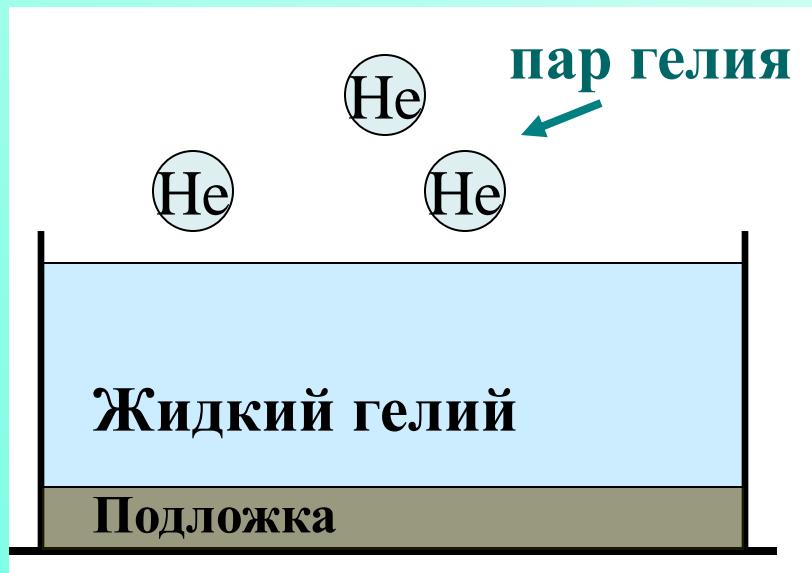


Введение

Жидкий гелий – вероятно, самая чистая система в физике конденсированного состояния. Все примеси в гелии при низкой температуре оседают на подложке и стенках, поскольку притягиваются к ним силами Ван-дер-Ваальса. При низкой температуре ($T \sim 1-4\text{K}$) поверхность жидкости становится ровной и гладкой, и остается только один тип возбуждений – риплоны (кванты поверхностных волн). Концентрация пара гелия дается распределением Больцмана и оказывается экспоненциально мала при низкой температуре:



$$N(T) \propto \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right), \Delta E = 7.17\text{K}.$$

Закон дисперсии риплонов
(капиллярно-гравитационных волн)

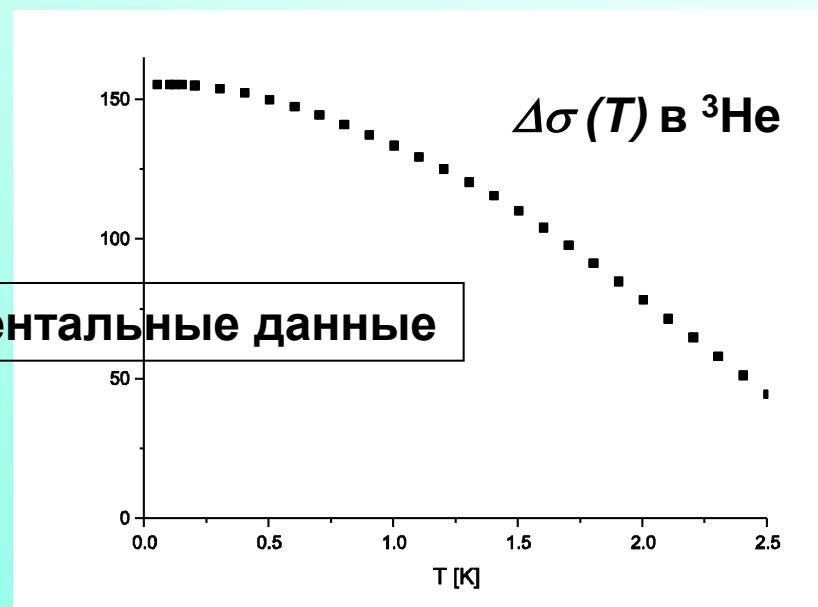
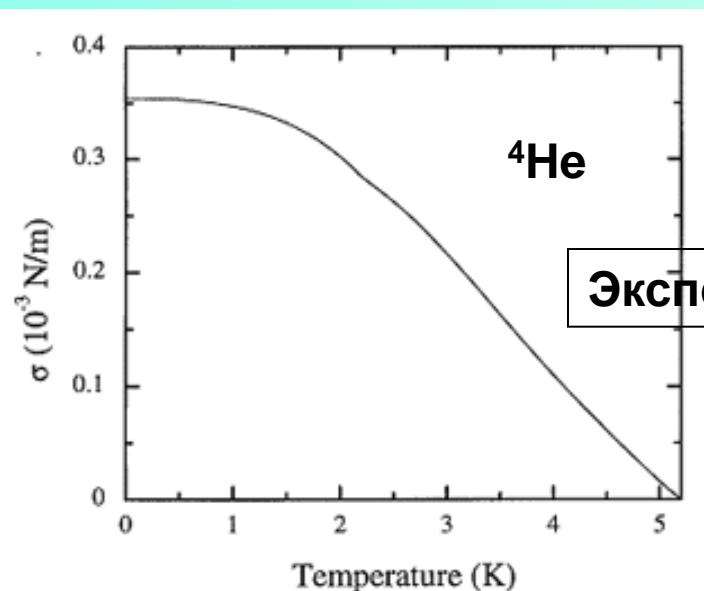
$$\omega_q^2 = \frac{\sigma_{He}}{\rho_{He}} q(q^2 + \kappa^2) \tanh(qd), \text{ где}$$

