случае этот член даст неестественный вклад в τ_{GL}^{-1} изменяя его знак, когда, например, мы меняем направление всех токов в системе.

Важный вопрос заключается в том, как этот формализм описывает поверхность неравновесного фазового перехода, см. рис.7. Параметр τ_{GL}^{-1} не зависит от выбора $F_{\mathrm{L}}^{(0)}$, и, таким образом, $F_{\mathrm{L}}^{(0)}$ и $F_{\mathrm{L}}^{(0')}$ на поверхности фазового перехода удовлетворяют условию

$$\int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{d\epsilon}{2\epsilon} \left[\tilde{F}_{\mathrm{L}}^{(0')}(\epsilon) - \tilde{F}_{\mathrm{L}}^{(0)}(\epsilon)\right] = 0, \tag{5.149}$$

здесь ω_{D} порядка температуры Дебая.

Микроскопический вывод действия ГЛ показывает, что уравнение (5.149) можно интерпретировать как интегральное представление константы электрон-фононного взаимодействия λ, приводящей к сверхпроводимости:

$$\int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{d\epsilon}{2\epsilon} \tilde{F}_{\mathrm{L}}^{(0)}(\epsilon) = \int_{-\omega_{\mathrm{D}}}^{\omega_D} \frac{d\epsilon}{2\epsilon} \tanh(\epsilon/2T_{\mathrm{c}}) = \frac{1}{\nu\lambda}, \tag{5.150}$$

где $T_{\mathrm{c}} = 2\gamma\omega_{\mathrm{D}}/\pi e^{-1/\nu\lambda}$, $\gamma = e^C$, и $C = 0.577\ldots$ — постоянная Эйлера.

В фурье-пространстве $L^{-1}_{\mathrm{R(A)}} = \pm i\omega + \tau^{-1}_{\mathrm{GL}} + Dq^2$. Келдышевская компонента $L^{(-1)}_{\mathrm{K}}$ в равновесии должна удовлетворять соотношению, следующему из флуктуационно-диссипативной теоремы [577]:

$$[L^{(-1)}]_{\mathrm{K}} = B_\omega (L^{-1}_{\mathrm{R}} - L^{-1}_{\mathrm{A}})_\omega, \tag{5.151}$$

где $B_\omega = \coth \omega/2T$ можно интерпретировать как равновесную функцию распределения Δ-поля. Аналогичное соотношение имеет место для состояния, далекого от равновесия, но где градиенты B относительно переменных «центра масс» в преобразовании Вигнера малы (это тот случай, который мы рассматриваем). В равновесии $\tau^{-1}_{\mathrm{GL}} \sim (T - T_{\mathrm{c}}) \ll T_{\mathrm{c}}$ и, следовательно, $2i\omega B_\omega \to 4iT_{\mathrm{c}}$. В состоянии, далеком от равновесия, мы должны выбрать τ^{-1}_{GL} меньшим, чем любой релевантный энергетический масштаб B_ω. Тогда можно заменить $2\omega B_\omega$ на

$$\lim_{\omega \to 0} 2\omega B_\omega \equiv T^* \tag{5.152}$$

и интерпретировать T^* как вторую эффективную температур. Таким образом,

$$[L^{(-1)}]_{\mathrm{K}} \equiv 4iT^*. \tag{5.153}$$

Рецепт построения стационарной неравновесной функции распределения показан на рис. 7b. Сверхпроводник соединен с электронными резервуарами через контакты с нормальным сопротивлением R и R' [речь может идти, например, о неупорядоченных квазиодномерных проводниках]. Если сопротивление удовлетворяет соотношению, $R \gg 1/L\sigma_{\mathrm{N}}$ [L и σ_{N} — диаметр и нормальная проводимость S-материала] тогда ток, идущий из контактов, распространяется по островку более-менее равномерно, что обеспечивает малость пространственных градиентов $\tilde{F}_{\mathrm{e(h)}}(\varphi)$. Сверхток j_s значительно меньше критического тока, если $\xi T_{\mathrm{eff}}/(L\langle\Delta_1\rangle) \gg L\sigma_{\mathrm{N}}R$. Мы пренебрегаем эффектами кулоновской блокады, учитывая, что вероятность прохождени (на один канал) между островом и проводами близка к единице. Используемые в экспериментах структуры [606] удовлетворяют большинству этих условий. Решая кинетическое уравнение $D\partial^2_{\mathbf{r}} F_{\mathrm{e(h)}} = 0$, находим, что на островке $F_{\mathrm{e(h)}} = \sum_{\mathrm{n}} p_{\mathrm{n}} \tanh[(E - V_{\mathrm{n}})/2T_n]$, $\sum_{\mathrm{n}} p_{\mathrm{n}} = 1$, где V_{n} — это напряжение на электроде n, а p_{n} определяется удельным сопротивлением проводов [характерный размер системы предполагается меньшим, чем длина неупругой релаксации квазичастиц]. В случае двух электродов, $p_2 = R/R_\Sigma$, где $R_\Sigma = R + R'$. Аналогичная структура p_n справедлива для многотерминального случая.

Для иллюстрации разработанного подхода рассмотрим систему с $p_2 = p_1 = 1/2$. Тогда

$$\tilde{F}_{\mathrm{e(h)}} = \frac{1}{2}\left[\tanh\frac{E \pm V/2}{2T} + \tanh\frac{E \mp V/2}{2T}\right], \tag{5.154}$$

где $\delta\varphi = 0$, $T^* = T_{\text{eff}}$, и

$$T_{\text{eff}} = T\cosh^2(V/4T), \tag{5.155}$$

$$\tau_{\text{GL}}^{-1} = \alpha\, T_{\text{eff}}\left\{\text{Re}\,\text{H}_{-\frac{1}{2}+iu} + 2\ln 2 + \ln(T/T_{\text{c}})\right\}, \tag{5.156}$$

$$b = -\frac{T_{\text{eff}}}{2\pi^3 T}\,\text{Re}\,\Psi^{(2)}(1/2 + iu). \tag{5.157}$$

Здесь $u = V/4\pi T$, и Ψ — дигамма функция. Важно, что параметр b очень чувствителен к степени отклонения системы от равновесия, см. рис.7: он меняет знак при $u \approx 0.3$, оставаясь отрицательным, что говорит о возникновении неустойчивости [это согласуется с расчётами в статьях [578–580]] и необходимости удерживать члены порядка $\sim \Delta^6$ в действии типа ГЛ. В то время, как $u \lesssim 1$, $\tau_{\text{GL}}^{-1} \approx [\theta u^2 + \ln(T/T_{\text{c}})]\alpha\, T_{\text{eff}}$, где $\theta = 7\zeta[3] \approx 8.4$. На рис. 7, $\langle\Delta\rangle \sim \sqrt{V_{\text{c}} - V}$, где $V_{\text{c}} \approx 4\pi T\sqrt{\ln(T_{\text{c}}/T)/\theta}$. Выбирая, например, $T = 1.3T_{\text{c}}$ в электродах и $V = 2T_{\text{c}}$, можно получить: $T_{\text{eff}}/T \sim 0.87$, $\tau_{\text{GL}}/\tau_{\text{GL}}^{(\text{eq})} \sim 0.69$, а затем флуктуации восприимчивости, см. уравнение (5.146): $\chi/\chi^{(\text{eq})} \sim 0.6$.

5.6. Выводы к главе 5

Получено квантовое кинетическое уравнение, которое описывает релаксацию энергии за счет электрон-электронного взаимодействия в неупорядоченных электронных системах со спиновой поляризацией. Найдено немонотонное поведение скорости рассеяния как функции средней намагниченности электронов. Этот эффект может быть использован для перевода системы из неравновесного в квазиравновесный режим и обратно при увеличении спиновой поляризации. Подавление скорости рассеяния для больших $|\mathbf{m}|$ может быть использовано для отделения электронных степеней свободы от окружающей среды.

Развита теория флуктуационных эффектов в сверхпроводниках вдалеке от равновесия, обобщающая стандартное описание сверхпроводящих флуктуаций. Вдали от состояния равновесия получен замкнутый набор уравнений, количественно описывающих флуктуации. В частности, исследован неравновесный флуктуационный вклад в магнитную восприимчивость и найдено аналитическое выражение для эффективной температуры в зависимости от напряжения смещения. В качестве иллюстрации предлагаемой общей методики обсуждается динамика сверхпроводящей гранулы, соединенной с электронным резервуаром через неупорядоченные нормальные проводники.

Показано, что вдали от равновесия $\mathcal{PT}$ – симметрия благоприятствует флуктуирующим куперовским парам в сверхпроводящей слабой связи. Мы обнаружили, что приложенное электрическое поле, превышающее критическое значение, $\mathcal{E}_c$, нарушает

симметрию $\mathcal{PT}$ и разрушает сверхпроводящие флуктуации в слабой связи. Мы количественно описали экспериментально наблюдаемое дифференциальное сопротивление слабой связи в окрестности критической температуры, используя теоретический расчет неравновесных флуктуационных поправок к проводимости с учетом электрического поля и эффектов нарушения $\mathcal{PT}$ – симметрии.

Разработан общий подход для количественного описания электронных и тепловых токов в двумерных сверхпроводниках вдали от режима равновесия. Мы показали, что различные электронные подсистемы, одночастичные возбуждения, электронно-дырочные возбуждения и куперовские пары приобретают различные температуры: T_{e}, T_{eh} и T_{Cp}. Мы показали, что можно экспериментально управлять температурой этих подсистем и in-situ переключать их между «холодным» и «горячим» состояниями.

Заключение

Большинство активно изучаемых в настоящее время современных материалов связаны с нанотехнологиями. В этих системах на пересечении микроскопических и макроскопических масштабов могут проявляются особенно ярко квантовые эффекты, и именно они часто наиболее востребованы в перспективных приложениях, связанных с квантовыми вычислениями, квантовой коммуникацией и электроникой нового поколения. В диссертации ставится и решается вопрос, как в типичных наносистемах эффекты интерференции и квантовой статистики частиц проявляются вдали от равновесия.

Основные результаты диссертации:

Разработан и систематически проанализирован метод расчета статистики переноса заряда в квантовых проводниках. Показано, что корреляторы высоких порядков, определенные из полученных ранее квантовой и классической биномиальных функций распределения для электронов, в квантовом проводнике могут быть измеримыми величинами при различных способах измерения.

Предложен метод проверки неравенств Белла в наноконтактах сверхпроводников и квазиодномерных проводников. Показано, что устройство, которое состоит из одностенной углеродной нанотрубки, соединенной на обоих концах с электродами в нормальном состоянии и соединенной в ее средней части со сверхпроводящей нанопроволокой, позволяет получать запутанные электронные пары.

Исследован электронный транспорт в квантовых сверхпроводящих точечных контактах типа сверхпроводник – нормальный металл – сверхпроводник (Андреевские квантовые точечные контакты) в случае сильного спин-орбитального взаимодействия в нормальной части контакта. Проведен анализ перспектив таких андреевских квантовых точек для спиновых манипуляций и квантовых вычислений.

Предложен способ “фильтрации” спинового и зарядового тока с помощью сверхпроводящего гибридного контакта.

Систематически исследован, как теоретически, так и экспериментально, джозефсоновский транзистор — устройство, которое теоретически должно демонстрировать одновременно квантование заряда и фазовую когерентность.

Разработана теория электронного транспорта в контактах сверхпроводник – двумерный нормальный металл в перпендикулярном квантующем магнитном поле. Установлена связь между такими областями физики, как мезоскопическая сверхпроводимость и квантовый эффект Холла. Теоретические расчеты были успешно апробированы в экспериментах.

Разработан и проанализирован метод расчета электронного транспорта в гибридных систем ферромагнетик-сверхпроводник с учетом доменной структуры ферромагнетика. Исследования бислоев типа SF показали, что их транспортные свойства часто сильно зависят от взаимодействие между магнитной структурой ферромагнетика и сверхпроводимостью. В частности, из-за ферромагнитных доменов могут возникать вихри в сверхпроводящей пленке бислоя SF, а конфигурация доменов, в свою очередь, может зависеть от вихрей. Наличие доменных стенок на границе раздела ферромагнетик-сверхпроводник значительно увеличивает проводимость.

Разработана неравновесная теория электронного транспорта в массивах контактов типа SNS (сверхпроводник – нормальный метал – сверхпроводник) контактов. Показано, что островки сверхпроводимости в таких системах действуют как андреевский ретранслятор. Неравновесный транспорт через массив SNSNS определяется синхронизованными андреевскими процессами на NS границах. Построенная теория является фундаментальной структурной единицей для общего количественного описания большого массива, состоящего из множества SNS-переходов.

Разработан и систематически проанализирован метод расчета динамики открытой системы типа спазера или метамолекулы. Исследована динамика спазера, представляющего собой нанолазер в сильном некогерентном режиме накачки в квантовом пределе, когда число фотонов порядка единицы. Рассмотрена ситуация, когда вновь излучённые фотоны оказываются в облаке ранее излученных фотонов, которые не находятся в состоянии термодинамического равновесия. В результате “запутанности” степеней свободы наночастицы со степенями свободы квантовой точки в нанолазере интенсивность генерации возрастает в несколько раз. Фактически, такой неравновесный резервуар эффективно делает нанолазер “более квантовым”. Получено нелинейное и самосогласованное управляющее уравнение для матрицы плотности нанолазера.

Написан эффективный численный код для решения модели типа Джейнса-Каммингса, которая описывает взаимодействие двухуровневой системы с модой электромагнитного поля, а также систему взаимодействующих спазеров. Проведен анализ многовременных корреляционных функций излучаемого спазером электромагнитного поля и исследование его квантовых и когерентных свойств.

Рассмотрено взаимодействие между сферической металлической наночастицей и

двухуровневым атомом. Показано, что сила взаимодействия между наночастицей и двухуровневым атомом немонотонно зависит от расстояния между ними. Причиной немонотонности является возбуждение высших мультипольных мод наночастицы.

Рассмотрена динамика метамолекулы, состоящей из металлической частицы и атома, во внешнем поле. Показано, что при определённых значениях амплитуды внешнего поля происходит значительное сужение спектра флюоресценции метамолекулы. Причиной сужения спектра флюоресценции является квантовый стохастический резонанс системы при воздействии на неё когерентного сигнала.

Предложен плазмонный квантовый усилитель на основе графена и показано, что его свойствами можно управлять in situ. Для выполнения этих задач были развиты и применены новые оригинальные теоретические подходы, включая компьютерное моделирование на компьютерных кластерах и суперкомпьютерах.

Показано, что в наносистемах взаимосвязь между кинетикой электронов и сегнетоэлектричеством гораздо сильнее, чем в большинстве объемных однородных систем.

В случае магнитных гранул показано, что ферроэлектрик может в значительной степени влиять на обменное взаимодействие между гранулами. Обменное взаимодействие — часть кулоновского взаимодействия. Диэлектрическая проницаемость напрямую входит в оператор кулоновского взаимодействия. Поэтому диэлектрическая проницаемость ферроэлектрика должна существенно влиять на обмен между гранулами.

Одной из ключевых решенных задач является разработка теории электронного транспорта в одноэлектронных транзисторах с феррэлектрическими компонентами. Ферроэлектрик в этом описании приводит к дополнительным зарядам, возникающим на емкости между гранулой и затвором. Исследовано поведение системы при произвольном соотношении между временем релаксации ферроэлектрика t_{FE} и характерным временем релаксации заряда на грануле одноэлектронного транзистора, t_{d}. Ключевые результаты удалось получить аналитическими методами. Для выполнения задач этого раздела были развиты и применены новые оригинальные теоретические подходы, включая численное моделирование, которое позволило проверить аналитические результаты и исследовать поведение системы в области параметров, где не работают методы теории возмущений и среднего поля. Показано, что для «медленного» активного диэлектрика или ферроэлектрика в конденсаторах одноэлектронного транзистора и достаточно низкой температуры сопротивление как функция заряда затвора Q_0 (напряжения на затворе) испытывает гистерезис. Этот гистерезис устойчив к флуктуациям поляризации ферроэлектрика. Предложена ячейка памяти на основе одноэлектронного транзистора и показано, что ее свойствами можно управлять in situ.

Классическую или квантовую систему можно считать сильнонеравновесной, если

большинство ее свойств нельзя описывать в рамках теорий линейного отклика. Обычно значительная часть энергии, которая тратится на поддержание такой системы в неравновесном состоянии, идет на возбуждение многочастичных степеней свободы. В диссертации приведены результаты исследования механизмов транспорта и диссипации энергии в квантовых наносистемах, состоящих из нескольких мезоскопических контактов или массивах таких контактов (такие квантовые системы мы называем композитными), состоящих из (нано)частиц нескольких сортов. Найден ответит на вопрос, как перегрев (переохлаждение) многочастичных степеней свободы влияет на свойства системы. Общей особенностью систем, которые были изучены, является то, что их неравновесная динамика в широком диапазоне параметров определяется мягкими степенями свободы.

Исследован электронный транспорт в гранулированных проводниках, когда неупругое котуннелирование — основной канал переноса электронов. В общем случае найден ответ на вопрос, какая часть мощности тратится на нагрев гранул посредством генерации в них электрон-дырочных пар, а какая часть энергии рассеивается в глубине электродов. При низких температурах эта задача выходит далеко за рамки теории линейного отклика. Найдено, насколько нагревается гранула при прохождении тока, какую роль при этом играют фононы, охлаждающие гранулу, как нагрев гранулы влияет на вольт-амперную характеристику. Показано, что в случае котунелирования через несколько гранул следует ожидать неоднородного нагрева гранул и особенностей вольт-амперной характеристики, связанных с перегревом электронных степеней свободы в гранулах.

Разработан общий подход на основе нелинейной сигма-модели с неабелевыми калибровочными полями для описания неравновесной спин-поляризованной электронной жидкости в неупорядоченных низкоразмерных проводниках. Получено квантовое кинетическое уравнение, которое описывает релаксацию энергии за счет электрон-электронного взаимодействия. Найдено немонотонное поведение скорости рассеяния как функции средней намагниченности электронов. Этот эффект может быть использован для перевода системы из неравновесного в квазиравновесный режим и обратно при увеличении спиновой поляризации. Подавление скорости рассеяния для больших $|\mathbf{m}|$ может быть использовано для отделения электронных степеней свободы от окружающей среды.