плотность гелия 4: $\rho_{He4} = 0.147\text{g/cm}^3$,
 d - глубина жидкости,

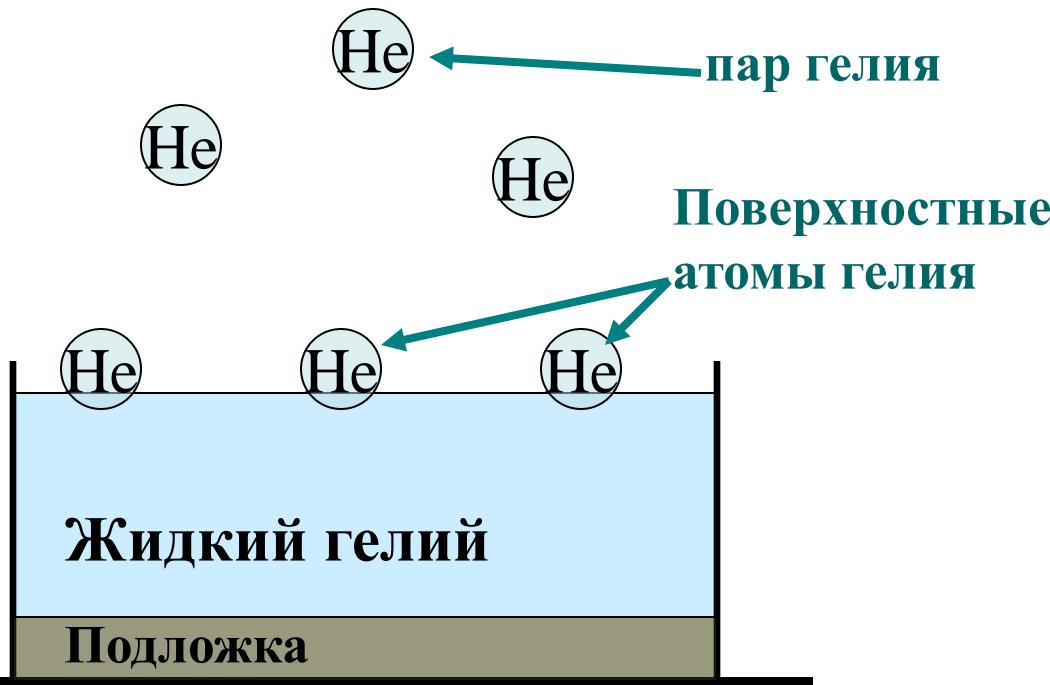
коэффициент поверхностного натяжения $\sigma_{He4} = 0.36\text{dyn/cm}$, $\kappa = 20\text{cm}^{-1}$.
При $q \gg \kappa$ волны называются капиллярные, при $q \ll \kappa$ - гравитационные.

Проблема температурной зависимости поверхностного натяжения

Коэффициент поверхностного натяжения σ – это свободная энергия поверхности на единицу площади. При низкой температуре $T \rightarrow 0$ $\sigma = \sigma_0 > 0$, и поправка $\Delta\sigma(T) = \sigma(0) - \sigma(T)$ определяется всеми возбуждениями в системе. В ^4He имеются только риплоны, но их вклада недостаточно чтобы объяснить величину $\Delta\sigma(T)$. В ^3He из-за большой вязкости при низкой T отсутствуют коротковолновые риплоны, вклад которых в свободную энергию является определяющим из-за большего фазового пространства (числа состояний).



Поверхностные атомы



Температурную зависимость $\Delta\sigma(T)$ поверхностного натяжения обоих изотопов жидкого гелия можно объяснить и достичь хорошего согласия теории и эксперимента, предложив существование нового типа возбуждений – сюрфонов, похожих на связанные состояния атомов вблизи поверхности, свободно распространяющиеся вдоль поверхности.