Развита теория флуктуационных эффектов в сверхпроводниках вдалеке от равновесия, обобщающая стандартное описание сверхпроводящих флуктуаций. Вдали от состояния равновесия получен замкнутый набор уравнений, количественно описывающих флуктуации. В частности, исследован неравновесный флуктуационный вклад в магнитную восприимчивость и найдено аналитическое выражение для эффективной темпера-

туры в зависимости от напряжения смещения. В качестве иллюстрации предлагаемой общей методики обсуждается динамика сверхпроводящей гранулы, соединенной с электронным резервуаром через неупорядоченные нормальные проводники.

Показано, что вдали от равновесия $\mathcal{PT}$ – симметрия благоприятствует флуктуирующим куперовским парам в сверхпроводящей слабой связи. Мы обнаружили, что приложенное электрическое поле, превышающее критическое значение, $\mathcal{E}_c$, нарушает симметрию $\mathcal{PT}$ и разрушает сверхпроводящие флуктуации в слабой связи. Мы количественно описали экспериментально наблюдаемое дифференциальное сопротивление слабой связи в окрестности критической температуры, используя теоретический расчет неравновесных флуктуационных поправок к проводимости с учетом электрического поля и эффектов нарушения $\mathcal{PT}$ – симметрии.

Разработан общий подход для количественного описания электронных и тепловых токов в двумерных сверхпроводниках вдали от режима равновесия. Показано, что различные электронные подсистемы, одночастичные возбуждения, электронно-дырочные возбуждения и куперовские пары приобретают различные температуры: T_{e}, T_{eh} и T_{Cp}. Мы показали, что можно экспериментально управлять температурой этих подсистем и in-situ переключать их между «холодным» и «горячим» состояниями.

Литература

[1] V Bouchiat, N Chtchelkatchev, D Feinberg, GB Lesovik, Th Martin, and J Torres. Single-walled carbon nanotube–superconductor entangler: noise correlations and einstein–podolsky–rosen states. Nanotechnology, 14(1):77, 2002.

[2] T Martin, A Crepieux, and N Chtchelkatchev. Noise correlations, entanglement, and bell inequalities. In Quantum noise in mesoscopic physics, pages 313–335. Springer, 2003.

[3] Nikolai M. Chtchelkatchev and Yu. V. Nazarov. Andreev quantum dots for spin manipulation. Phys. Rev. Lett., 90:226806, Jun 2003.

[4] G B Lesovik and NM Chtchelkatchev. Quantum and classical binomial distributions for the charge transmitted through coherent conductor. JETP Letters, 77(7):393–396, 2003.

[5] Nikolai M. Chtchelkatchev and Igor S. Burmistrov. Andreev conductance of a domain wall. Phys. Rev. B, 68:140501, Oct 2003.

[6] NM Chtchelkatchev. Superconducting spin filter. JETP Letters, 78(4):230–235, 2003.

[7] Nikolai M Chtchelkatchev, Wolfgang Belzig, and Christoph Bruder. Charge transport through a single-electron transistor with a mechanically oscillating island. Physical Review B, 70(19):193305, 2004.

[8] NM Chtchelkatchev. Transitions between π and 0 states in superconductor-ferromagnet-superconductor junctions. JETP Letters, 80(12):743–747, 2004.

[9] I. S. Burmistrov and N. M. Chtchelkatchev. Domain wall effects in ferromagnet-superconductor structures. Phys. Rev. B, 72:144520, Oct 2005.

[10] Ivana Petković, Nikolai M. Chtchelkatchev, and Zoran Radović. Resonant amplification of the andreev process in ballistic josephson junctions. Phys. Rev. B, 73:184510, May 2006.

[11] NM Chtchelkatchev. Incoherent multiple andreev reflection in an array of sns junctions. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 83(6):250–255, 2006.

[12] N. M. Chtchelkatchev and I. S. Burmistrov. Conductance oscillations with magnetic field of a two-dimensional electron gas–superconductor junction. Phys. Rev. B, 75:214510, Jun 2007.

[13] Igor E. Batov, Thomas Schäpers, Nikolai M. Chtchelkatchev, Hilde Hardtdegen, and Alexey V. Ustinov. Andreev reflection and strongly enhanced magnetoresistance oscillations in gaas heterostructures with superconducting contacts. Phys. Rev. B, 76:115313, Sep 2007.

[14] N. M. Chtchelkatchev and I. S. Burmistrov. Energy relaxation in the spin-polarized disordered electron liquid. Phys. Rev. Lett., 100:206804, May 2008.

[15] N.M. Chtchelkatchev and I.S. Burmistrov. Conductance oscillations with magnetic field of a two-dimensional electron gas-superconductor junction. In Janez Bonca and Sergei Kruchinin, editors, Electron transport in nanosystems, NATO Science for Peace and Security Series B: Physics and Biophysics, pages 25–44. Springer Netherlands, 2008.

[16] N. Chtchelkatchev and V. Vinokur. Nonequilibrium mesoscopic superconductors in a fluctuational regime. EPL (Europhysics Letters), 88(4):47001, nov 2009.

[17] I. E. Batov, Th. Schaepers, N. M. Chtchelkatchev, A. A. Golubov, H. Hardtdegen, and A. V. Ustinov. Electronic transport in mesoscopic superconductor/2d electron gas junctions in strong magnetic field. Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics, 73(7):880–882, Jul 2009.

[18] N. M. Chtchelkatchev, T. I. Baturina, A. Glatz, and V. M. Vinokur. Synchronized andreev transmission in sns junction arrays. Phys. Rev. B, 82:024526, Jul 2010.

[19] A. Petković, N. M. Chtchelkatchev, T. I. Baturina, and V. M. Vinokur. Out-of-equilibrium heating of electron liquid: Fermionic and bosonic temperatures. Phys. Rev. Lett., 105:187003, Oct 2010.

[20] I. M. Khaymovich, N. M. Chtchelkatchev, I. A. Shereshevskii, and A. S. Mel'nikov. Andreev transport in two-dimensional normal-superconducting systems in strong magnetic fields. EPL (Europhysics Letters), 91(1):17005, jul 2010.

[21] A. Glatz, I. S. Beloborodov, N. M. Chtchelkatchev, and V. M. Vinokur. Heating effects in a chain of quantum dots. Phys. Rev. B, 82:075314, Aug 2010.

[22] T.I. Baturina, A.Yu. Mironov, V.M. Vinokur, N.M. Chtchelkatchev, A. Glatz, D.A. Nasimov, and A.V. Latyshev. Resonant andreev transmission in two-dimensional array of sns junctions. Physica C: Superconductivity and its Applications, 470:S810 – S812, 2010.

[23] N.M. Chtchelkatchev, V.M. Vinokur, and T.I. Baturina. Synchronized andreev tranzitions in chains of sns junctions. In Janez Bonca and Sergei Kruchinin, editors, Physical Properties of Nanosystems, NATO Science for Peace and Security Series B: Physics and Biophysics, pages 87–107. Springer Netherlands, 2011.

[24] N.M. Chtchelkatchev, V.M. Vinokur, and T.I. Baturina. Low temperature transport in tunnel junction arrays: Cascade energy relaxation. In Janez Bonca and Sergei Kruchinin, editors, Physical Properties of Nanosystems, NATO Science for Peace and Security Series B: Physics and Biophysics, pages 25–44. Springer Netherlands, 2011.

[25] A. Petković, N. M. Chtchelkatchev, and V. M. Vinokur. Far-from-equilibrium superconductor in fluctuational regime. Phys. Rev. B, 84:064510, Aug 2011.

[26] A. Glatz, N. M. Chtchelkatchev, and I. S. Beloborodov. Nonlinear transport characteristics of mesoscopic tunnel junctions far from equilibrium. Phys. Rev. B, 86:045440, Jul 2012.

[27] N. M. Chtchelkatchev and A. Glatz. Analytical description of the quantum-mesoscopic-classical transition in systems with quasidiscrete environments. Phys. Rev. E, 85:061129, Jun 2012.

[28] E. S. Andrianov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Pukhov. Nanolaser in the self-generated nonequilibrium environment: Quantum fluctuations and entanglement. Phys. Rev. A, 88:053826, Nov 2013.

[29] N. M. Chtchelkatchev, A. Glatz, and I. S. Beloborodov. Universality and quantization of the power-to-heat ratio in nanogranular systems. Phys. Rev. B, 88:125130, Sep 2013.

[30] N M Chtchelkatchev, A Glatz, and I S Beloborodov. Interplay of charge and heat transport in a nano-junction in the out-of-equilibrium cotunneling regime. Journal of Physics: Condensed Matter, 25(18):185301, apr 2013.

[31] S. Kafanov and N. M. Chtchelkatchev. Single flux transistor: The controllable interplay of coherent quantum phase slip and flux quantization. J. Appl. Phys., 114(7):–, 2013.

[32] O. G. Udalov, N. M. Chtchelkatchev, and I. S. Beloborodov. Coupling of ferroelectricity and ferromagnetism through coulomb blockade in composite multiferroics. Phys. Rev. B, 89:174203, May 2014.

[33] O. G. Udalov, N. M. Chtchelkatchev, and I. S. Beloborodov. Proximity coupling of a granular film with a ferroelectric substrate and giant electroresistance effect. Phys. Rev. B, 90:054201, Aug 2014.

[34] S. A. Fedorov, A. E. Korolkov, N. M. Chtchelkatchev, O. G. Udalov, and I. S. Beloborodov. Interplay of ferroelectricity and single electron tunneling. Phys. Rev. B, 89:155410, Apr 2014.

[35] S. A. Fedorov, A. E. Korolkov, N. M. Chtchelkatchev, O. G. Udalov, and I. S. Beloborodov. Memory effect in a ferroelectric single-electron transistor: Violation of conductance periodicity in the gate voltage. Phys. Rev. B, 90:195111, Nov 2014.

[36] O. G. Udalov, N. M. Chtchelkatchev, A. Glatz, and I. S. Beloborodov. Interplay of coulomb blockade and ferroelectricity in nanosized granular materials. Phys. Rev. B, 89:054203, Feb 2014.

[37] S. A. Fedorov, N. M. Chtchelkatchev, O. G. Udalov, and I. S. Beloborodov. Single-electron tunneling with slow insulators. Phys. Rev. B, 92:115425, Sep 2015.

[38] E. S. Andrianov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Pukhov. Superattraction mediated by quantum fluctuations of plasmon quasi-continuum. Opt. Lett., 40(9):2056–2059, May 2015.

[39] E. S. Andrianov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Pukhov. Noisy metamolecule: strong narrowing of fluorescence line. Opt. Lett., 40(15):3536–3539, Aug 2015.

[40] O. G. Udalov, N. M. Chtchelkatchev, S. A. Fedorov, and I. S. Beloborodov. Conductance of a single electron transistor with a retarded dielectric layer in the gate capacitor. Phys. Rev. B, 92:205416, Nov 2015.

[41] E. S. Andrianov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Pukhov. Noisy metamolecule: strong narrowing of fluorescence line: reply. Opt. Lett., 41(24):5822–5822, Dec 2016.

[42] Yu. E. Lozovik, I. A. Nechepurenko, E. S. Andrianov, A. V. Dorofeenko, A. A. Pukhov, and N. M. Chtchelkatchev. Self-consistent description of graphene quantum amplifier. Phys. Rev. B, 94:035406, Jul 2016.

[43] Thabitha P Dasari Shareena, Danielle McShan, Asok K Dasmahapatra, and Paul B Tchounwou. A review on graphene-based nanomaterials in biomedical applications and risks in environment and health. Nano-micro letters, 10(3):53, 2018.

[44] I.A. Ovid'ko, R.Z. Valiev, and Y.T. Zhu. Review on superior strength and enhanced ductility of metallic nanomaterials. Progress in Materials Science, 94:462 – 540, 2018.

[45] Abdalla M. Abdalla, Shahzad Hossain, Atia T. Azad, Pg Mohammad I. Petra, Feroza Begum, Sten G. Eriksson, and Abul K. Azad. Nanomaterials for solid oxide fuel cells: A review. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 82:353 – 368, 2018.

[46] Josny Joy, Jinu Mathew, and Soney C. George. Nanomaterials for photoelectrochemical water splitting – review. International Journal of Hydrogen Energy, 43(10):4804 – 4817, 2018.

[47] Ying-Xu Chen, Ke-Jing Huang, and Ke-Xin Niu. Recent advances in signal amplification strategy based on oligonucleotide and nanomaterials for microrna detection-a review. Biosensors and Bioelectronics, 99:612 – 624, 2018.

[48] Sanjay Gopal Ullattil, Soumya B. Narendranath, Suresh C. Pillai, and Pradeepan Periyat. Black tio2 nanomaterials: A review of recent advances. Chemical Engineering Journal, 343:708 – 736, 2018.

[49] Jamie R. Lead, Graeme E. Batley, Pedro J. J. Alvarez, Marie-Noële Croteau, Richard D. Handy, Michael J. McLaughlin, Jonathan D. Judy, and Kristin Schirmer. Nanomaterials in the environment: Behavior, fate, bioavailability, and effects—an updated review. Environmental Toxicology and Chemistry, 37(8):2029–2063.

[50] Lukas Grünhaupt, Nataliya Maleeva, Sebastian T Skacel, Martino Calvo, Florence Levy-Bertrand, Alexey V Ustinov, Hannes Rotzinger, Alessandro Monfardini, Gianluigi Catelani, and Ioan M Pop. Loss mechanisms and quasiparticle dynamics in superconducting microwave resonators made of thin-film granular aluminum. Physical Review Letters, 121(11):117001, 2018.

[51] Hadar Greener, Victor Shelukhin, Michael Karpovski, Moshe Goldstein, and Alexander Palevski. Proximity effect in superconducting-ferromagnetic granular structures. Physical Review B, 97(1):014520, 2018.

[52] Nataliya Maleeva, Lukas Gruenhaupt, T Klein, F Levy-Bertrand, O Dupre, M Calvo, F Valenti, P Winkel, F Friedrich, W Wernsdorfer, et al. Circuit quantum electrodynamics of granular aluminum resonators. Nature Communications, 9(1):3889, 2018.

[53] Shingo Yonezawa, Claire A Marrache-Kikuchi, Klaus Bechgaard, and Denis Jérome. Crossover from impurity-controlled to granular superconductivity in (tmtsf) 2 clo 4. Physical Review B, 97(1):014521, 2018.

[54] Patrick Winkel, Dennis Rieger, Lukas Gruenhaupt, Kiril Borisov, Nataliya Maleeva, Martin Spiecker, Alexey Ustinov, Wolfgang Wernsdorfer, and Ioan-Mihai Pop. Granular aluminum: A source of non-linearity for superconducting quantum circuits. Bulletin of the American Physical Society, 2019.

[55] CC Soares, M ElMassalami, Y Yanagisawa, M Tanaka, H Takeya, and Y Takano. Quantum conductance-temperature phase diagram of granular superconductor k x fe 2- y se 2. Scientific reports, 8(1):7041, 2018.

[56] MC Diamantini, CA Trugenberger, and VM Vinokur. Topological gauge theory of the superconductor-insulator transition. Topological Phase Transitions And New Developments, page 197, 2018.

[57] E Hannachi, Y Slimani, F Ben Azzouz, and A Ekicibil. Higher intra-granular and inter-granular performances of ybco superconductor with tio2 nano-sized particles addition. Ceramics International, 44(15):18836–18843, 2018.

[58] GM Klemencic, JM Fellows, JM Werrell, S Mandal, SR Giblin, RA Smith, and OA Williams. Observation of a superconducting glass state in granular superconducting diamond. Scientific reports, 9(1):4578, 2019.

[59] F Levy-Bertrand, T Klein, T Grenet, O Dupré, A Benoît, A Bideaud, O Bourrion, M Calvo, A Catalano, A Gomez, et al. Electrodynamics of granular aluminum from superconductor to insulator: Observation of collective superconducting modes. Physical Review B, 99(9):094506, 2019.

[60] Dinesh Shrestha, Zarghaam Haider Rizvi, and Frank Wuttke. Effective thermal conductivity of unsaturated granular geocomposite using lattice element method. Heat and Mass Transfer, pages 1–13, 2019.

[61] M Eisterer. Predicting critical currents in grain-boundary limited superconductors. Physical Review B, 99(9):094501, 2019.

[62] Y Öner and S Avci. Electronic and magnetic properties of pt based intermetalic laptas and lapt 2 as compounds. Journal of Electronic Materials, 48(4):2200–2208, 2019.

[63] E Flores, S Yoda, C Morales, O Caballero-Calero, P Díaz-Chao, M Martín-González, JR Ares, IJ Ferrer, and C Sánchez. Pyrite thin films on amorphous substrates: Interaction with the substrate and doping effects. Thin Solid Films, 2019.

[64] Yongze Cao, Pawan Kumar, Yue Zhao, Yudai Suzuki, Satoru Yoshimura, and Hitoshi Saito. High magnetization co-gdox superparamagnetic granular films as magnetic coating materials for high-sensitivity alternating magnetic force microscopy tip. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 462:119–126, 2018.

[65] Mitsunori Miyamoto, Toshiya Kubo, Yuta Fujishiro, Kenta Shiota, Makoto Sonehara, and Toshiro Sato. Enhancement of faraday effect of transparent ferromagnetic co-mgf2 granular film by introducing fabry–pérot resonant structure. Electrical Engineering in Japan, 2018.

[66] Mitsunori Miyamoto, Toshiya Kubo, Yuta Fujishiro, Kenta Shiota, Makoto Sonehara, and Toshiro Sato. Fabrication of ferromagnetic co-mgf2 granular film with high transmittance and large faraday effect for optical magnetic field sensor. IEEE Transactions on Magnetics, (99):1–5, 2018.

[67] Kenta Mitsufuji, Masahito Nambu, Katsuhiro Hirata, and Fumikazu Miyasaka. Numerical method for the ferromagnetic granules utilizing discrete element method and method of moments. IEEE Transactions on Magnetics, 54(3):1–4, 2018.