[А.М. Дюгаев, П.Д. Григорьев, «Поверхностное натяжение чистых изотопов жидкого гелия», Письма в ЖЭТФ, 78, 935 (2003)]

При этом внутренняя структура сюрфонов не рассматривалась, так как для объяснения экспериментов по поверхностному натяжению достаточно было ввести только два параметра, характеризующие сюрфоны: их энергию активации и эффективную массу.

Квантовомеханический расчет энергии поверхностных атомов.

Простейший потенциал взаимодействия двух атомов гелия (потенциал Леннарда – Джонса) имеет вид [ЛЛ том 3]

$$v(r) = 4\epsilon_0 \left[\left(\frac{\sigma_0}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma_0}{r} \right)^6 \right] \quad (1)$$

Интегрированием (1) по полупространству $z < 0$ получаем

$$V(z) = V_0 \left[\left(\frac{\sigma_{0^*}}{z} \right)^9 - \left(\frac{\sigma_{0^*}}{z} \right)^3 \right] \quad (2)$$

Для гелия 4 $V_0 = 140K$ $\sigma_{0^*} = 2.09A$

Решая одномерное уравнения Шредингера с потенциалом (2) находим энергию E связанного состояния атома на поверхности, которая для двух изотопов жидкого гелия равна:

$$E_{s0}^{He4} \approx -1.24K, \text{ и } E_{s0}^{He3} \approx -0.342K$$

Это значительно отличается от значений, дающих наилучшее согласие с данными по поверхностному натяжению:

$$E_s^{He4} \approx -4.5K \text{ и } E_s^{He3} \approx -2.25K$$

Существование уровня доказывает существование сюрфонов!

Поверхностное натяжение ^4He

Концентрация поверхностных атомов зависит от их энергии $\varepsilon(\mathbf{k})$, температуры, и хим. потенциала μ согласно статистике Бозе [ЛЛ том 5]:

$$n_4(T) = \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_4(k) - \mu_4}{T}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad \varepsilon_4(k) = \Delta_4 + \frac{(\hbar k)^2}{2m_4}$$

Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma_4(T) = \sigma_4(0) + \sigma_4^R(T) + \Omega_4^S(\mu_4, T)$,

где вклад риплонов $\sigma_4^R(T) = -AT^{7/3}$ (Atkins, 1953)

вклад двумерного газа поверхностных атомов

$$\Omega_4(T) = -T \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \ln \left[1 - \exp\left(\frac{\mu_4 - \varepsilon_4(k)}{T}\right) \right] = -\frac{M_4 T^2}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty \frac{x dx}{\exp\left(x + \frac{\Delta_4}{T}\right) - 1}.$$

[А.М. Дюгаев, П.Д. Григорьев, «Поверхностное натяжение чистых изотопов жидкого гелия», Письма в ЖЭТФ, 78, 935 (2003)]

Вычисление вклада поверхностных атомов в поверхностное натяжение ^3He

Концентрация поверхностных атомов зависит от их энергии $\varepsilon(\mathbf{k})$, температуры, и хим. потенциала μ согласно статистике Ферми [ЛЛ том 5]:

$$n_3(T) = 2 \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_3(k) - \mu_3}{T}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad \varepsilon_3(k) = \Delta_3 + \frac{(\hbar k)^2}{2m_3}$$

Коэффициент поверхностного натяжения

$$\sigma_3(T) = \sigma_3(0) + \Omega_3(\mu_3, T),$$

где термодинамический потенциал единицы площади поверхности определяется вкладом двумерного газа поверхностных атомов