[68] BK Argymbek, SE Kichanov, DP Kozlenko, EV Lukin, AT Morchenko, SG Dzhabarov, and BN Savenko. Crystal and magnetic structures of granular powder spinel mn–zn and ni–zn ferrites. Physics of the Solid State, 60(9):1727–1732, 2018.

[69] AN Gorkovenko, VN Lepalovskij, and VO Vas'kovskiy. Effect of granular spacer on the exchange bias effect in femn-based film structures. Physics of Metals and Metallography, 119(7):622–626, 2018.

[70] Marco Menarini, Marko V Lubarda, Ruinan Chang, Shajing Li, Sidi Fu, Boris Livshitz, and Vitaliy Lomakin. Micromagnetic simulator for complex granular systems based on voronoi tessellation. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2019.

[71] Kim Kong Tham, Ryosuke Kushibiki, Tomonari Kamada, and Shin Saito. Proposal of granular-type cap layer with high-ku copt grains and ferromagnetic oxide grain boundaries for full granular media. IEEE Transactions on Magnetics, 2019.

[72] Teruhiro Kasagi, Koji Kono, Takanori Tsutaoka, and Shinichiro Yamamoto. Electromagnetic properties of fe 50 co 50/cu granular composite materials containing flaky particles. IEEE Transactions on Magnetics, 55(2):1–4, 2019.

[73] Yuan Gao, Tian Wang, Zhongqiang Hu, and Bin Peng. Integrated multiferroic inductors–toward reconfiguration. Integrated Multiferroic Heterostructures and applications, 2019.

[74] S Saito, H Sato, K Ooki, K Akahane, and H Uchida. Near-infrared magneto-refractive effect for antiferro-magnetically exchange coupled co/ru multilayer film in transmission configuration. Journal of the Magnetics Society of Japan, page 1903R003, 2019.

[75] Qingqing Li, Wanyu Ke, Tongxin Chang, and Zhijun Hu. A molecular ferroelectrics induced electroactive β-phase in solution processed pvdf films for flexible piezoelectric sensors. Journal of Materials Chemistry C, 2019.

[76] Gaurav Vats, Shalini Kumari, Dhiren K Pradhan, Ram S Katiyar, VN Ojha, Chris R Bowen, Ashok Kumar, et al. Magnetocaloric effect and piezoresponse of engineered ferroelectric-ferromagnetic heterostructures. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 473:511–516, 2019.

[77] Hyeon Jun Lee and Ji Young Jo. Switching behaviors of ferroelectric and relaxor polymer blend films. Electronic Materials Letters, pages 1–6, 2019.

[78] Victor Rouco, Ralph El Hage, Anke Sander, J Grandal, J Briatico, Sophie Collin, J Trastoy, K Bouzehouane, A Bouzdine, G Singh, et al. Tunnel electroresistance in superconducting/ferroelectric junctions. Bulletin of the American Physical Society, 2019.

[79] J Tornos, F Gallego, S Valencia, Yi Hua Liu, V Rouco, V Lauter, R Abrudan, C Luo, H Ryll, Q Wang, et al. Ferroelectric control of interface spin filtering in multiferroic tunnel junctions. Physical Review Letters, 122(3):037601, 2019.

[80] Sayani Majumdar, Hongwei Tan, Qi Hang Qin, and Sebastiaan van Dijken. Energy-efficient organic ferroelectric tunnel junction memristors for neuromorphic computing. Advanced Electronic Materials, page 1800795, 2019.

[81] Huitao Shen, Junwei Liu, Kai Chang, and Liang Fu. In-plane ferroelectric tunnel junction. Physical Review Applied, 11(2):024048, 2019.

[82] Hoang Luong, Rugang Geng, Minh Pham, and Tho Nguyen. Giant electrically controlled spinterface in organic ferroelectric copolymer-based multiferroic tunnel junctions. Bulletin of the American Physical Society, 2019.

[83] Maksym V Strikha, Anatolii I Kurchak, and Anna N Morozovska. Integer quantum hall effect in graphene channel with pn junction at domain wall in a strained ferroelectric film. Journal of Applied Physics, 125(8):082525, 2019.

[84] Seung Ran Lee, Lkhagvasuren Baasandorj, Jung Won Chang, In Woong Hwang, Jeong Rae Kim, Jeong-Gyu Kim, Kyung-Tae Ko, Seung Bo Shim, Min Woo Choi, Mujin You, et al. First observation of ferroelectricity in 1 nm ultrathin semiconducting batio3 films. Nano Letters, 2019.

[85] Николай Михайлович Щелкачев and Гордей Борисович Лесовик. Одномерное рассеяние в квантовой механике и его приложения. 2011.

[86] M. Büttiker. Scattering theory of thermal and excess noise in open conductors. Phys. Rev. Lett., 65:2901–2904, Dec 1990.

[87] Yuli V Nazarov and Yaroslav M Blanter. Quantum transport: introduction to nanoscience. Cambridge University Press, 2009.

[88] R. Landauer. Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction. IBM Journal of Research and Development, 1(3):223–231, July 1957.

[89] Yoseph Imry. Introduction to mesoscopic physics. Number 2. Oxford University Press on Demand, 2002.

[90] Yositake Takane and Hiromichi Ebisawa. Conductance formula for mesoscopic systems with a superconducting segment. Journal of the Physical Society of Japan, 61(5):1685–1690, 1992.

[91] Supriyo Datta. Electronic transport in mesoscopic systems. Cambridge university press, 1997.

[92] Y.M. Blanter and M. Büttiker. Shot noise in mesoscopic conductors. Physics Reports, 336(1):1–166, 2000.

[93] Max Born and Emil Wolf. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. Elsevier, 2013.

[94] Lev Davidovich Landau and EM Lifshitz. Course of Theoretical Physics: Vol.: 3: Quantum Mechanis: Non-Relativistic Theory. Elsevier,Oxford,UK, 2005.

[95] RI Shekhter GB Lesovik, DE Khmelnitskii, and R Shekhter. Reflectionless quantum transport and fundamental ballistic-resistance steps in microscopic constrictions. Jetp Letters, 48:238–241, 1988.

[96] Gordei B Lesovik and Ivan A Sadovskyy. Scattering matrix approach to the description of quantum electron transport. Physics-Uspekhi, 54(10):1007–1059, oct 2011.

[97] E. Schrödinger. Naturwissenschaften, 23:807, 1935.

[98] E. Schrödinger. Naturwissenschaften, 23:823, 1935.

[99] E. Schrödinger. Naturwissenschaften, 23:844, 1935.

[100] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? Phys. Rev., 47:777–780, May 1935.

[101] Mikhail B Menskii. Concept of consciousness in the context of quantum mechanics. Physics-Uspekhi, 48(4):389–409, apr 2005.

[102] Anton Zeilinger. Fundamentals of quantum information. Physics World, 11(3):35–40, mar 1998.

[103] Andrew Steane. Quantum computing. Reports on Progress in Physics, 61(2):117–173, feb 1998.

[104] Artur K. Ekert. Quantum cryptography based on bell's theorem. Phys. Rev. Lett., 67:661–663, Aug 1991.

[105] Charles H. Bennett, Gilles Brassard, Claude Crépeau, Richard Jozsa, Asher Peres, and William K. Wootters. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels. Phys. Rev. Lett., 70:1895–1899, Mar 1993.

[106] Alain Aspect, Jean Dalibard, and Gérard Roger. Experimental test of bell's inequalities using time-varying analyzers. Phys. Rev. Lett., 49:1804–1807, Dec 1982.

[107] Z. Y. Ou and L. Mandel. Violation of bell's inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment. Phys. Rev. Lett., 61:50–53, Jul 1988.

[108] Y. H. Shih and C. O. Alley. New type of einstein-podolsky-rosen-bohm experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion. Phys. Rev. Lett., 61:2921–2924, Dec 1988.

[109] Gregor Weihs, Thomas Jennewein, Christoph Simon, Harald Weinfurter, and Anton Zeilinger. Violation of bell's inequality under strict einstein locality conditions. Phys. Rev. Lett., 81:5039–5043, Dec 1998.

[110] J. Ignacio Cirac. Entangled atomic samples. Nature, 413(6854):375–377, 2001.

[111] M. A. Rowe, D. Kielpinski, V. Meyer, C. A. Sackett, W. M. Itano, C. Monroe, and D. J. Wineland. Experimental violation of a bell's inequality with efficient detection. Nature, 409(6822):791–794, 2001.

[112] Reinhold A. Bertlmann and Beatrix C. Hiesmayr. Bell inequalities for entangled kaons and their unitary time evolution. Phys. Rev. A, 63:062112, May 2001.

[113] Igor Marinković, Andreas Wallucks, Ralf Riedinger, Sungkun Hong, Markus Aspelmeyer, and Simon Gröblacher. Optomechanical bell test. Phys. Rev. Lett., 121:220404, Nov 2018.

[114] Oliver Thearle, Jiri Janousek, Seiji Armstrong, Sara Hosseini, Melanie Schünemann (Mraz), Syed Assad, Thomas Symul, Matthew R. James, Elanor Huntington, Timothy C. Ralph, and Ping Koy Lam. Violation of bell's inequality using continuous variable measurements. Phys. Rev. Lett., 120:040406, Jan 2018.

[115] Eric G. Cavalcanti. Classical causal models for bell and kochen-specker inequality violations require fine-tuning. Phys. Rev. X, 8:021018, Apr 2018.

[116] Constantine Yannouleas, Benedikt B. Brandt, and Uzi Landman. Interference, spectral momentum correlations, entanglement, and bell inequality for a trapped interacting ultracold atomic dimer: Analogies with biphoton interferometry. Phys. Rev. A, 99:013616, Jan 2019.

[117] John S. Bell. On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics, pages 1–6.

[118] John F. Clauser, Michael A. Horne, Abner Shimony, and Richard A. Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. Phys. Rev. Lett., 23:880–884, Oct 1969.

[119] A A Grib. Bell's inequalities and experimental verification of quantum correlations at macroscopic distances. Soviet Physics Uspekhi, 27(4):284–293, apr 1984.

[120] N. David Mermin. Hidden variables and the two theorems of john bell. Rev. Mod. Phys., 65:803–815, Jul 1993.

[121] J. M. Kikkawa and D. D. Awschalom. Resonant spin amplification in n-type gaas. Phys. Rev. Lett., 80:4313–4316, May 1998.

[122] J. M. Kikkawa and D. D. Awschalom. Lateral drag of spin coherence in gallium arsenide. Nature, 397(6715):139–141, 1999.

[123] G.B. Lesovik, T. Martin, and G. Blatter. Electronic entanglement in the vicinity of a superconductor. The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems, 24(3):287–290, Dec 2001.

[124] Patrik Recher, Eugene V. Sukhorukov, and Daniel Loss. Andreev tunneling, coulomb blockade, and resonant transport of nonlocal spin-entangled electrons. Phys. Rev. B, 63:165314, Apr 2001.

[125] Shiro Kawabata. Test of bell's inequality using the spin filter effect in ferromagnetic semiconductor microstructures. Journal of the Physical Society of Japan, 70(5):1210–1213, 2001.

[126] Radu Ionicioiu, Paolo Zanardi, and Fausto Rossi. Testing bell's inequality with ballistic electrons in semiconductors. Phys. Rev. A, 63:050101, Apr 2001.

[127] B.D. Josephson. Possible new effects in superconductive tunnelling. Physics Letters, 1(7):251 – 253, 1962.

[128] Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. Мир, 1968.

[129] Игорь Орестович Кулик. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. Наука„ 1970.

[130] Анатолий Вадимович Свидзинский. Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости. "Наука,"Глав. ред. физико-математической лит-ры, 1982.

[131] ЛГ Асламазов and АИ Ларкин. Эффект Джозефсона в точечных сверхпроводящих контактах. 1969.

[132] K. K. Likharev. Superconducting weak links. Rev. Mod. Phys., 51:101–159, Jan 1979.

[133] ВП Минеев and КВ Самохин. Введение в теорию необычной сверхпроводимости. М.: МФТИ, 1998.

[134] Nikolai Kopnin. Theory of nonequilibrium superconductivity, volume 110. Oxford University Press, 2001.

[135] Konstantin Konstantinovich Likharev. Dynamics of Josephson junctions and circuits. Gordon and Breach science publishers, 1986.

[136] ЯВ Фоминов and НМ Щелкачёв. Эффект Джозефсона: учеб. пособие. 2010.

[137] BD Josephson. Theoretical discovery of the josephson effect. In Josephson Junctions, pages 1–15. Pan Stanford, 2017.

[138] Iman Askerzade, Ali Bozbey, and Mehmet Cantürk. Foundations of josephson junction dynamics. In Modern Aspects of Josephson Dynamics and Superconductivity Electronics, pages 1–48. Springer, 2017.

[139] LR Tagirov, M Yu Kupriyanov, VN Kushnir, and Anatolie Sidorenko. Superconducting triplet proximity and josephson spin valves. In Functional Nanostructures and Metamaterials for Superconducting Spintronics, pages 31–47. Springer, 2018.

[140] AF Andreev. The thermal conductivity of the intermediate state in superconductors. JETP, 46(5):1823–1828, 1964.

[141] C. W. J. Beenakker and H. van Houten. Josephson current through a superconducting quantum point contact shorter than the coherence length. Phys. Rev. Lett., 66:3056–3059, Jun 1991.

[142] C. W. J. Beenakker. Quantum transport in semiconductor-superconductor microjunctions. Phys. Rev. B, 46:12841–12844, Nov 1992.

[143] CJ Lambert. Generalized landauer formulae for quasi-particle transport in disordered superconductors. Journal of Physics: Condensed Matter, 3(34):6579, 1991.

[144] M. P. Anantram and S. Datta. Current fluctuations in mesoscopic systems with andreev scattering. Phys. Rev. B, 53:16390–16402, Jun 1996.

[145] Tatsushi Akazaki, Hideaki Takayanagi, Junsaku Nitta, and Takatomo Enoki. A josephson field effect transistor using an inas-inserted-channel in0. 52al0. 48as/in0. 53ga0. 47as inverted modulation-doped structure. Applied Physics Letters, 68(3):418–420, 1996.

[146] Yasuhiro Asano. Magnetoconductance oscillations in ballistic semiconductor-superconductor junctions. Physical Review B, 61(3):1732, 2000.

[147] LI Glazmann, GB Lesovik, DE Khmelnitskii, and R Shekhter. Reflectionless quantum transport and fundamental ballistic-resistance steps in microscopic constrictions. Jetp Letters, 48:238–241, 1988.

[148] Y Takagaki. Transport properties of semiconductor-superconductor junctions in quantizing magnetic fields. Physical Review B, 57(7):4009, 1998.

[149] J. E. Mooij and Yu V. Nazarov. Superconducting nanowires as quantum phase-slip junctions. Nature Physics, 2:169 EP –, Feb 2006.

[150] M Tinkham. Introduction to Superconductivity. McGraw-Hill, New York, 1996.

[151] N. Giordano. Evidence for macroscopic quantum tunneling in one-dimensional superconductors. Phys. Rev. Lett., 61:2137–2140, Oct 1988.

[152] C. N. Lau, N. Markovic, M. Bockrath, A. Bezryadin, and M. Tinkham. Quantum phase slips in superconducting nanowires. Phys. Rev. Lett., 87:217003, Nov 2001.

[153] A. Bezryadin, C. N. Lau, and M. Tinkham. Quantum suppression of superconductivity in ultrathin nanowires. Nature, 404(6781):971–974, 2000.

[154] H. P. Büchler, V. B. Geshkenbein, and G. Blatter. Quantum fluctuations in thin superconducting wires of finite length. Phys. Rev. Lett., 92:067007, Feb 2004.

[155] Andrei D. Zaikin, Dmitrii S. Golubev, Anne van Otterlo, and Gergely T. Zimányi. Quantum phase slips and transport in ultrathin superconducting wires. Phys. Rev. Lett., 78:1552–1555, Feb 1997.

[156] Dmitri S. Golubev and Andrei D. Zaikin. Quantum tunneling of the order parameter in superconducting nanowires. Phys. Rev. B, 64:014504, Jun 2001.

[157] LN Bulaevskii, VV Kuzii, and Sobyanin AA. Superconducting system with weak coupling to the current in the ground state. JETP lett., 25:290 – 294, 1977.

[158] LN Bulaevskii, VV Kuzii, and Sobyanin AA. Critical-current oscillations as a function of the exchange field and thickness of the ferromagnetic metal (f) in an s–f–s josephson junction. JETP lett., 35:178–180, 1982.

[159] J. J. A. Baselmans, A. F. Morpurgo, B. J. van Wees, and T. M. Klapwijk. Reversing the direction of the supercurrent in a controllable josephson junction. Nature, 397(6714):43–45, 1999.

[160] V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts. Coupling of two superconductors through a ferromagnet: Evidence for a π junction. Phys. Rev. Lett., 86:2427–2430, Mar 2001.

[161] V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. V. Veretennikov, and A. Yu. Rusanov. Intrinsically frustrated superconducting array of superconductor-ferromagnet-superconductor π junctions. Phys. Rev. B, 65:020501, Dec 2001.

[162] Hans Hilgenkamp, Ariando, Henk-Jan H. Smilde, Dave H. A. Blank, Guus Rijnders, Horst Rogalla, John R. Kirtley, and Chang C. Tsuei. Ordering and manipulation of the magnetic moments in large-scale superconducting p-loop arrays. Nature, 422(6927):50–53, 2003.

[163] A. Buzdin and I. Baladié. Theoretical description of ferromagnetic π junctions near the critical temperature. Phys. Rev. B, 67:184519, May 2003.

[164] G. Testa, A. Monaco, E. Esposito, E. Sarnelli, D.-J. Kang, S. H. Mennema, E. J. Tarte, and M. G. Blamire. Midgap state-based π-junctions for digital applications. Applied Physics Letters, 85(7):1202–1204, 2004.

[165] S. M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V. A. Oboznov, V. V. Bolginov, and V. V. Ryazanov. Measurement of the current-phase relation of superconductor/ferromagnet/superconductor π josephson junctions. Phys. Rev. B, 70:144505, Oct 2004.

[166] R Mélin. sin (2varphi) current-phase relation in SFS junctions with decoherence in the ferromagnet. Europhysics Letters (EPL), 69(1):121–127, jan 2005.

[167] A. I. Buzdin. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures. Rev. Mod. Phys., 77:935–976, Sep 2005.

[168] Sergey M. Frolov, Micah J. A. Stoutimore, Trevis A. Crane, Dale J. Van Harlingen, Vladimir A. Oboznov, Valery V. Ryazanov, Adele Ruosi, Carmine Granata, and Maurizio Russo. Imaging spontaneous currents in superconducting arrays of p-junctions. Nature Physics, 4:32 EP –, Nov 2007.

[169] A. K. Feofanov, V. A. Oboznov, V. V. Bol'ginov, J. Lisenfeld, S. Poletto, V. V. Ryazanov, A. N. Rossolenko, M. Khabipov, D. Balashov, A. B. Zorin, P. N. Dmitriev, V. P. Koshelets, and A. V. Ustinov. Implementation of superconductor/ferromagnet/superconductor p-shifters in superconducting digital and quantum circuits. Nature Physics, 6:593 EP –, Jun 2010.

[170] Zoran Radović, Marko Ledvij, Ljiljana Dobrosavljević-Grujić, A. I. Buzdin, and John R. Clem. Transition temperatures of superconductor-ferromagnet superlattices. Phys. Rev. B, 44:759–764, Jul 1991.

[171] J. S. Jiang, D. Davidović, Daniel H. Reich, and C. L. Chien. Oscillatory superconducting transition temperature in nb/gd multilayers. Phys. Rev. Lett., 74:314–317, Jan 1995.

[172] Th. Mühge, N. N. Garif'yanov, Yu. V. Goryunov, G. G. Khaliullin, L. R. Tagirov, K. Westerholt, I. A. Garifullin, and H. Zabel. Possible origin for oscillatory superconducting transition temperature in superconductor/ferromagnet multilayers. Phys. Rev. Lett., 77:1857–1860, Aug 1996.

[173] M. G. Khusainov and Yu. N. Proshin. Possibility of periodically reentrant superconductivity in ferromagnet/superconductor layered structures. Phys. Rev. B, 56:R14283–R14286, Dec 1997.

[174] J. Aarts, J. M. E. Geers, E. Brück, A. A. Golubov, and R. Coehoorn. Interface transparency of superconductor/ferromagnetic multilayers. Phys. Rev. B, 56:2779–2787, Aug 1997.

[175] Yu. N. Proshin and M. G. Khusainov. Nonmonotonic behavior of the superconducting transition temperature in bimetallic ferromagnet-superconductor structures. Journal of Experimental and Theoretical Physics, 86(5):930–942, May 1998.

[176] L.R. Tagirov. Proximity effect and superconducting transition temperature in superconductor/ferromagnet sandwiches. Physica C: Superconductivity, 307(1):145 – 163, 1998.

[177] L. R. Tagirov. Low-field superconducting spin switch based on a superconductor /ferromagnet multilayer. Phys. Rev. Lett., 83:2058–2061, Sep 1999.

[178] L. Lazar, K. Westerholt, H. Zabel, L. R. Tagirov, Yu. V. Goryunov, N. N. Garif'yanov, and I. A. Garifullin. Superconductor/ferromagnet proximity effect in fe/pb/fe trilayers. Phys. Rev. B, 61:3711–3722, Feb 2000.

[179] A. Buzdin. Density of states oscillations in a ferromagnetic metal in contact with a superconductor. Phys. Rev. B, 62:11377–11379, Nov 2000.

[180] Ya. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Golubov. Critical temperature of superconductor/ferromagnet bilayers. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 74(2):96–99, Jul 2001.

[181] M. Zareyan, W. Belzig, and Yu. V. Nazarov. Oscillations of andreev states in clean ferromagnetic films. Phys. Rev. Lett., 86:308–311, Jan 2001.

[182] Ya. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Golubov. Nonmonotonic critical temperature in superconductor/ferromagnet bilayers. Phys. Rev. B, 66:014507, Jun 2002.

[183] F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov. Odd triplet superconductivity and related phenomena in superconductor-ferromagnet structures. Rev. Mod. Phys., 77:1321–1373, Nov 2005.

[184] A. F. Volkov, Ya. V. Fominov, and K. B. Efetov. Long-range odd triplet superconductivity in superconductor-ferromagnet structures with néel walls. Phys. Rev. B, 72:184504, Nov 2005.

[185] Trupti S. Khaire, Mazin A. Khasawneh, W. P. Pratt, and Norman O. Birge. Observation of spin-triplet superconductivity in co-based josephson junctions. Phys. Rev. Lett., 104:137002, Mar 2010.

[186] V. I. Zdravkov, J. Kehrle, G. Obermeier, D. Lenk, H.-A. Krug von Nidda, C. Müller, M. Yu. Kupriyanov, A. S. Sidorenko, S. Horn, R. Tidecks, and L. R. Tagirov. Experimental observation of the triplet spin-valve effect in a superconductor-ferromagnet heterostructure. Phys. Rev. B, 87:144507, Apr 2013.

[187] LS Levitov. The statistical theory of mesoscopic noise. In Quantum Noise in Mesoscopic Physics, pages 373–396. Springer, 2003.

[188] ЛС Левитов and ГБ Лесовик. Письма в ЖЭТФ, 55:534, 1992.

[189] ЛС Левитов and ГБ Лесовик. Письма в ЖЭТФ, 58:225, 1993.

[190] LS Levitov and GB Lesovik. Quantum measurement in electric circuit. arXiv preprint cond-mat/9401004, 1994.

[191] Leonid S Levitov, Hyunwoo Lee, and Gordey B Lesovik. Electron counting statistics and coherent states of electric current. Journal of Mathematical Physics, 37(10):4845–4866, 1996.

[192] GB Lesovik and R Loosen. On the detection of finite-frequency current fluctuations. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 65(3):295–299, 1997.

[193] CL Kane and Matthew PA Fisher. Transmission through barriers and resonant tunneling in an interacting one-dimensional electron gas. Physical Review B, 46(23):15233, 1992.

[194] L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin, and B. Etienne. Observation of the $e/3$ fractionally charged laughlin quasiparticle. Phys. Rev. Lett., 79:2526–2529, Sep 1997.

[195] Th Martin and R Landauer. Wave-packet approach to noise in multichannel mesoscopic systems. Physical Review B, 45(4):1742, 1992.

[196] R De-Picciotto, M Reznikov, M Heiblum, V Umansky, G Bunin, and D Mahalu. Direct observation of a fractional charge. Physica B: Condensed Matter, 249:395–400, 1998.

[197] ГБ Лесовик. Флуктуации тока в идеально проводящем контакте. Письма в ЖЭТФ, 70(3):209–215.

[198] Nikolai M. Chtchelkatchev. Кандидатская диссертация. 2002.

[199] C. W. J. Beenakker. Universal limit of critical-current fluctuations in mesoscopic josephson junctions. Phys. Rev. Lett., 67:3836–3839, Dec 1991.

[200] J. M. Rowell and W. L. Feldmann. Excess currents in superconducting tunnel junctions. Phys. Rev., 172:393–401, Aug 1968.

[201] P. E. Gregers-Hansen, E. Hendricks, M. T. Levinsen, and G. R. Pickett. Subharmonic energy-gap structure and a josephson-radiation-enhanced gap in dayem bridges. Phys. Rev. Lett., 31:524–527, Aug 1973.

[202] W. M. van Huffelen, T. M. Klapwijk, D. R. Heslinga, M. J. de Boer, and N. van der Post. Carrier transport in mesoscopic silicon-coupled superconducting junctions. Phys. Rev. B, 47:5170–5189, Mar 1993.

[203] A. W. Kleinsasser, R. E. Miller, W. H. Mallison, and G. B. Arnold. Observation of multiple andreev reflections in superconducting tunnel junctions. Phys. Rev. Lett., 72:1738–1741, Mar 1994.

[204] E. Scheer, P. Joyez, D. Esteve, C. Urbina, and M. H. Devoret. Conduction channel transmissions of atomic-size aluminum contacts. Phys. Rev. Lett., 78:3535–3538, May 1997.

[205] J. Kutchinsky, R. Taboryski, T. Clausen, C. B. Sørensen, A. Kristensen, P. E. Lindelof, J. Bindslev Hansen, C. Schelde Jacobsen, and J. L. Skov. Decay lengths for diffusive transport activated by andreev reflections in al/n-gaas/al superconductor-semiconductor-superconductor junctions. Phys. Rev. Lett., 78:931–934, Feb 1997.

[206] A. Frydman and R. C. Dynes. Disorder-induced andreev reflections in granular metals. Phys. Rev. B, 59:8432–8435, Apr 1999.

[207] T. Hoss, C. Strunk, T. Nussbaumer, R. Huber, U. Staufer, and C. Schönenberger. Multiple andreev reflection and giant excess noise in diffusive superconductor/normal-metal/superconductor junctions. Phys. Rev. B, 62:4079–4085, Aug 2000.

[208] TI Baturina, ZD Kvon, RA Donaton, MR Baklanov, EB Olshanetsky, Karen Maex, AE Plotnikov, and JC Portal. Mesoscopic sns junctions on the basis of superconducting ptsi films. Physica B: Condensed Matter, 284:1860–1861, 2000.

[209] Z. D. Kvon, T. I. Baturina, R. A. Donaton, M. R. Baklanov, K. Maex, E. B. Olshanetsky, A. E. Plotnikov, and J. C. Portal. Proximity effects and andreev reflection in a mesoscopic sns junction with perfect ns interfaces. Phys. Rev. B, 61:11340–11343, May 2000.

[210] TM Klapwijk, GE Blonder, and M Tinkham. Explanation of subharmonic energy gap structure in superconducting contacts. Physica B+ C, 109:1657–1664, 1982.

[211] M. Octavio, M. Tinkham, G. E. Blonder, and T. M. Klapwijk. Subharmonic energy-gap structure in superconducting constrictions. Phys. Rev. B, 27:6739–6746, Jun 1983.

[212] K. Flensberg, J. Bindslev Hansen, and M. Octavio. Subharmonic energy-gap structure in superconducting weak links. Phys. Rev. B, 38:8707–8711, Nov 1988.

[213] E. V. Bezuglyi, E. N. Bratus', V. S. Shumeiko, G. Wendin, and H. Takayanagi. Circuit theory of multiple andreev reflections in diffusive sns junctions: The incoherent case. Phys. Rev. B, 62:14439–14451, Dec 2000.

[214] J. C. Cuevas, J. Hammer, J. Kopu, J. K. Viljas, and M. Eschrig. Proximity effect and multiple andreev reflections in diffusive superconductor–normal-metal–superconductor junctions. Phys. Rev. B, 73:184505, May 2006.

[215] T. I. Baturina, Z. D. Kvon, and A. E. Plotnikov. Two-dimensional array of diffusive sns junctions with high-transparent interfaces. Phys. Rev. B, 63:180503, Apr 2001.

[216] T. I. Baturina, Yu. A. Tsaplin, A. E. Plotnikov, and M. R. Baklanov. Anomalous behavior near tc and synchronization of andreev reflection in two-dimensional arrays of sns junctions. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 81(1):10–14, Jan 2005.

[217] T. I. Baturina, D. R. Islamov, and Z. D. Kvon. Subgap anomaly and above-energy-gap structure in chains of diffusive sns junctions. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 75(7):326–330, Apr 2002.

[218] J. Fritzsche, R. B. G. Kramer, and V. V. Moshchalkov. Highly transparent superconducting-normal junctions induced by local fields of magnetic domains in a homogeneous superconductor. Phys. Rev. B, 80:094514, Sep 2009.

[219] Guy Deutscher and Denis Feinberg. Coupling superconducting-ferromagnetic point contacts by andreev reflections. Applied Physics Letters, 76(4):487–489, 2000.

[220] AI Larkin and YUN Ovchinnikov. Nonlinear conductivity of superconductors in the mixed state. Sov. Phys. JETP, 41(5):960–965, 1975.

[221] M Yu Kuprianov and VF Lukichev. Effect of boundary transparency on critical current in dirty ss's structures. JETP, 94(6):139–149, 1988.

[222] AF Volkov and TM Klapwijk. Microscopic theory of superconducting contacts with insulating barriers. Physics Letters A, 168(3):217–224, 1992.

[223] K. K. Likharev. Superconducting weak links. Rev. Mod. Phys., 51:101–159, Jan 1979.

[224] R. Mélin, F. S. Bergeret, and A. Levy Yeyati. Self-consistent microscopic calculations for nonlocal transport through nanoscale superconductors. Phys. Rev. B, 79:104518, Mar 2009.

[225] Mikhail S Kalenkov and Andrei D Zaikin. Crossed andreev reflection and spin-resolved non-local electron transport. In Fundamentals of Superconducting Nanoelectronics, pages 67–100. Springer, 2011.

[226] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. Phys. Rev. Lett., 85:3966–3969, Oct 2000.

[227] Виктор Георгиевич Веселаго. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ. Успехи физических наук, 92(7):517–526, 1967.

[228] U. Leonhardt. Notes on waves with negative phase velocity. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 9(1):102–105, Jan 2003.

[229] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith. Controlling electromagnetic fields. Science, 312(5781):1780–1782, 2006.

[230] Pavel A. Belov, Constantin R. Simovski, and Pekka Ikonen. Canalization of subwavelength images by electromagnetic crystals. Phys. Rev. B, 71:193105, May 2005.

[231] Zhaowei Liu, Hyesog Lee, Yi Xiong, Cheng Sun, and Xiang Zhang. Far-field optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects. Science, 315(5819):1686–1686, 2007.

[232] S. Anantha Ramakrishna and J. B. Pendry. Removal of absorption and increase in resolution in a near-field lens via optical gain. Phys. Rev. B, 67:201101, May 2003.

[233] Jingjing Yang, Ming Huang, Chengfu Yang, Zhe Xiao, and Jinhui Peng. Metamaterial electromagnetic concentrators with arbitrary geometries. Opt. Express, 17(22):19656–19661, Oct 2009.

[234] Wenshan Cai and Vladimir Shalaev. Optical metamaterials: fundamentals and applications. Springer Science & Business Media, 2009.

[235] Andrey K Sarychev, Alexander A Pukhov, and Gennady Tartakovsky. Metamaterial comprising plasmonic nanolasers. PIERS Online, 3(8):1264–1267, 2007.

[236] Андрей Николаевич Лагарьков, Андрей Карлович Сарычев, Владимир Николаевич Кисель, and Г Тартаковский. Сверхразрешение и усиление в метаматериалах. Успехи физических наук, 179(9):1018–1027, 2009.

[237] Пухов Александр Александрович, Виноградов Алексей Петрович Пухов Александр Александрович, Дорофеенко Александр Викторович, Щелкачев Николай Михайлович, Нефедкин Никита Евгеньевич, Шишков Владислав Юрьевич, Баранов Денис Григорьевич, Андрианов Евгений Сергеевич, Зябловский Александр Андреевич, and Нечепуренко Игорь Александрович. Материалы заявки проекта РФФИ 13-02-00407-А “Неравновесные квантовые флуктуации в оптике усиливающих плазмонных структур”.

[238] P. A. Nosov, A. F. Shirankov, A. M. Khorokhorov, K. I. Zaytsev, and S. O. Yurchenko. Investigation of heating of optical elements during formation of high-power cw fiber laser radiation. Russian Physics Journal, 61(12):2305–2312, Apr 2019.

[239] D. Svintsov, V. Vyurkov, S. Yurchenko, T. Otsuji, and V. Ryzhii. Hydrodynamic model for electron-hole plasma in graphene. Journal of Applied Physics, 111(8):083715, 2012.

[240] D. Svintsov, Zh. Devizorova, T. Otsuji, and V. Ryzhii. Plasmons in tunnel-coupled graphene layers: Backward waves with quantum cascade gain. Phys. Rev. B, 94:115301, Sep 2016.

[241] P I Arseev, V N Mantsevich, N S Maslova, and V I Panov. Tunneling features in semiconductor nanostructures. Physics-Uspekhi, 60(11):1067–1086, nov 2017.

[242] S. Strauf and F. Jahnke. Single quantum dot nanolaser. Laser & Photonics Reviews, 5(5):607–633, 2011.

[243] Alex Kamenev. Course 3 many-body theory of non-equilibrium systems. In S. Gueron G. Montambaux H. Bouchiat, Y. Gefen and J. Dalibard, editors, Nanophysics: Coherence and Transport Ecole d'ete de Physique des Houches Session LXXXI, volume 81 of Les Houches, pages 177 – 246. Elsevier, 2005.

[244] H. Carmichael. An open systems approach to Quantum Optics: lectures presented at the Université Libre de Bruxelles, October 28 to November 4, 1991, volume 18. Springer, 1993.

[245] Michael A Nielsen and Isaac L Chuang. Quantum computation and quantum information. Cambridge university press, 2010.

[246] M.O. Scully and M.S. Zubairy. Quantum optics. Cambridge University Press, 1997.

[247] D.F. Walls and G.J. Milburn. Quantum optics. Springer, 2008.

[248] EM Lifshitz and LP Pitaevskii. Statistical physics, vol. 2. Course of Theoretical Physics, 1980.

[249] M.I. Stockman. Nanoplasmonics: past, present, and glimpse into future. Optics Express, 19(22):22029–22106, 2011.

[250] A.P. Vinogradov, E.S. Andrianov, A.A. Pukhov, AV Dorofeenko, and AA Lisyansky. Quantum plasmonics of metamaterials: usage of spasers for loss compensation. Physics-Uspekhi, 55(10), 2012.

[251] R. Landauer. Electrical transport in open and closed systems. Z. Phys. B (Condensed Matter), 68(2):217–228, 1987.

[252] GB Lesovik. Pis' ma zh. eksp. teor. fiz. 49, 513 (1989). JETP Lett., 49:592, 1989.

[253] MJM De Jong and CWJ Beenakker. Doubled shot noise in disordered normal-metal–superconductor junctions. Phys. Rev. B, 49(22):16070, 1994.