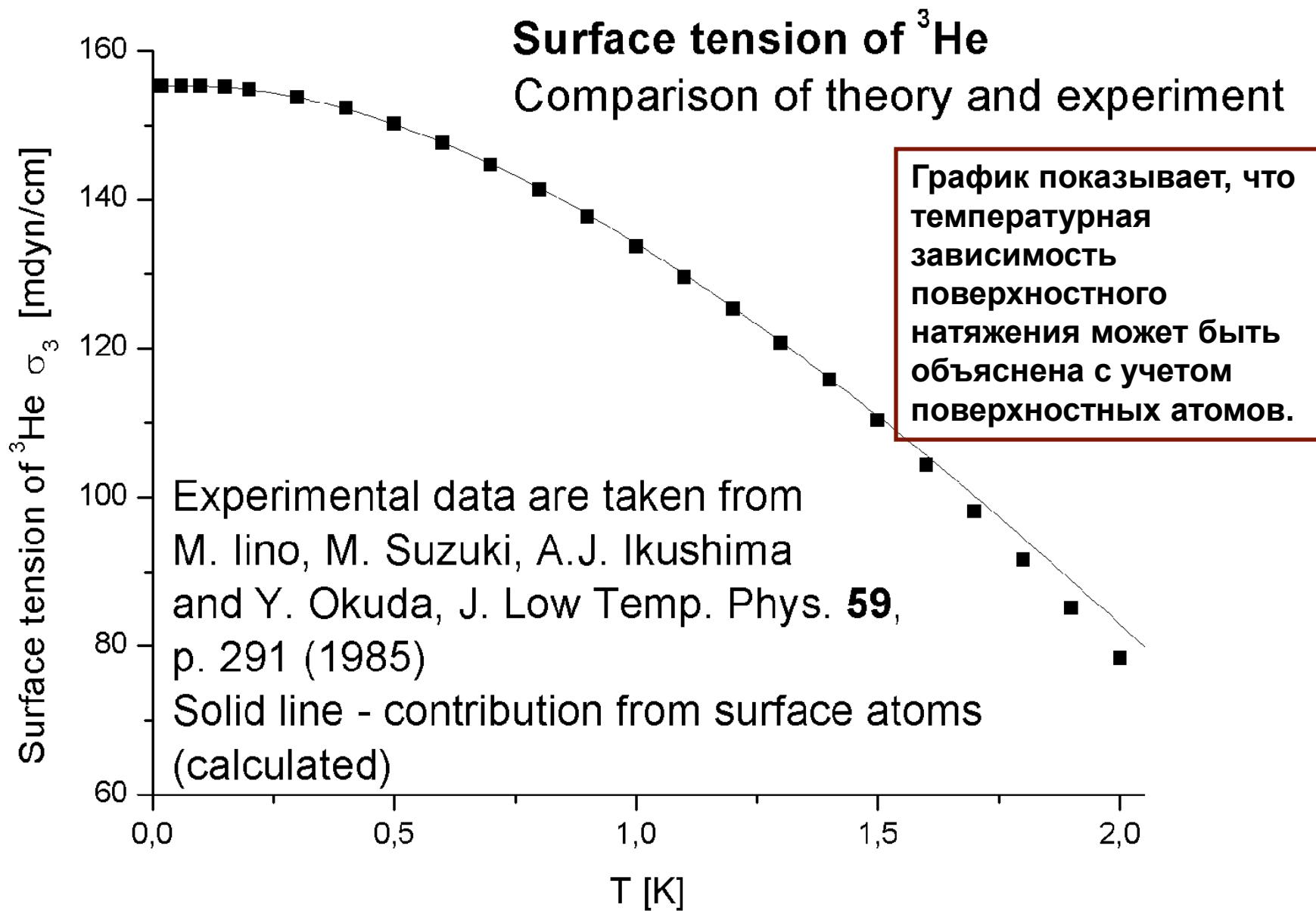
$$\Omega_3(T) = -2T \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} \ln \left[1 + \exp\left(\frac{\mu_3 - \varepsilon_3(k)}{T}\right) \right].$$

Подстановка констант для ^3He дает

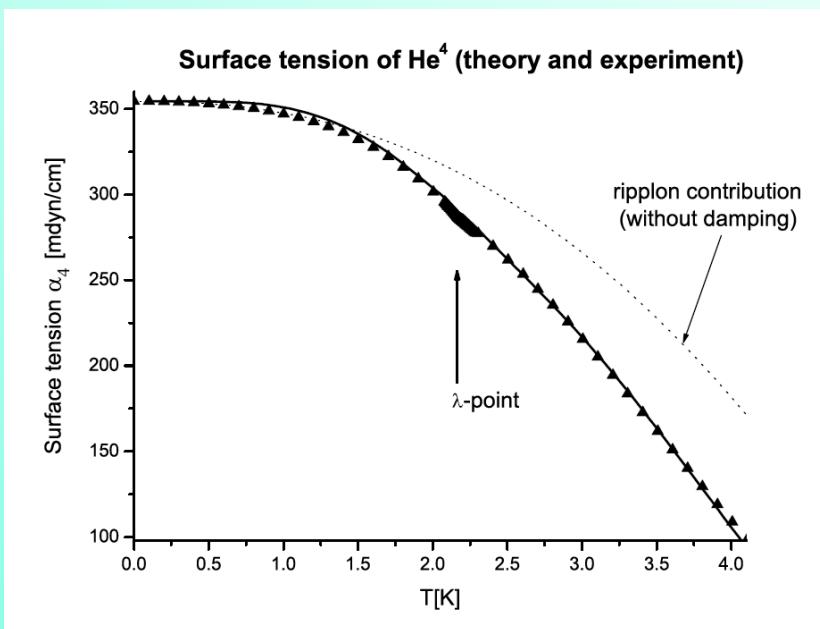
$$\sigma_3(T) = 155.3 - 61.2T^2 \int_0^\infty \frac{x dx}{\exp\left(x + \frac{\Delta_3}{T}\right) + 1}$$