[254] KE Nagaev. On the shot noise in dirty metal contacts. Physics Lett. A, 169(1):103–107, 1992.

[255] Yuli V Nazarov. Novel circuit theory of andreev reflection. Superlattices and microstructures, 25(5):1221–1231, 1999.

[256] Edo Waks and Deepak Sridharan. Cavity qed treatment of interactions between a metal nanoparticle and a dipole emitter. Phys. Rev. A, 82(4):043845, 2010.

[257] MA Noginov, G. Zhu, AM Belgrave, R. Bakker, VM Shalaev, EE Narimanov, S. Stout, E. Herz, T. Suteewong, and U. Wiesner. Demonstration of a spaser-based nanolaser. Nature, 460(7259):1110–1112, 2009.

[258] John Preskill. Lecture notes for physics 229: Quantum information and computation. California Institute of Technology, 1998.

[259] Shuming Nie and Steven R Emory. Probing single molecules and single nanoparticles by surface-enhanced raman scattering. Science, 275(5303):1102–1106, 1997.

[260] Alan Campion and Patanjali Kambhampati. Surface-enhanced raman scattering. Chem. Soc. Rev., 27(4):241–250, 1998.

[261] DA Stuart, AJ Haes, CR Yonzon, EM Hicks, and RP Van Duyne. Biological applications of localised surface plasmonic phenomenae. In Nanobiotechnology, IEE Proceedings-, volume 152, pages 13–32. IET, 2005.

[262] Nadezda A Brazhe, Salim Abdali, Alexey R Brazhe, Oksana G Luneva, Nadezda Y Bryzgalova, Eugenia Y Parshina, Olga V Sosnovtseva, and Georgy V Maksimov. New insight into erythrocyte through in vivo surface-enhanced raman spectroscopy. Biophys. J., 97(12):3206–3214, 2009.

[263] David J. Bergman and Mark I. Stockman. Surface plasmon amplification by stimulated emission of radiation: Quantum generation of coherent surface plasmons in nanosystems. Phys. Rev. Lett., 90:027402, Jan 2003.

[264] M.I. Stockman. The spaser as a nanoscale quantum generator and ultrafast amplifier. J. of Optics, 12(2):024004, 2010.

[265] E. S. Andrianov, A. A. Pukhov, A. V. Dorofeenko, A. P. Vinogradov, and A. A. Lisyansky. Stationary behavior of a chain of interacting spasers. Phys. Rev. B, 85:165419, Apr 2012.

[266] Farhan Rana. Graphene optoelectronics: Plasmons get tuned up. Nature Nanotechnology, 6(10):611–612, 2011.

[267] Igor I. Smolyaninov, Jill Elliott, Anatoly V. Zayats, and Christopher C. Davis. Far-field optical microscopy with a nanometer-scale resolution based on the in-plane image magnification by surface plasmon polaritons. Phys. Rev. Lett., 94:057401, Feb 2005.

[268] S. Kawata and V.M. Shalaev. Tip enhancement. Elsevier Science, 2007.

[269] C Henkel, K Joulain, J-Ph Mulet, and JJ Greffet. Radiation forces on small particles in thermal near fields. J. of Optics A, 4(5):S109, 2002.

[270] Giovanni Volpe, Romain Quidant, Gonçal Badenes, and Dmitri Petrov. Surface plasmon radiation forces. Phys. Rev. Lett., 96:238101, Jun 2006.

[271] Markus Aspelmeyer, Pierre Meystre, and Keith Schwab. Quantum optomechanics. Physics Today, 65(7):29–35, 2012.

[272] Juan Restrepo, Cristiano Ciuti, and Ivan Favero. Single-polariton optomechanics. Phys. Rev. Lett., 112:013601, Jan 2014.

[273] M. Specht, J. D. Pedarnig, W. M. Heckl, and T. W. Hänsch. Scanning plasmon near-field microscope. Phys. Rev. Lett., 68:476–479, Jan 1992.

[274] VV Klimov. Nanoplasmonics [in Russian]. Fizmatlit Moscow, 2010.

[275] Stefan A Maier. Plasmonics: fundamentals and applications. Springer, 2007.

[276] S.V. Gaponenko. Introduction to nanophotonics. Cambridge University Press, 2010.

[277] A. Delga, J. Feist, J. Bravo-Abad, and F. J. Garcia-Vidal. Quantum emitters near a metal nanoparticle: Strong coupling and quenching. Phys. Rev. Lett., 112:253601, Jun 2014.

[278] NN Voitovich, BZ Katsenelenbaum, and AN Sivov. The Generalized Method of Natural Oscillations in Diffraction Theory [in Russian]. Nauka, Moscow, 1977.

[279] David J Bergman and David Stroud. Physical properties of macroscopically inhomogeneous media. Solid State Physics, 46:147–269, 1992.

[280] Jessica Rodríguez-Fernández, Jorge Pérez-Juste, F. Javier García de Abajo, and Luis M. Liz-Marzán. Seeded growth of submicron au colloids with quadrupole plasmon resonance modes. Langmuir, 22(16):7007–7010, Aug 2006.

[281] A. Vagov, M. D. Croitoru, V. M. Axt, T. Kuhn, and F. M. Peeters. Nonmonotonic field dependence of damping and reappearance of rabi oscillations in quantum dots. Phys. Rev. Lett., 98:227403, Jun 2007.

[282] Andreas Muller, Qu-Quan Wang, Pablo Bianucci, CK Shih, and QK Xue. Determination of anisotropic dipole moments in self-assembled quantum dots using rabi oscillations. Applied physics letters, 84(6):981–983, 2004.

[283] Prashant K Jain, Kyeong Seok Lee, Ivan H El-Sayed, and Mostafa A El-Sayed. Calculated absorption and scattering properties of gold nanoparticles of different size, shape, and composition: applications in biological imaging and biomedicine. J. Phys. Chem. B, 110(14):7238–7248, 2006.

[284] John Kohoutek, Dibyendu Dey, Alireza Bonakdar, Ryan Gelfand, Alejandro Sklar, Omer Gokalp Memis, and Hooman Mohseni. Opto-mechanical force mapping of deep subwavelength plasmonic modes. Nano letters, 11(8):3378–3382, 2011.

[285] Ivan A. Larkin, Mark I. Stockman, Marc Achermann, and Victor I. Klimov. Dipolar emitters at nanoscale proximity of metal surfaces: Giant enhancement of relaxation in microscopic theory. Phys. Rev. B, 69:121403, Mar 2004.

[286] T. Klar, M. Perner, S. Grosse, G. von Plessen, W. Spirkl, and J. Feldmann. Surface-plasmon resonances in single metallic nanoparticles. Phys. Rev. Lett., 80:4249–4252, May 1998.

[287] Howard Carmichael and Luis A Orozco. Quantum optics: Single atom lases orderly light. Nature, 425(6955):246–247, 2003.

[288] Nicholas P Robins, Cristina Figl, Matthew Jeppesen, Graham R Dennis, and John D Close. A pumped atom laser. Nature Physics, 4(9):731–736, 2008.

[289] François Dubin, Carlos Russo, Helena G Barros, Andreas Stute, Christoph Becher, Piet O Schmidt, and Rainer Blatt. Quantum to classical transition in a single-ion laser. Nature Phys., 6(5):350–353, 2010.

[290] Prashant K Jain, Xiaohua Huang, Ivan H El-Sayed, and Mostafa A El-Sayed. Noble metals on the nanoscale: optical and photothermal properties and some applications in imaging, sensing, biology, and medicine. Accounts of Chemical Research, 41(12):1578–1586, 2008.

[291] Rupert F Oulton, Volker J Sorger, Thomas Zentgraf, Ren-Min Ma, Christopher Gladden, Lun Dai, Guy Bartal, and Xiang Zhang. Plasmon lasers at deep subwavelength scale. Nature, 461(7264):629–632, 2009.

[292] Yu-Jung Lu, Jisun Kim, Hung-Ying Chen, Chihhui Wu, Nima Dabidian, Charlotte E Sanders, Chun-Yuan Wang, Ming-Yen Lu, Bo-Hong Li, Xianggang Qiu, et al. Plasmonic nanolaser using epitaxially grown silver film. Science, 337(6093):450–453, 2012.

[293] Marten Richter, Michael Gegg, T. Sverre Theuerholz, and Andreas Knorr. Numerically exact solution of the many emitter–cavity laser problem: Application to the fully quantized spaser emission. Phys. Rev. B, 91:035306, Jan 2015.

[294] Tomáš Novotnỳ, Andrea Donarini, Christian Flindt, and Antti-Pekka Jauho. Shot noise of a quantum shuttle. Phys. Rev. Lett., 92:248302, Jun 2004.

[295] Stefan A Maier. Plasmonics: fundamentals and applications. Springer, 2007.

[296] Farbod Shafiei, Francesco Monticone, Khai Q Le, Xing-Xiang Liu, Thomas Hartsfield, Andrea Alù, and Xiaoqin Li. A subwavelength plasmonic metamolecule exhibiting magnetic-based optical fano resonance. Nature Nanotech., 8(2):95–99, 2013.

[297] L. C. Maple, S. A. Berry, G. B. G. Stenning, G. J. Bowden, P. A. J. de Groot, and V. Apostolopoulos. A metamolecule antenna for coplanar waveguides. Opt. Express, 22(25):30473–30481, Dec 2014.

[298] Simon A Gregory, Gavin B G Stenning, Graham J Bowden, Nikolay I Zheludev, and Peter A J de Groot. Giant magnetic modulation of a planar, hybrid metamolecule resonance. New J. of Phys., 16(6):063002.

[299] Anton Kuzyk, Robert Schreiber, Hui Zhang, Alexander O Govorov, Tim Liedl, and Na Liu. Reconfigurable 3d plasmonic metamolecules. Nature Materials, 13(9):862–866, 2014.

[300] Howard J Carmichael. Statistical methods in quantum optics, volume 1. Springer, 1999.

[301] C Roy and S Hughes. Phonon-dressed mollow triplet in the regime of cavity quantum electrodynamics: excitation-induced dephasing and nonperturbative cavity feeding effects. Physical Review Letters, 106(24):247403, 2011.

[302] A Dombi, A Vukics, and P Domokos. Optical bistability in strong-coupling cavity qed with a few atoms. J. Phys. B, 46(22):224010.

[303] VV Sherstnev, A Krier, AG Balanov, NB Janson, AN Silchenko, and Peter VE McClintock. Mid-infrared lasing induced by noise. Fluctuation and Noise Letters, 03(01):L91–L95, 2003.

[304] K. Hayashi, S. de Lorenzo, M. Manosas, J. M. Huguet, and F. Ritort. Single-molecule stochastic resonance. Phys. Rev. X, 2:031012, Aug 2012.

[305] Kashif Ammar Yasir and Wu-Ming Liu. Tunable bistability in hybrid bose-einstein condensate optomechanics. Nature Scientific Reports, 5:10612, 2015.

[306] Jean Dalibard, Yvan Castin, and Klaus Mølmer. Wave-function approach to dissipative processes in quantum optics. Phys. Rev. Lett., 68:580–583, Feb 1992.

[307] Heinz-Peter Breuer, Francesco Petruccione, et al. The theory of open quantum systems. Oxford University Press on Demand, 2002.

[308] Howard J Carmichael. Statistical methods in quantum optics 2: Non-classical fields. Springer Science & Business Media, 2009.

[309] Elisabet Romero, Ramunas Augulis, Vladimir I Novoderezhkin, Marco Ferretti, Jos Thieme, Donatas Zigmantas, and Rienk Van Grondelle. Quantum coherence in photosynthesis for efficient solar-energy conversion. Nature Physics, 10(9):676–682, 2014.

[310] J. I. Cirac. Interaction of a two-level atom with a cavity mode in the bad-cavity limit. Phys. Rev. A, 46:4354–4362, Oct 1992.

[311] Weng W Chow, Frank Jahnke, and Christopher Gies. Emission properties of nanolasers during the transition to lasing. Light: Science & Applications, 3(8):e201, 2014.

[312] M Khajavikhan, A Simic, M Katz, JH Lee, B Slutsky, A Mizrahi, V Lomakin, and Y Fainman. Thresholdless nanoscale coaxial lasers. Nature, 482(7384):204–207, 2012.

[313] Nikolai Nikolaevich Bogolubov and Nickolai N Bogolubov Jr. Introduction to quantum statistical mechanics. World Scientific Publishing Company, 2009.

[314] P Alsing and H J Carmichael. Spontaneous dressed-state polarization of a coupled atom and cavity mode. Quantum Optics: Journal of the European Optical Society Part B, 3(1):13, 1991.

[315] N Chtchelkatchev, E. Andrianov, and A. Pukhov. unpublished.

[316] Pierre Curie. Sur la symétrie dans les phénomènes physiques, symétrie d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Journal de Physique Théorique et appliquée, 3(1):393–415, 1894.

[317] ГА Смоленский and ИЕ Чупис. Сегнетомагнетики. Успехи физических наук, 137(7):415–448, 1982.

[318] Hans Schmid. Multi-ferroic magnetoelectrics. Ferroelectrics, 162(1):317–338, 1994.

[319] T Kimura, T Goto, H Shintani, K Ishizaka, T-h Arima, and Y Tokura. Magnetic control of ferroelectric polarization. Nature, 426(6962):55, 2003.

[320] Nicola A Spaldin and Manfred Fiebig. The renaissance of magnetoelectric multiferroics. Science, 309(5733):391–392, 2005.

[321] Maxim Mostovoy. Ferroelectricity in spiral magnets. Physical Review Letters, 96(6):067601, 2006.

[322] Ivan A Sergienko and E Dagotto. Role of the dzyaloshinskii-moriya interaction in multiferroic perovskites. Physical Review B, 73(9):094434, 2006.

[323] Daniel I Khomskii. Multiferroics: Different ways to combine magnetism and ferroelectricity. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 306(1):1–8, 2006.

[324] Sang-Wook Cheong and Maxim Mostovoy. Multiferroics: a magnetic twist for ferroelectricity. Nature Materials, 6(1):13, 2007.

[325] Daniel Khomskii. Trend: Classifying multiferroics: Mechanisms and effects. Physics, 2:20, 2009.

[326] Andrey Ramirovich Akbashev and Andrei R Kaul. Structural and chemical aspects of the design of multiferroic materials. Russian Chemical Reviews, 80(12):1159, 2011.

[327] Александр Павлович Пятаков and Анатолий Константинович Звездин. Магнитоэлектрические материалы и мультиферроики. Успехи физических наук, 182(6):593–620, 2012.

[328] Alexander V Bune, Vladimir M Fridkin, Stephen Ducharme, Lev M Blinov, Serguei P Palto, Alexander V Sorokin, SG Yudin, and A Zlatkin. Two-dimensional ferroelectric films. Nature, 391(6670):874, 1998.

[329] G Srinivasan, ET Rasmussen, BJ Levin, and R Hayes. Magnetoelectric effects in bilayers and multilayers of magnetostrictive and piezoelectric perovskite oxides. Physical Review B, 65(13):134402, 2002.

[330] Ning Cai, Ce-Wen Nan, Junyi Zhai, and Yuanhua Lin. Large high-frequency magnetoelectric response in laminated composites of piezoelectric ceramics, rare-earth iron alloys and polymer. Applied Physics Letters, 84(18):3516–3518, 2004.

[331] Haimei Zheng, J Wang, SE Lofland, Z Ma, Ly Mohaddes-Ardabili, T Zhao, L Salamanca-Riba, SR Shinde, SB Ogale, Feiming Bai, et al. Multiferroic batio3-cofe2o4 nanostructures. Science, 303(5658):661–663, 2004.

[332] Ivan I Naumov, L Bellaiche, and Huaxiang Fu. Unusual phase transitions in ferroelectric nanodisks and nanorods. Nature, 432(7018):737, 2004.

[333] Neil Mathur. Materials science: A desirable wind up. Nature, 454(7204):591, 2008.

[334] Zhijun Hu, Mingwen Tian, Bernard Nysten, and Alain M Jonas. Regular arrays of highly ordered ferroelectric polymer nanostructures for non-volatile low-voltage memories. Nature Materials, 8(1):62, 2009.

[335] V. M. Fridkin, R. V. Gaynutdinov, and S. Ducharme. Phys. Usp., 53:199, 20010.

[336] Ingrid C Infante, S Lisenkov, B Dupé, M Bibes, S Fusil, E Jacquet, G Geneste, S Petit, A Courtial, J Juraszek, et al. Bridging multiferroic phase transitions by epitaxial strain in bifeo3. Physical Review Letters, 105(5):057601, 2010.

[337] Somdutta Mukherjee, Amritendu Roy, Sushil Auluck, Rajendra Prasad, Rajeev Gupta, and Ashish Garg. Room temperature nanoscale ferroelectricity in magnetoelectric gafeo3 epitaxial thin films. Physical Review Letters, 111(8):087601, 2013.

[338] Dong Zhao, Ilias Katsouras, Kamal Asadi, Paul WM Blom, Dago M de Leeuw, et al. Switching dynamics in ferroelectric p (vdf-trfe) thin films. Physical Review B, 92(21):214115, 2015.

[339] Jelena Stajic. Thinning films induces ferroelectricity, 2015.

[340] KZ Rushchanskii, A Molnar, R Bilanych, R Yevych, A Kohutych, Yu M Vysochanskii, V Samulionis, and J Banys. Observation of nonequilibrium behavior near the lifshitz point in ferroelectrics with incommensurate phase. Physical Review B, 93(1):014101, 2016.

[341] James F Scott, Donald M Evans, Ram S Katiyar, Raymond GP McQuaid, and J Marty Gregg. Nonequilibrium ferroelectric-ferroelastic 10 nm nanodomains: wrinkles, period-doubling, and power-law relaxation. Journal of Physics: Condensed Matter, 29(30):304001, 2017.

[342] AG Maslovskaya and TK Barabash. Fractal model of polarization switching kinetics in ferroelectrics under nonequilibrium conditions of electron irradiation. In Journal of Physics: Conference Series, volume 973, page 012038. IOP Publishing, 2018.

[343] Juan Antonio Seijas-Bellido, Carlos Escorihuela-Sayalero, Miquel Royo, Mathias P Ljungberg, Jacek C Wojdeł, Jorge Íñiguez, and Riccardo Rurali. A phononic switch based on ferroelectric domain walls. Physical Review B, 96(14):140101, 2017.

[344] J Scott. Ferroelectric relaxor quantum crystals. Crystals, 8(4):180, 2018.

[345] VS Bondarev, IN Flerov, MV Gorev, EI Pogoreltsev, MS Molokeev, EA Mikhaleva, AV Shabanov, and AV Es' kov. Intensive electrocaloric effect in the multilayer capacitor under equilibrium and nonequilibrium thermal conditions. Scripta Materialia, 146:51–54, 2018.

[346] Miquel Royo, Carlos Escorihuela-Sayalero, Jorge Íñiguez, and Riccardo Rurali. Ferroelectric domain wall phonon polarizer. Physical Review Materials, 1(5):051402, 2017.

[347] James Floyd Scott, A Hershkovitz, Y Ivry, H Lu, A Gruverman, and JM Gregg. Superdomain dynamics in ferroelectric-ferroelastic films: Switching, jamming, and relaxation. Applied Physics Reviews, 4(4):041104, 2017.

[348] Javier Junquera and Philippe Ghosez. Critical thickness for ferroelectricity in perovskite ultrathin films. Nature, 422(6931):506–509, 2003.

[349] M Dawber, I Szafraniak, M Alexe, and JF Scott. Self-patterning of arrays of ferroelectric capacitors: description by theory of substrate mediated strain interactions. J. Phys. C, 15(44):L667, 2003.

[350] CH Ahn, KM Rabe, and J-M Triscone. Ferroelectricity at the nanoscale: local polarization in oxide thin films and heterostructures. Science, 303(5657):488–491, 2004.

[351] M. Dawber, K. M. Rabe, and J. F. Scott. Physics of thin-film ferroelectric oxides. Rev. Mod. Phys., 77:1083–1130, Oct 2005.

[352] Longhai Wang, Jun Yu, Yunbo Wang, Gang Peng, Feng Liu, and Junxiong Gao. Modeling ferroelectric capacitors based on the dipole switching theory. J. of Appl. Phys., 101(10):104505–104505, 2007.

[353] Ying-Jie Zhang, Tian-Ling Ren, and Li-Tian Liu. An improved ferroelectric capacitor compact model based on probability theory for circuits simulation. Integrated Ferroelectrics, 95(1):199–204, 2007.

[354] J. F. Scott. Science, 315:954, 2007.

[355] Peter Maksymovych, Stephen Jesse, Pu Yu, Ramamoorthy Ramesh, Arthur P. Baddorf, and Sergei V. Kalinin. Polarization control of electron tunneling into ferroelectric surfaces. Science, 324(5933):1421–1425, 2009.

[356] Ying-Hao Chu, Lane W Martin, Mikel B Holcomb, Martin Gajek, Shu-Jen Han, Qing He, Nina Balke, Chan-Ho Yang, Donkoun Lee, Wei Hu, Qian Zhan, Pei-Ling Yang, Arantxa Fraile-Rodriguez, Andreas Scholl, Shan X. Wang, and R. Ramesh. Electric-field control of local ferromagnetism using a magnetoelectric multiferroic. Nature Materials, 7(6):478–482, 2008.

[357] Woo Lee, Hee Han, Andriy Lotnyk, Markus Andreas Schubert, Stephan Senz, Marin Alexe, Dietrich Hesse, Sunggi Baik, and Ulrich Gösele. Individually addressable epitaxial ferroelectric nanocapacitor arrays with near tb inch- 2 density. Nature Nanotechnology, 3(7):402–407, 2008.

[358] Sergei V Kalinin, Anna N Morozovska, Long Qing Chen, and Brian J Rodriguez. Local polarization dynamics in ferroelectric materials. Rep. Prog. Phys., 73(5):056502, 2010.

[359] J. Sinsheimer, S. J. Callori, B. Bein, Y. Benkara, J. Daley, J. Coraor, D. Su, P. W. Stephens, and M. Dawber. Phys. Rev. Lett., 109:167601, 2012.

[360] S. J. Callori, J. Gabel, D. Su, J. Sinsheimer, M. V. Fernandez-Serra, and M. Dawber. Phys. Rev. Lett., 109:067601, 2012.

[361] N Ortega, A Kumar, JF Scott, Douglas B Chrisey, M Tomazawa, Shalini Kumari, DGB Diestra, and RS Katiyar. Relaxor-ferroelectric superlattices: high energy density capacitors. J. Phys. C, 24(44):445901, 2012.

[362] André Chanthbouala, Vincent Garcia, Ryan O Cherifi, Karim Bouzehouane, Stéphane Fusil, Xavier Moya, Stéphane Xavier, Hiroyuki Yamada, Cyrile Deranlot, Neil D Mathur, Manuel Bibes, Agnés Barthélémy, and Julie Grollier. A ferroelectric memristor. Nature Materials, 11(10):860–864, 2012.

[363] AM Belemuk, OG Udalov, NM Chtchelkatchev, and IS Beloborodov. Competition of magneto-dipole, anisotropy and exchange interactions in composite multiferroics. Journal of Physics: Condensed Matter, 28(12):126001, 2016.

[364] Philip W Anderson. Basic notions of condensed matter physics. CRC Press, 2018.

[365] LD Landau and EM Lifshitz. Statistical physics, part 1: Volume 5 (course of theoretical physics, volume 5). Publisher: Butterworth-Heinemann, 3, 1980.

[366] Jean Zinn-Justin. Quantum field theory and critical phenomena. Clarendon Press, 1996.

[367] M. Ye. Zhuravlev, S. Maekawa, and E. Y. Tsymbal. Phys. Rev. B, 81:104419, 2010.

[368] LD Landau, EM Lifshitz, and LP Pitaevskii. Electrodynamics of continuous media, volume 8. Elsevier Oxford, 2004.

[369] Alexei Gruverman, Orlando Auciello, and Hiroshi Tokumoto. Imaging and control of domain structures in ferroelectric thin films via scanning force microscopy 1. Annu. Rev. Mater. Sci., 28(1):101–123, 1998.

[370] Stephen Jesse, Peter Maksymovych, and Sergei V. Kalinin. Rapid multidimensional data acquisition in scanning probe microscopy applied to local polarization dynamics and voltage dependent contact mechanics. Appl. Phys. Lett., 93(11):112903, 2008.

[371] BJ Rodriguez, XS Gao, LF Liu, W Lee, II Naumov, AM Bratkovsky, D Hesse, and M Alexe. Vortex polarization states in nanoscale ferroelectric arrays. Nano lett., 9(3):1127–1131, 2009.

[372] DV Averin and KK Likharev. Single-electronics: A correlated transfer of single electrons and cooper pairs in systems of small tunnel junctions,". Mesoscopic phenomena in solids, 30:173–271, 1991.

[373] DV Averin, AN Korotkov, and KK Likharev. Theory of single-electron charging of quantum wells and dots. Phys. Rev. B, 44(12):6199, 1991.

[374] M.H. Devoret and H. Grabert. Single Charge Tunneling, volume 264. New York, Plenum, 1992.

[375] Christoph Wasshuber. Computational single-electronics. Springer, 2001.

[376] Yong-Kyu Yoon, Dongsu Kim, Mark G Allen, J Stevenson Kenney, and Andrew T Hunt. A reduced intermodulation distortion tunable ferroelectric capacitor-architecture and demonstration. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, 51(12):2568–2576, 2003.

[377] MM Vainberg and VA Trenogin. Theory of branching of solutions of non-linear equations. Groningen: Wolters-Noordhoff B. V, 1974.

[378] B. A. Strukov and A. P. Levanyuk. Ferroelectric Phenomena in Crystals. Springer, Geidelberg, 1998.

[379] F De Guerville, I Luk'yanchuk, L Lahoche, and M El Marssi. Modeling of ferroelectric domains in thin films and superlattices. Materials Science and Engineering: B, 120(1):16–20, 2005.

[380] S. V. Kalinin, A. N. Morozovska, Long Qing Chen, and B. J. Rodriguez. Local polarization dynamics in ferroelectric materials. Rep. Prog. Phys., 73:056502, 2010.

[381] P. Maksymovych, S. Jesse, Pu Yu, R. Ramesh, A. P. Baddorf, and S. V. Kalinin. Polarization control of electron tunneling into ferroelectric surfaces. Science, 324:1421, 2009.

[382] P. C. Joshi and S. B. Krupanidhi. Switching, fatigue, and retention in ferroelectric bi4ti3o12 thin films. Appl. Phys. Lett., 62:1928, 1993.

[383] P. K. Larsen, G. L. M. Kampschoer, M. J. E. Ulenaers, G. A. C. M. Spierings, and R. Cuppens. Switching, fatigue, and retention in ferroelectric bi4ti3o12 thin films. Appl. Phys. Lett., 59:611, 1991.

[384] X. S. Wang, Z. C. Wu, J. F. Webb, and Z. G. Liu. Ferroelectric and dielectric properties of li-doped zno thin films prepared by pulsed laser deposition. Appl. Phys. A, 77:561, 2003.

[385] C.-S. Tu, R. R. Chien, C.-M. Hung, V. Hugo Schmidt, F.-T. Wang, and C.-T. Tseng. Field-induced orientational percolation to a ferroelectric phase in relaxor pbin... Phys. Rev. B, 75:212101, 2007.

[386] Chi-Shun Tu, C.-L. Tsai, J.-S. Chen, and V. Hugo Schmidt. Orientation dependence and electric-field effect in the relaxor-based ferroelectric crystal pbmg1X3nb2X3o3.0.68.pbtio3.0.32. Phys. Rev. B, 65:104113, 2002.

[387] H. Hu and S. B. Krupanidhi. Enhanced electrical properties of ferroelectric pb(zr0.5, ti0.5)o3 thin films grown with lowenergy oxygen ion assistance. J. Appl. Phys., 74:3373, 1993.

[388] V. M. Fridkin. Phys. Usp., 49:193, 2006.

[389] Javier Junquera and Philippe Ghosez. Critical thickness for ferroelectricity in perovskite ultrathin films. Nature, 422(6931):506–509, 2003.

[390] QM Zhang, Haisheng Xu, Fei Fang, Z-Y Cheng, Feng Xia, and H You. Critical thickness of crystallization and discontinuous change in ferroelectric behavior with thickness in ferroelectric polymer thin films. J. Appl. Phys., 89(5):2613–2616, 2001.

[391] T. A. Fulton and G. J. Dolan. Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. Phys. Rev. Lett., 59:109–112, Jul 1987.

[392] Elias Burstein and Stig Lundqvist. Tunneling phenomena in solids. Springer, 1969.

[393] R Arthur. von Hippel, ed.:"Dielectric Materials and Applications. MIT Press, 1954.

[394] H Fröhlich. Theory of dielectrics. Clarendon, Oxford, 1958.

[395] CJF Bötcher and P Bordewijk. Theory of electric polarization, vol. ii, dielectrics in time-dependent fields, 1978.

[396] Nora E Hill. Dielectric properties and molecular behaviour. Van Nostrand Reinhold, 1969.

[397] Brendan Kevin Patrick Scaife. Principles of dielectrics. New York, NY (USA); Oxford University Press, 1989.

[398] J Thoen, TK Bose, and HS Nalwa. Handbook of Low and High Dielectric Constant Materials and Their Applications. Academic, San Diego, 1999.

[399] Kwan Chi Kao. Dielectric phenomena in solids. Academic press, 2004.

[400] Yuri Feldman, Alexander Puzenko, and Yaroslav Ryabov. Dielectric Relaxation Phenomena in Complex Materials, pages 1–125. John Wiley and Sons, Inc., 2005.

[401] Zuo-Guang Ye. Handbook of advanced dielectric, piezoelectric and ferroelectric materials: Synthesis, properties and applications. Elsevier, 2008.

[402] Yu. M. Poplavko, L. P. Pereverseva, and I. P. Rayevsky. Physics of active dielectrics. Rostov: South Federal University Press, 2009.

[403] M. Dorogi, J. Gomez, R. Osifchin, R. P. Andres, and R. Reifenberger. Room-temperature coulomb blockade from a self-assembled molecular nanostructure. Phys. Rev. B, 52:9071–9077, Sep 1995.

[404] Jiang-long Luo and Chen Xia. Dielectric properties of self-assembled monolayers of dithiols. Chin. J. Chem. Phys., 19(6):515–518, 2006.

[405] Hongkun Park, Jiwoong Park, Andrew KL Lim, Erik H Anderson, A Paul Alivisatos, and Paul L McEuen. Nanomechanical oscillations in a single-c60 transistor. Nature, 407(6800):57–60, 2000.

[406] RI Shekhter, Yu Galperin, L Yu Gorelik, A Isacsson, and M Jonson. Shuttling of electrons and cooper pairs. Journal of Physics: Condensed Matter, 15(12):R441, 2003.

[407] Andriy V. Moskalenko, Sergey N. Gordeev, Olivia F. Koentjoro, Paul R. Raithby, Robert W. French, Frank Marken, and Sergey E. Savel'ev. Nanomechanical electron shuttle consisting of a gold nanoparticle embedded within the gap between two gold electrodes. Phys. Rev. B, 79:241403, Jun 2009.

[408] Christian A. Nijhuis, Nuri Oncel, Jurriaan Huskens, Harold J. W. Zandvliet, Bart Jan Ravoo, Bene Poelsema, and David N. Reinhoudt. Room-temperature single-electron tunneling in dendrimer-stabilized gold nanoparticles anchored at a molecular printboard. Small, 2(12):1422–1426, 2006.

[409] Shinya Kano, Yasuo Azuma, Masayuki Kanehara, Toshiharu Teranishi, and Yutaka Majima. Room-temperature coulomb blockade from chemically synthesized au nanoparticles stabilized by acid–base interaction. Applied Physics Express, 3(10):105003, 2010.

[410] Z Klusek, M Luczak, and W Olejniczak. Scanning tunneling spectroscopy observations of the coulomb staircase at room temperature from the dioctyldithiophosphate sodium

salt molecules deposited on the (0001) graphite surface. Applied Surface Science, 151(3–4):262 – 270, 1999.

[411] Koen Schouteden, Nele Vandamme, Ewald Janssens, Peter Lievens, and Chris Van Haesendonck. Single-electron tunneling phenomena on preformed gold clusters deposited on dithiol self-assembled monolayers. Surface Science, 602(2):552 – 558, 2008.

[412] Nuri Oncel, Ann-Sofie Hallback, Harold J W Zandvliet, Emiel A Speets, Bart Jan Ravoo, David N Reinhoudt, and Bene Poelsema. Coulomb blockade of small pd clusters. The Journal of chemical physics, 123(4):044703, July 2005.

[413] Bing Wang, Xudong Xiao, Xianxiang Huang, Ping Sheng, and J. G. Hou. Single-electron tunneling study of two-dimensional gold clusters. Applied Physics Letters, 77(8), 2000.

[414] Y. Alhassid. The statistical theory of quantum dots. Rev. Mod. Phys., 72:895–968, Oct 2000.

[415] J. A. Folk, C. M. Marcus, and J. S. Harris. Decoherence in nearly isolated quantum dots. Phys. Rev. Lett., 87:206802, Oct 2001.

[416] Y. Alhassid and T. Rupp. Effects of spin and exchange interaction on the coulomb-blockade peak statistics in quantum dots. Phys. Rev. Lett., 91:056801, Jul 2003.

[417] K. Held, E. Eisenberg, and B. L. Altshuler. Random matrix theory for closed quantum dots with weak spin-orbit coupling. Phys. Rev. Lett., 90:106802, Mar 2003.

[418] L. E. F. Foa Torres, C. H. Lewenkopf, and H. M. Pastawski. Coherent versus sequential electron tunneling in quantum dots. Phys. Rev. Lett., 91:116801, Sep 2003.

[419] A. D. Armour, M. P. Blencowe, and Y. Zhang. Classical dynamics of a nanomechanical resonator coupled to a single-electron transistor. Phys. Rev. B, 69:125313, Mar 2004.

[420] Norihiko Nishiguchi. Shuttle instability induced by an ac gate in a nanoelectromechanical single-electron transistor. Phys. Rev. B, 78:085407, Aug 2008.

[421] A. N. Korotkov. Single-electron transistor controlled with a rc circuit. Phys. Rev. B, 49:16518–16522, Jun 1994.

[422] Last time this term is widely used in scientific literature for any restricted, disputed, unoccupied, uninhabitable, undesirable or ambiguous area [?,300,618,619].

[423] Jürgen König, Herbert Schoeller, and Gerd Schön. Cotunneling at resonance for the single-electron transistor. Phys. Rev. Lett., 78:4482–4485, Jun 1997.

[424] Takeshi Yamada and Toyoki Kitayama. Ferroelectric properties of vinylidene fluoride-trifluoroethylene copolymers. J. Appl. Phys., 52(11), 1981.

[425] Christian Flindt Frank Hohls Niels Ubbelohde, Christian Fricke and Rolf J. Haug. Measurement of finite-frequency current statistics in a single-electron transistor. Nat Commun, 3:612, Jan 2012.

[426] Francesco Giazotto. Superconducting transistors: A boost for quantum computing. Nature Physics, 11(7):527, 2015.

[427] David J Van Woerkom, Attila Geresdi, and Leo P Kouwenhoven. One minute parity lifetime of a nbtin cooper-pair transistor. Nature Physics, 11(7):547, 2015.

[428] Zeng-Zhao Li, Chi-Hang Lam, and JQ You. Probing majorana bound states via counting statistics of a single electron transistor. Scientific reports, 5:11416, 2015.

[429] Ivan M Khaymovich, JV Koski, O-P Saira, VE Kravtsov, and JP Pekola. Multifractality of random eigenfunctions and generalization of jarzynski equality. Nature communications, 6:7010, 2015.

[430] Kosuke Horibe, Tetsuo Kodera, and Shunri Oda. Back-action-induced excitation of electrons in a silicon quantum dot with a single-electron transistor charge sensor. Applied Physics Letters, 106(5):053119, 2015.