[А.М. Дюгаев, П.Д. Григорьев, Письма в ЖЭТФ, 78, 935 (2003)]

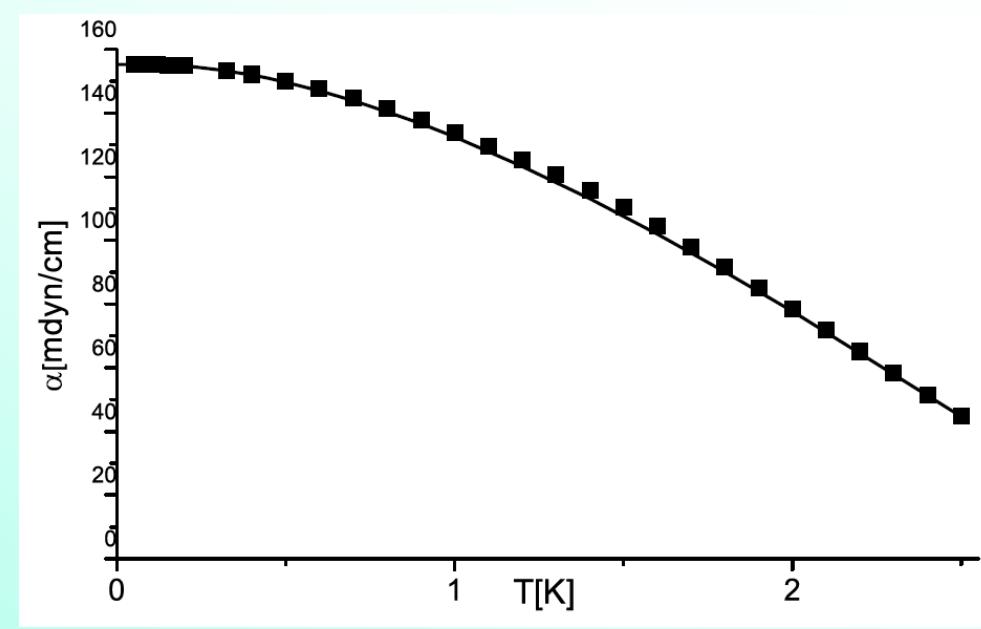
Fig. 1



Температурная зависимость поверхностного натяжения ${}^4\text{He}$ и ${}^3\text{He}$ может быть намного точнее объяснена с учетом экспериментальной температурной зависимости хим. потенциала жидкого гелия.



He^4



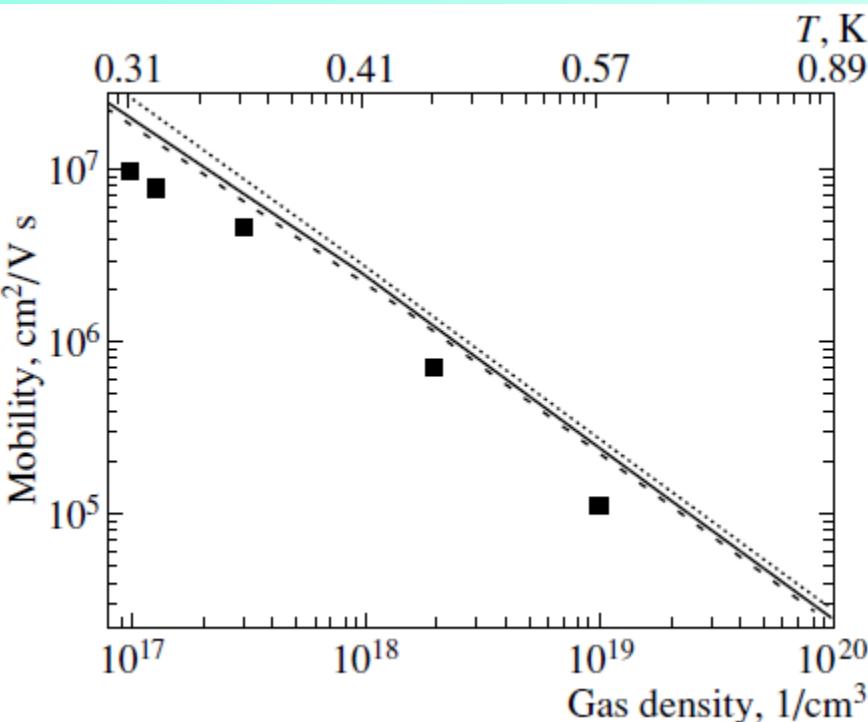
He^3

При этом вычислялась эффективная масса сюрфона в предположении что поверхность жидкого гелия успевает подстроиться под движущийся сюрфон.