[431] Muhammad R Islam, Daeha Joung, and Saiful I Khondaker. Towards parallel fabrication of single electron transistors using carbon nanotubes. Nanoscale, 7(21):9786–9792, 2015.

[432] Pasi Häkkinen, Andreas Isacsson, Alexander Savin, Jaakko Sulkko, and Pertti Hakonen. Charge sensitivity enhancement via mechanical oscillation in suspended carbon nanotube devices. Nano letters, 15(3):1667–1672, 2015.

[433] Philipp Strasberg, Gernot Schaller, Tobias Brandes, and Massimiliano Esposito. Thermodynamics of a physical model implementing a maxwell demon. Physical review letters, 110(4):040601, 2013.

[434] AV Feshchenko, JV Koski, and Jukka P Pekola. Experimental realization of a coulomb blockade refrigerator. Physical Review B, 90(20):201407, 2014.

[435] Peter George Kirton and AD Armour. Nonlinear dynamics of a driven nanomechanical single-electron transistor. Physical Review B, 87(15):155407, 2013.

[436] K. K. Likharev, N. S. Bakhvalov, G. S. Kazacha, and S. I. Serdyukova. Single-electron tunnel junction array: an electrostatic analog of the josephson transmission line. IEEE Transactions on Magnetics, 25(2):1436–1439, March 1989.

[437] D. V. Averin and K. K. Likharev. Coulomb blockade of single-electron tunneling, and coherent oscillations in small tunnel junctions. Journal of Low Temperature Physics, 62(3):345–373, Feb 1986.

[438] LY Gorelik, A Isacsson, MV Voinova, B Kasemo, RI Shekhter, and M Jonson. Shuttle mechanism for charge transfer in coulomb blockade nanostructures. Physical Review Letters, 80(20):4526, 1998.

[439] AD Armour and A MacKinnon. Transport via a quantum shuttle. Physical Review B, 66(3):035333, 2002.

[440] T Nord, LY Gorelik, RI Shekhter, and M Jonson. Electromechanics of charge shuttling in dissipative nanostructures. Physical Review B, 65(16):165312, 2002.

[441] T Novotnỳ. T. novotnỳ, a. donarini, and a.-p. jauho, phys. rev. lett. 90, 256801 (2003). Phys. Rev. Lett., 90:256801, 2003.

[442] AD Armour, MP Blencowe, and Yong Zhang. Classical dynamics of a nanomechanical resonator coupled to a single-electron transistor. Physical Review B, 69(12):125313, 2004.

[443] AD Armour. Current noise of a single-electron transistor coupled to a nanomechanical resonator. Physical Review B, 70(16):165315, 2004.

[444] D. A. Rodrigues, J. Imbers, and A. D. Armour. Quantum dynamics of a resonator driven by a superconducting single-electron transistor: A solid-state analogue of the micromaser. Phys. Rev. Lett., 98:067204, Feb 2007.

[445] C. B. Doiron, W. Belzig, and C. Bruder. Electrical transport through a single-electron transistor strongly coupled to an oscillator. Phys. Rev. B, 74:205336, Nov 2006.

[446] R. Hussein, A. Metelmann, P. Zedler, and T. Brandes. Semiclassical dynamics of nanoelectromechanical systems. Phys. Rev. B, 82:165406, Oct 2010.

[447] LRC Fonseca, AN Korotkov, KK Likharev, and AA Odintsov. A numerical study of the dynamics and statistics of single electron systems. Journal of Applied Physics, 78(5):3238–3251, 1995.

[448] Hsi-Sheng Goan. Monte carlo method for a quantum measurement process by a single-electron transistor. Phys. Rev. B, 70:075305, Aug 2004.

[449] D. Mozyrsky, I. Martin, and M. B. Hastings. Quantum-limited sensitivity of single-electron-transistor-based displacement detectors. Phys. Rev. Lett., 92:018303, Jan 2004.

[450] Christoph Wasshuber, Hans Kosina, and Siegfried Selberherr. Simon-a simulator for single-electron tunnel devices and circuits. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 16(9):937–944, 1997.

[451] Jonas Bylander, Tim Duty, and Per Delsing. Current measurement by real-time counting of single electrons. Nature, 434(7031):361, 2005.

[452] Francesco Giazotto, Tero T. Heikkilä, Arttu Luukanen, Alexander M. Savin, and Jukka P. Pekola. Opportunities for mesoscopics in thermometry and refrigeration: Physics and applications. Rev. Mod. Phys., 78:217–274, Mar 2006.

[453] AN Korotkov, Mogens Rugholm Samuelsen, and SA Vasenko. Effects of overheating in a single-electron transistor. Journal of applied physics, 76(6):3623–3631, 1994.

[454] Olli-Pentti Saira, Matthias Meschke, Francesco Giazotto, Alexander M. Savin, Mikko Möttönen, and Jukka P. Pekola. Heat transistor: Demonstration of gate-controlled electronic refrigeration. Phys. Rev. Lett., 99:027203, Jul 2007.

[455] Stéphane Lefèvre, Sebastian Volz, and Pierre-Olivier Chapuis. Nanoscale heat transfer at contact between a hot tip and a substrate. International Journal of Heat and Mass Transfer, 49(1):251 – 258, 2006.

[456] Kyle L Grosse, Myung-Ho Bae, Feifei Lian, Eric Pop, and William P King. Nanoscale joule heating, peltier cooling and current crowding at graphene–metal contacts. Nature nanotechnology, 6(5):287, 2011.

[457] Jacob B. Khurgin. Surface plasmon-assisted laser cooling of solids. Phys. Rev. Lett., 98:177401, Apr 2007.

[458] Yu-Shen Liu, Bailey C. Hsu, and Yu-Chang Chen. Effect of thermoelectric cooling in nanoscale junctions. The Journal of Physical Chemistry C, 115(13):6111–6125, 2011.

[459] Lev Davidovich Landau, JS Bell, MJ Kearsley, LP Pitaevskii, EM Lifshitz, and JB Sykes. Electrodynamics of continuous media, volume 8. elsevier, 2013.

[460] R Zwanzig. R. zwanzig, j. stat. phys. 9, 215 (1973). J. Stat. Phys., 9:215, 1973.

[461] Mordechai Bixon and Robert Zwanzig. Brownian motion of a nonlinear oscillator. Journal of Statistical Physics, 3(3):245–260, Sep 1971.

[462] M. H. Devoret, D. Esteve, H. Grabert, G.-L. Ingold, H. Pothier, and C. Urbina. Effect of the electromagnetic environment on the coulomb blockade in ultrasmall tunnel junctions. Phys. Rev. Lett., 64:1824–1827, Apr 1990.

[463] S. M. Girvin, L. I. Glazman, M. Jonson, D. R. Penn, and M. D. Stiles. Quantum fluctuations and the single-junction coulomb blockade. Phys. Rev. Lett., 64:3183–3186, Jun 1990.

[464] Kensuke Kobayashi, Sachio Horiuchi, Reiji Kumai, Fumitaka Kagawa, Youichi Murakami, and Yoshinori Tokura. Electronic ferroelectricity in a molecular crystal with large polarization directing antiparallel to ionic displacement. Phys. Rev. Lett., 108:237601, Jun 2012.

[465] Tatsuya Miyamoto, Hiroyuki Yada, Hiromichi Yamakawa, and Hiroshi Okamoto. Ultrafast modulation of polarization amplitude by terahertz fields in electronic-type organic ferroelectrics. Nature communications, 4:2586, 2013.

[466] M. Buron-Le Cointe, M. H. Lemée-Cailleau, H. Cailleau, S. Ravy, J. F. Bérar, S. Rouzière, E. Elkaïm, and E. Collet. One-dimensional fluctuating nanodomains in the charge-transfer molecular system ttf-ca and their first-order crystallization. Phys. Rev. Lett., 96:205503, May 2006.

[467] M Huth, A Rippert, R Sachser, and L Keller. Probing near-interface ferroelectricity by conductance modulation of a nano-granular metal. Materials Research Express, 1(4):046303, oct 2014.

[468] R. Grigalaitis, J. Banys, J. Macutkevic, R. Adomavicius, A. Krotkus, K. Bormanis, and A. Sternberg. Broadband dielectric spectroscopy of pbmg1/3nb2/3o3–pbsc1/2nb1/2o3 ceramics. Journal of the European Ceramic Society, 30(2):613 – 616, 2010. Electroceramics XI Special Issue.

[469] Yu V Nazarov. Anomalous current-voltage characteristics of tunnel junctions. Sov. Phys. JETP, 68(3):561–566, 1989.

[470] Yuli V Nazarov. Full counting statistics and field theory. Annalen der Physik, 16(10-11):720–735, 2007.

[471] MH Devoret, D Esteve, H Grabert, G-L Ingold, H Pothier, and C Urbina. Effect of the electromagnetic environment on the coulomb blockade in ultrasmall tunnel junctions. Physical review letters, 64(15):1824, 1990.

[472] DV Averin and KK Likharev. Quantum effects in small disordered systems, 1991.

[473] S. M. Girvin, L. I. Glazman, M. Jonson, D. R. Penn, and M. D. Stiles. Quantum fluctuations and the single-junction coulomb blockade. Phys. Rev. Lett., 64:3183–3186, Jun 1990.

[474] Hermann Grabert, Gert-Ludwig Ingold, Michel H Devoret, Daniel Estève, Hugues Pothier, and Cristian Urbina. Single electron tunneling rates in multijunction circuits. Zeitschrift für Physik B Condensed Matter, 84(1):143–155, 1991.

[475] Gert-Ludwig Ingold, Hermann Grabert, and Udo Eberhardt. Cooper-pair current through ultrasmall josephson junctions. Phys. Rev. B, 50:395–402, Jul 1994.

[476] F. Chiodi, M. Aprili, and B. Reulet. Evidence for two time scales in long sns junctions. Phys. Rev. Lett., 103:177002, Oct 2009.

[477] A. V. Timofeev, C. Pascual García, N. B. Kopnin, A. M. Savin, M. Meschke, F. Giazotto, and J. P. Pekola. Recombination-limited energy relaxation in a bardeen-cooper-schrieffer superconductor. Phys. Rev. Lett., 102:017003, Jan 2009.

[478] Tat'yana I Baturina, Damir Revinirovich Islamov, and Ze Don Kvon. Subgap anomaly and above-energy-gap structure in chains of diffusive sns junctions. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 75(7):326–330, 2002.

[479] TI Baturina, Yu A Tsaplin, AE Plotnikov, and MR Baklanov. Anomalous behavior near t c and synchronization of andreev reflection in two-dimensional arrays of sns junctions. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 81(1):10–14, 2005.

[480] G. Sambandamurthy, L. W. Engel, A. Johansson, E. Peled, and D. Shahar. Experimental evidence for a collective insulating state in two-dimensional superconductors. Phys. Rev. Lett., 94:017003, Jan 2005.

[481] T. I. Baturina, A. Yu. Mironov, V. M. Vinokur, M. R. Baklanov, and C. Strunk. Localized superconductivity in the quantum-critical region of the disorder-driven

superconductor-insulator transition in tin thin films. Phys. Rev. Lett., 99:257003, Dec 2007.

[482] T. I. Baturina, A. Yu. Mironov, V. M. Vinokur, M. R. Baklanov, and C. Strunk. Hyperactivated resistance in tin films on the insulating side of the disorder-driven superconductor-insulator transition. JETP Letters, 88(11):752–757, Feb 2008.

[483] M. Ovadia, B. Sacépé, and D. Shahar. Electron-phonon decoupling in disordered insulators. Phys. Rev. Lett., 102:176802, Apr 2009.

[484] A Savin, J Pekola, M Prunnila, J Ahopelto, and P Kivinen. Electronic cooling and hot electron effects in heavily doped silicononinsulator film. Physica Scripta, 2004(T114):57, 2004.

[485] Nikolai Kopnin. Theory of nonequilibrium superconductivity, volume 110. Oxford University Press, 2001.

[486] I. S. Beloborodov, A. V. Lopatin, and V. M. Vinokur. Coulomb effects and hopping transport in granular metals. Phys. Rev. B, 72:125121, Sep 2005.

[487] A. V. Lopatin and V. M. Vinokur. Hopping transport in granular superconductors. Phys. Rev. B, 75:092201, Mar 2007.

[488] N. B. Kopnin, Y. M. Galperin, J. Bergli, and V. M. Vinokur. Nonequilibrium electrons in tunnel structures under high-voltage injection. Phys. Rev. B, 80:134502, Oct 2009.

[489] F. Giazotto, T. T. Heikkilä, A. Luukanen, A. M. Savin, and J. P. Pekola. Opportunities for mesoscopics in thermometry and refrigeration: Physics and applications. Rev. Mod. Phys., 78(1):217, 2006.

[490] Igor L Aleiner, Piet Wibertus Brouwer, and Leonid I Glazman. Quantum effects in coulomb blockade. Phys. Rep., 358(5):309–440, 2002.

[491] I. S. Beloborodov, A. V. Lopatin, V. M. Vinokur, and K. B. Efetov. Granular electronic systems. Rev. Mod. Phys., 79(2):469, 2007.

[492] M. J. Rozenberg, I. H. Inoue, and M. J. Sanchez. Nonvolatile memory with multilevel switching: a basic model. Phys. Rev. Lett., 92(17):178302, 2004.

[493] Richard Phillips Feynman and FL Vernon Jr. The theory of a general quantum system interacting with a linear dissipative system. Annals of physics, 281(1-2):547–607, 2000.

[494] M.H. Devoret and H. Grabert. Single Charge Tunneling, volume 264. New York, Plenum, 1992.

[495] Ya. I. Rodionov, I. S. Burmistrov, and N. M. Chtchelkatchev. Relaxation dynamics of the electron distribution in the coulomb-blockade problem. Phys. Rev. B, 82:155317, Oct 2010.

[496] LD Landau, EM Lifshitz, and LP Pitaevskij. Course of theoretical physics. vol. 10: Physical kinetics. Oxford, 1981.

[497] Alex Kamenev and Anton Andreev. Electron-electron interactions in disordered metals: Keldysh formalism. Phys. Rev. B, 60:2218–2238, Jul 1999.

[498] S. I. Khondaker, I. S. Shlimak, J. T. Nicholls, M. Pepper, and D. A. Ritchie. Two-dimensional hopping conductivity in a δ-doped $\mathsf{GaAs/al}_x\mathsf{ga}_{1-x}\mathsf{As}$ heterostructure. Phys. Rev. B, 59:4580–4583, Feb 1999.

[499] I Shlimak, K-J Friedland, and SD Baranovskii. Hopping conductivity in gated δ-doped gaas: universality of prefactor. Solid state communications, 112(1):21–24, 1999.

[500] I. V. Gornyi, A. D. Mirlin, and D. G. Polyakov. Interacting electrons in disordered wires: Anderson localization and low-t transport. Phys. Rev. Lett., 95:206603, Nov 2005.

[501] D.M. Basko, I.L. Aleiner, and B.L. Altshuler. Metal–insulator transition in a weakly interacting many-electron system with localized single-particle states. Annals of Physics, 321(5):1126 – 1205, 2006.

[502] Jürgen König, Herbert Schoeller, and Gerd Schön. Cotunneling and renormalization effects for the single-electron transistor. Phys. Rev. B, 58:7882–7892, Sep 1998.

[503] L. H. Yu, Z. K. Keane, J. W. Ciszek, et al. Inelastic electron tunneling via molecular vibrations in single-molecule transistors. Phys. Rev. Lett., 93:266802, Dec 2004.

[504] A. Furusaki and K. A. Matveev. Theory of strong inelastic cotunneling. Phys. Rev. B, 52:16676–16695, Dec 1995.

[505] Axel Thielmann, Matthias H Hettler, Jürgen König, and Gerd Schön. Cotunneling current and shot noise in quantum dots. Phys. Rev. Lett., 95(14):146806, 2005.

[506] Axel Thielmann, Matthias H. Hettler, Jürgen König, and Gerd Schön. Cotunneling current and shot noise in quantum dots. Phys. Rev. Lett., 95:146806, Sep 2005.

[507] DJ Paul, JRA Cleaver, H Ahmed, and TE Whall. Cotunneling of holes in silicon-based structures. Phys. Rev. B, 49:91412–16517, 1994.

[508] K. A. Matveev and A. V. Andreev. Thermopower of a single-electron transistor in the regime of strong inelastic cotunneling. Phys. Rev. B, 66:045301, Jul 2002.

[509] T. B. Tran, I. S. Beloborodov, Hu, et al. Sequential tunneling and inelastic cotunneling in nanoparticle arrays. Phys. Rev. B, 78:075437, Aug 2008.

[510] A. Bayman, P. K. Hansma, and W. C. Kaska. Shifts and dips in inelastic-electron-tunneling spectra due to the tunnel-junction environment. Phys. Rev. B, 24:2449–2455, Sep 1981.

[511] Andreas K Hüttel, Benoit Witkamp, Martin Leijnse, Maarten R Wegewijs, et al. Pumping of vibrational excitations in the coulomb-blockade regime in a suspended carbon nanotube. Phys. Rev. Lett., 102(22):225501, 2009.

[512] Bing Dong, Norman JM Horing, and HL Cui. Inelastic cotunneling-induced decoherence and relaxation, charge, and spin currents in an interacting quantum dot under a magnetic field. Phys. Rev. B, 72(16):165326, 2005.

[513] R. Schleser, T. Ihn, E. Ruh, et al. Cotunneling-mediated transport through excited states in the coulomb-blockade regime. Phys. Rev. Lett., 94:206805, May 2005.

[514] A.N. Korotkov, M. R. Samuelsen, and S. A. Vasenko. Effects of overheating in a single electron transistor. J. of Appl. Phys., 76(6):3623–3631, 1994.

[515] N. Garcia and F. Guinea. Nonequilibrium electronic distribution in single-electron devices. Phys. Rev. B, 57:1398–1401, Jan 1998.

[516] CWJ Beenakker, C Emary, M Kindermann, and JL Van Velsen. Proposal for production and detection of entangled electron-hole pairs in a degenerate electron gas. Phys. Rev. Lett., 91(14):147901, 2003.