Другие эксперименты, указывающие на существование сюрфонов (1)

Подвижность электронов над поверхностью жидкого гелия.

Рассеяния поверхностных электронов на риплонах и на атомах пара гелия не достаточно (с коэффициентом в ~2 раза) для объяснения низкой подвижности электронов на поверхности. Учет сюрфонов (в рамках феноменологической модели работы [А.М. Дюгаев, П.Д. Григорьев, «Поверхностное натяжение чистых изотопов жидкого гелия», Письма в ЖЭТФ, 78, 935 (2003)] улучшает согласие с экспериментом в ~1.5 раза.



[P.D. Grigoriev, A.M. Dyugaev, E.V. Lebedeva, "Electron mobility on a surface of dielectric media: influence of surface level atoms", JETP 104 (1), p. 1-10 (2008);]

Однако для расчета вклада сюрфонов в рассеяние электронов необходимо знание о волновой функции сюрфона и о его других микроскопических параметрах, к которым чувствительно взаимодействие электр. с сюрфоном.

Другие эксперименты, указывающие на существование сюрфонов (2)

Квантовые переходы электронов над поверхностью жидкого

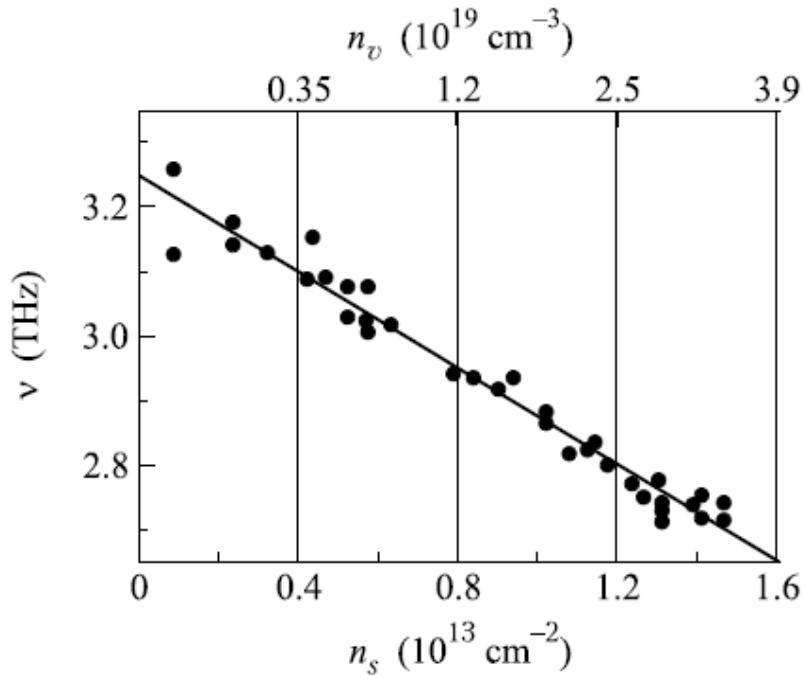


Рис.2. Зависимость частоты перехода ν_{12} от плотности пара n_v и поверхностной плотности n_s , построенная по опытным данным [2]. График отвечает формулам (9), (15): $\nu_{12}(n_v) - \nu_{12}(0) \sim n_v^{\gamma} \sim n_s$

Учет сюрфонов (в рамках феноменологической модели работы [А.М. Дюгаев, П.Д. Григорьев, «Поверхностное натяжение чистых изотопов жидкого гелия», Письма в ЖЭТФ, 78, 935 (2003)] позволяет также объяснить температурную зависимость частоты электронных переходов между дискретными уровнями на поверхности водорода.

P. D. Grigor'ev, A. M. Dyugaev and E. V. Lebedeva, “Temperature dependence of the spectrum of electrons levitating above solid hydrogen”, JETP Lett. 87, 106 (2008).

Однако для расчета вклада сюрфонов в частоту и ширину линии перехода электронов между связанными состояниями на поверхности диэлектрика также необходимо знать микроскопические параметры сюрфонов.

Неидеальный газ (классическая теория)

Поправка к свободной энергии дается формулой (74.3) ЛЛ5:

$$F = F_{\text{ид}} - T \ln \left\{ \frac{1}{V^N} \int \dots \int \left(e^{-\frac{U}{T}} - 1 \right) dV_1 \dots dV_N + 1 \right\} \quad (1)$$

Здесь U – потенциальная энергия взаимодействия всех частиц со всеми. В случае парных взаимодействий выражение под \ln в (1) разлагается в ряд по числу взаимодействующих пар (в приближении, что в любой момент времени частица взаимодействует не более чем с одной другой частицей):

$$I = \sum_{n=0}^{N/2} S_n, \quad S_n = A_n^N (B/V)^n, \quad B = \int \left(e^{-\frac{U_1}{T}} - 1 \right) dv_1. \quad (2)$$

Здесь $A_n^N = N! / [(N - 2n)! n! 2^n]$ есть число способов выбрать n пар из N частиц, $U_1(r)$ есть потенциал взаимодействия двух частиц.

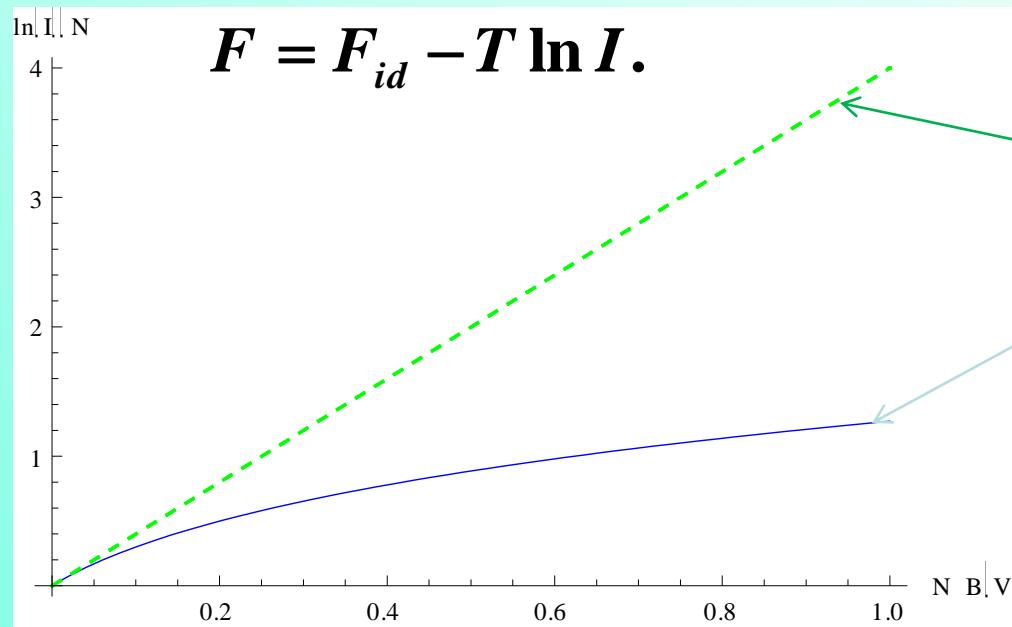
Обычно делается приближение $N! / (N - 2n)! \approx N^{2n}$. Тогда при $N = \infty$ $I = \exp(N^2 B/V)$, и из ур. (1) получаем $F = F_{id} + N^2 TB(T)/V$.

Эта формула из учебников соответствует первому члену разложения по степеням B/V , которое в нашем случае не мало.

Неидеальный газ (продолжение)

Ряд в формуле (2) может быть вычислен точно. Результат выражается через вырожденную гипергеометрическую функцию:

$$I = (-4B/V)^{N/2} U[-N/2, 1/2, -V/(4B)] \quad (3) \quad B = \int \left(e^{-\frac{U_1}{T}} - 1 \right) dU_1.$$



Линейное приближение

Формула (3)

Проблема: Точная теория жидкостей до сих пор не построена, поэтому приходится выбирать лучшее из приближений.

Вычисление парного взаимодействия между сюрфонами

1. Прямое взаимодействие через потенциал Леннарда-Джонса

$$U(r) = 4\epsilon_0 \left[\left(\frac{\sigma_0}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma_0}{r} \right)^6 \right] \quad (4)$$