[517] M Kindermann and S Pilgram. Statistics of heat transfer in mesoscopic circuits. Phys. Rev. B, 69(15):155334, 2004.

[518] DM Basko and VE Kravtsov. Coulomb blockade in quantum dots under ac pumping. Phys. Rev. B, 71(8):085311, 2005.

[519] MA Laakso, TT Heikkilä, and Yuli V Nazarov. Fully overheated single-electron transistor. Phys. Rev. Lett., 104(19):196805, 2010.

[520] Tero T Heikkilä and Yuli V Nazarov. Statistics of temperature fluctuations in an electron system out of equilibrium. Phys. Rev. Lett., 102(13):130605, 2009.

[521] B. Kubala, J. König, and J. Pekola. Violation of the wiedemann-franz law in a single-electron transistor. Phys. Rev. Lett., 100(6):66801, 2008.

[522] M. Ovadia, B. Sacépé, and D. Shahar. Electron-phonon decoupling in disordered insulators. Phys. Rev. Lett., 102:176802, Apr 2009.

[523] Boris L. Altshuler, Vladimir E. Kravtsov, Igor V. Lerner, and Igor L. Aleiner. Jumps in current-voltage characteristics in disordered films. Phys. Rev. Lett., 102:176803, Apr 2009.

[524] Andreas Glatz and I. S. Beloborodov. Single grain heating due to inelastic cotunneling. Phys. Rev. B, 81:033408, Jan 2010.

[525] IS Beloborodov. Is beloborodov, av lopatin, fwj hekking, r. fazio, and vm vinokur, europhys. lett. 69, 435 (2005). Europhys. Lett., 69:435, 2005.

[526] Andreas Glatz and I. S. Beloborodov. Thermoelectric properties of granular metals. Phys. Rev. B, 79:041404, Jan 2009.

[527] Andreas Glatz and I. S. Beloborodov. Thermoelectric and seebeck coefficients of granular metals. Phys. Rev. B, 79:235403, Jun 2009.

[528] I. S. Beloborodov, A. V. Lopatin, V. M. Vinokur, and K. B. Efetov. Rev. Mod. Phys., 79:469, 2007.

[529] I. S. Beloborodov, K. B. Efetov, A. V. Lopatin, and V. M. Vinokur. Phys. Rev. Lett., 91:246801, 2003.

[530] K. B. Efetov and A. Tschersich. Phys. Rev. B, 67:174205, 2003.

[531] Michael M. Fogler, Sergey V. Malinin, and Thomas Nattermann. Coulomb blockade and transport in a chain of one-dimensional quantum dots. Phys. Rev. Lett., 97:096601, Aug 2006.

[532] AI Boukai. Ai boukai, y. bunimovich, j. tahir-kheli, j.-k. yu, wa goddard iii, and jr heath, nature (london) 451, 168 (2008). Nature (London), 451:168, 2008.

[533] EA Hoffmann. Ea hoffmann, n. nakpathomkun, ai persson, h. linke, ha nilsson, and l. samuelson, appl. phys. lett. 91, 252114 (2007). Appl. Phys. Lett., 91:252114, 2007.

[534] DV Averin and AA Odintsov. Macroscopic quantum tunneling of the electric charge in small tunnel junctions. Physics Letters A, 140(5):251–257, 1989.

[535] W Dieter Heiss. Quantum dots: a doorway to nanoscale physics. Quantum Dots: a Doorway to Nanoscale Physics, by WD Heiss. 2005 X, 174 p. Also available online. 3-540-24236-8. Berlin: Springer, 2005., 2005.

[536] V. Tripathi and Y. L. Loh. Thermal conductivity of a granular metal. Phys. Rev. Lett., 96:046805, Feb 2006.

[537] I. S. Beloborodov, A. Glatz, and V. M. Vinokur. Phys. Rev. Lett., 99:066602, 2007.

[538] AF Volkov and Sh M Kogan. Physical phenomena in semiconductors with negative differential conductivity. Soviet Physics Uspekhi, 11(6):881, 1969.

[539] A. Vl. Gurevich and R. G. Mints. Self-heating in normal metals and superconductors. Rev. Mod. Phys., 59:941–999, Oct 1987.

[540] David Kalok, Ante Bilušić, Tatyana I Baturina, A Yu Mironov, SV Postolova, AK Gutakovskii, AV Latyshev, VM Vinokur, and C Strunk. Non-linear conduction in the critical region of the superconductor-insulator transition in tin thin films. In Journal of Physics: Conference Series, volume 400, page 022042. IOP Publishing, 2012.

[541] Albert Schmid. On the dynamics of electrons in an impure metal. Zeitschrift für Physik, 271(3):251–256, 1974.

[542] MU Reizer and AV Sergeyev. Electron–phonon interaction in impure metals and superconductors. Zh. Eksp. Teor. Fiz., 90(3):1056–1070, 1986.

[543] M Yu Reizer. Electron-phonon relaxation in pure metals and superconductors at very low temperatures. Physical Review B, 40(8):5411, 1989.

[544] A Sergeev and V Mitin. Electron-phonon interaction in disordered conductors: Static and vibrating scattering potentials. Physical Review B, 61(9):6041, 2000.

[545] Milton Abramowitz and Irene A Stegun. Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables, volume 55. Courier Corporation, 1965.

[546] Boris L Altshuler and A Gh Aronov. Electron–electron interaction in disordered conductors. In Modern Problems in condensed matter sciences, volume 10, pages 1–153. Elsevier, 1985.

[547] Yoseph Imry. Introduction to mesoscopic physics. Number 2. Oxford University Press on Demand, 2002.

[548] BL Altshuler and AG Aronov. Damping of one-electron excitations in metals. JETP Lett, 30(8):482, 1979.

[549] A Anthore, F Pierre, H Pothier, D Esteve, and MH Devoret. Electronic correlations: From meso-to nano-physics. EDP Sciences, Paris, page 301, 2001.

[550] A. Anthore, F. Pierre, H. Pothier, and D. Esteve. Magnetic-field-dependent quasiparticle energy relaxation in mesoscopic wires. Phys. Rev. Lett., 90:076806, Feb 2003.

[551] A. Kaminski and L. I. Glazman. Electron energy relaxation in the presence of magnetic impurities. Phys. Rev. Lett., 86:2400–2403, Mar 2001.

[552] G. Göppert, Y. M. Galperin, B. L. Altshuler, and H. Grabert. Magnetic-field effects in energy relaxation mediated by kondo impurities in mesoscopic wires. Phys. Rev. B, 66:195328, Nov 2002.

[553] Carl M. Bender and Stefan Boettcher. Real spectra in non-hermitian hamiltonians having $\mathcal{PT}$ symmetry. Phys. Rev. Lett., 80:5243–5246, Jun 1998.

[554] Herman Feshbach. H. feshbach, annu. rev. nucl. sci. 8, 49 (1958). Annu. Rev. Nucl. Sci., 8:49, 1958.

[555] Hiroki Nakamura. Nonadiabatic transition: concepts, basic theories and applications. World Scientific, 2012.

[556] Oleg I. Tolstikhin and Chusei Namba. Quantum-mechanical and semiclassical study of the collinear three-body coulomb problem: Inelastic collisions below the three-body disintegration threshold. Phys. Rev. A, 70:062721, Dec 2004.

[557] Carl M. Bender, Daniel W. Hook, Peter N. Meisinger, and Qing-hai Wang. Complex correspondence principle. Phys. Rev. Lett., 104:061601, Feb 2010.

[558] Carl M. Bender, Dorje C. Brody, and Hugh F. Jones. Complex extension of quantum mechanics. Phys. Rev. Lett., 89:270401, Dec 2002.

[559] B. Roy and P. Roy. Coherent states of non-hermitian quantum systems. Physics Letters A, 359(2):110 – 113, 2006.

[560] Uwe Günther, Frank Stefani, and Miloslav Znojil. Mhd $\alpha 2$-dynamo, squire equation and pt-symmetric interpolation between square well and harmonic oscillator. Journal of Mathematical Physics, 46(6):063504, 2005.

[561] J. Rubinstein, P. Sternberg, and Q. Ma. Bifurcation diagram and pattern formation of phase slip centers in superconducting wires driven with electric currents. Phys. Rev. Lett., 99:167003, Oct 2007.

[562] Lev Petrovich Gor'kov. Microscopic derivation of the ginzburg-landau equations in the theory of superconductivity. Sov. Phys. JETP, 9(6):1364–1367, 1959.

[563] LP Gor'kov. The critical supercooling field in superconductivity theory. Soviet Physics JETP, 10:593–599, 1960.

[564] LP Gor'kov and Eliashberg GM. Sov. Phys. JETP, 27:328, 1968.

[565] LP Gor'Kov and GM Eliashberg. Generalization of the ginzburg-landau equations for non-stationary problems in the case of alloys with paramagnetic impurities. In 30 Years Of The Landau Institute—Selected Papers, pages 16–22. World Scientific, 1996.

[566] Philippe Nozieres. Theory of interacting Fermi systems. CRC Press, 2018.

[567] GM Eliashberg. Nonstationary equations for superconductors with low concentration of paramagnetic impurities. Journal of Experimental and Theoretical Physics, 28(6):1298–1302, 1969.

[568] AI Larkin and Yu N Ovchinnikov. Current damping in superconducting junctions with nonequilibrium electron distribution functions. Zh. Eksp. Teor. Fiz, 87:1842–1856, 1984.

[569] N Langenberg and Larkin A. I. Nonequilibrium superconductivity. North Holland, 1986.

[570] Wolfgang Belzig, Frank K Wilhelm, Christoph Bruder, Gerd Schön, and Andrei D Zaikin. Quasiclassical green's function approach to mesoscopic superconductivity. Superlattices and Microstructures, 25(5-6):1251–1288, 1999.

[571] BI Ivlev and NB Kopnin. Electric currents and resistive states in thin superconductors. Advances of Physics, 33(1):47–114, 1984.

[572] Nikolai Kopnin. Theory of nonequilibrium superconductivity, volume 110. Oxford University Press, 2001.

[573] Albert Schmid. A time dependent ginzburg-landau equation and its application to the problem of resistivity in the mixed state. Physik der kondensierten Materie, 5(4):302–317, 1966.

[574] AI Larkin and YUN Ovchinnikov. Non-linear effects during the motion of vortices in superconductors. Zh. Eksp. Teor. Fiz., 73(1):7, 1977.

[575] RJ Watts-Tobin, Y Krähenbühl, and L Kramer. Nonequilibrium theory of dirty, current-carrying superconductors: phase-slip oscillators in narrow filaments near tc. Journal of Low Temperature Physics, 42(5):459–501, 1981.

[576] H. T. C. Stoof. Time-dependent ginzburg-landau theory for a weak-coupling superconductor. Phys. Rev. B, 47:7979–7985, Apr 1993.

[577] Alex Kamenev and Alex Levchenko. Keldysh technique and non-linear sigma-model: basic principles and applications. Advances in Physics, 58(3):197–319, 2009.

[578] R. S. Keizer, M. G. Flokstra, J. Aarts, and T. M. Klapwijk. Critical voltage of a mesoscopic superconductor. Phys. Rev. Lett., 96:147002, Apr 2006.

[579] D Yu Vodolazov and FM Peeters. Symmetric and asymmetric states in a mesoscopic superconducting wire in the voltage-driven regime. Physical Review B, 75(10):104515, 2007.

[580] I Snyman and YV Nazarov. Keldysh action of a multiterminal time-dependent scatterer. Physical Review B, 77(16):165118, 2008.

[581] V L Ginzburg and LD Landau. Zh. Eksp. Teor. Fiz., 20:1064, 1950.

[582] Gábor Zala, B. N. Narozhny, and I. L. Aleiner. Interaction corrections at intermediate temperatures: Longitudinal conductivity and kinetic equation. Phys. Rev. B, 64:214204, Nov 2001.

[583] G Catelani and IL Aleiner. Interaction corrections to thermal transport coefficients in disordered metals: The quantum kinetic equation approach. Journal of Experimental and Theoretical Physics, 100(2):331–369, 2005.

[584] Alekseĭ Abrikosov. Methods of quantum field theory in statistical physics.

[585] AM Finkelstein. Electron liquid in disordered conductors. 1990.

[586] M. Brando, D. Belitz, F. M. Grosche, and T. R. Kirkpatrick. Metallic quantum ferromagnets. Rev. Mod. Phys., 88:025006, May 2016.

[587] O. V. Dimitrova and V. E. Kravtsov. Infrared catastrophe in a two-quasiparticle collision integral. JETP Letters, 86(10):670–676, Jan 2008.

[588] RL Stratonovich. Rl stratonovich, dokl. akad. nauk sssr 115, 1097 (1957). In Dokl. Akad. Nauk SSSR, volume 115, page 1097, 1957.

[589] J. Hubbard. Calculation of partition functions. Phys. Rev. Lett., 3:77–78, Jul 1959.

[590] J. Rammer and H. Smith. Quantum field-theoretical methods in transport theory of metals. Rev. Mod. Phys., 58:323–359, Apr 1986.

[591] N. Rosen and C. Zener. Double stern-gerlach experiment and related collision phenomena. Phys. Rev., 40:502–507, May 1932.

[592] Gábor Zala, BN Narozhny, and IL Aleiner. Interaction corrections at intermediate temperatures: Magnetoresistance in a parallel field. Physical Review B, 65(2):020201, 2001.

[593] C Castellani, C Di Castro, and PA Lee. Metallic phase and metal-insulator transition in two-dimensional electronic systems. Physical Review B, 57(16):R9381, 1998.

[594] VP Mineev. Transverse spin dynamics in a spin-polarized fermi liquid. Physical Review B, 69(14):144429, 2004.

[595] Ya M Blanter. Electron-electron scattering rate in disordered mesoscopic systems. Physical Review B, 54(18):12807, 1996.

[596] OV Dimitrova and VE Kravtsov. Infrared catastrophe in a two-quasiparticle collision integral. JETP letters, 86(10):670–676, 2008.

[597] BI Ivlev, NB Kopnin, and LA Maslova. Stability of current-carrying states in narrow finite-length superconducting channels. Zh. Eksp. Teor. Fiz, 83:1533–1545, 1982.

[598] BI Ivlev and NB Kopnin. Theory of current states in narrow superconducting channels. Soviet Physics Uspekhi, 27(3):206, 1984.

[599] A Larkin and A Varlamov. Theory of fluctuations in superconductors. clarendon, 2005.

[600] Vladimir I Arnol'd. Catastrophe theory. Springer Science & Business Media, 2003.

[601] Tim Poston and Ian Stewart. Catastrophe theory and its applications. Courier Corporation, 2014.

[602] MM Vainberg and VA Trenogin. Theory of branching of solutions of non-linear equations. Leyden, 1974.

[603] A. A. Varlamov and L. Reggiani. Nonlinear fluctuation conductivity of a layered superconductor: Crossover in strong electric fields. Phys. Rev. B, 45:1060–1063, Jan 1992.

[604] Klaus D. Usadel. Generalized diffusion equation for superconducting alloys. Phys. Rev. Lett., 25:507–509, Aug 1970.

[605] Z. D. Kvon, T. I. Baturina, R. A. Donaton, M. R. Baklanov, K. Maex, E. B. Olshanetsky, A. E. Plotnikov, and J. C. Portal. Proximity effects and andreev reflection in a mesoscopic sns junction with perfect ns interfaces. Phys. Rev. B, 61:11340–11343, May 2000.

[606] T. I. Baturina, Z. D. Kvon, and A. E. Plotnikov. Two-dimensional array of diffusive sns junctions with high-transparent interfaces. Phys. Rev. B, 63:180503, Apr 2001.

[607] Tat'yana I Baturina, Damir Revinirovich Islamov, and Ze Don Kvon. Subgap anomaly and above-energy-gap structure in chains of diffusive sns junctions. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 75(7):326–330, 2002.

[608] T. I. Baturina, Yu. A. Tsaplin, A. E. Plotnikov, and M. R. Baklanov. Anomalous behavior near tc and synchronization of andreev reflection in two-dimensional arrays of sns junctions. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 81(1):10–14, Jan 2005.

[609] J Kutchinsky. J. kutchinsky, r. taboryski, t. clausen, cb sorensen, a. kristensen, pe lindelof, j. bindslev hansen, c. schelde jacobsen, and jl skov, phys. rev. lett. 78, 931 (1997). Phys. Rev. Lett., 78:931, 1997.

[610] S. Guéron, H. Pothier, Norman O. Birge, D. Esteve, and M. H. Devoret. Superconducting proximity effect probed on a mesoscopic length scale. Phys. Rev. Lett., 77:3025–3028, Sep 1996.

[611] TM Klapwijk. Mesoscopic superconductor-semiconductor heterostructures. Physica B: Condensed Matter, 197(1-4):481–499, 1994.

[612] M Yu Kuprianov and VF Lukichev. Influence of boundary transparency on the critical current of dirty ss's structures. Zh. Eksp. Teor. Fiz, 94:149, 1988.

[613] Alexander Punnoose and Alexander M Finkel'stein. Metal-insulator transition in disordered two-dimensional electron systems. Science, 310(5746):289–291, 2005.

[614] Leonid V Keldysh. Diagram technique for nonequilibrium processes. Sov. Phys. JETP, 20(4):1018–1026, 1965.

[615] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer. Theory of superconductivity. Phys. Rev., 108:1175–1204, Dec 1957.

[616] Isaac M Khalatnikov. An introduction to the theory of superfluidity. CRC Press, 2018.

[617] E. Bernardi, A. Lascialfari, A. Rigamonti, L. Romanò, V. Iannotti, G. Ausanio, and C. Luponio. Zero-dimensional superconducting fluctuations and fluctuating diamagnetism in lead nanoparticles. Phys. Rev. B, 74:134509, Oct 2006.

[618] Alexandra Manka, Harshad Pathak, Shinobu Tanimura, Judith Wölk, Reinhard Strey, and Barbara E Wyslouzil. Freezing water in no-man's land. Physical Chemistry Chemical Physics, 14(13):4505–4516, 2012.

[619] Tianshu Li, Davide Donadio, and Giulia Galli. Ice nucleation at the nanoscale probes no man's land of water. Nature Communications, 4:1887, 2013.