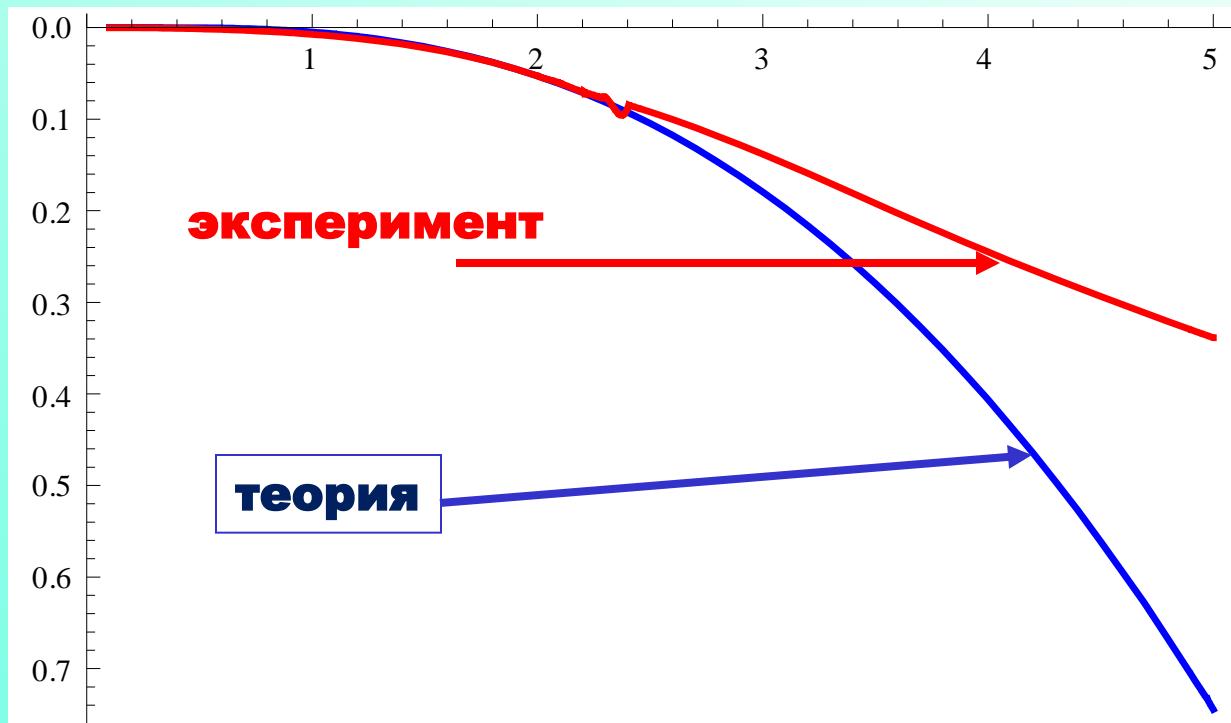
$$\epsilon_0 = 10.22K \quad \sigma_0 = 2.556\text{\AA}$$

Поправка к свободной энергии от взаимодействия сюрфонов.

$$F_{\text{int}} = \frac{-n(T)}{N} * T * k * \ln \left[\frac{-4B(T)}{N / n(T)} * H_N \left(i \sqrt{\frac{N / n(T)}{4B(T)}} \right) \right]$$

Вычисление парного взаимодействия между сюрфонами, часть вторая

Вычисление поправки к свободной энергии хорошо согласуется с экспериментом для He4 при температуре ниже 2.5 К, при эффективной массе равной обычной! Это может означать, что поверхность жидкого гелия не успевает подстроиться под движущийся сюрфон. При этом поправка связанная с существованием связанного состояния (на 0.029К) сюрфонной пары оказывается малой.



Выводы

- Обосновано существование сюрфонов прямым расчетом уровня энергии и времени испарения одинокого сюрфона.
- Более точное объяснение экспериментальной зависимости коэффициента поверхностного натяжения обоих изотопов жидкого гелия.
- Учёт взаимодействия сюрфонов. Изменение представления о характере поверхности жидкого гелия.

Дополнение 1: Оценка времени жизни поверхностных атомов из-за испарения

Взаимодействие с риплоном может привести к испарению сюрфона. Вероятность этого рассчитывается по теории возмущений:

$$d\omega_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |F_{fi}|^2 \delta(E_f - E_i^{(0)} - \hbar\omega) dv_f.$$

Основная сложность заключается в вычислении матричного элемента F_{fi} сюрфон-риплонного взаимодействия.

Вычисление гамильтониана взаимодействия (начало).

Чтобы исследовать испарение сюрфонов, вызванное взаимодействием с риплонами, мы применили такой же подход, как и в теории взаимодействия с риплонами электронов на поверхности жидкого гелия (см. параграф 9 в монографии). Так, в адиабатическом пределе, когда риплоны длинноволновые и волновая функция сюрфона успевает подстроиться под локальное искривление поверхности, недиагональные матричные элементы сюрфон-риплонного взаимодействия совпадают с матричными элементами оператора

$$\hat{V} = \delta H - \hbar k_z \dot{\xi},$$

взятыми по невозмущенным состояниям системы $|I,k,n\rangle$.
Здесь индекс I нумерует квантовые уровни сюрфона вдоль оси z (один дискретный уровень и весь набор непрерывного спектра, определяемый волновым числом $k_{\{z\}}$), k - волновой вектор сюрфона вдоль плоскости, n - индекс, характеризующий риплонную систему. Для однориплонных процессов рассеяния n является волновым вектором риплона.

Вычисление гамильтониана взаимодействия (продолжение).

В нашем потенциале оператор $k_z = -i\partial/\partial z$,

$$\delta H = \delta V_s + \delta K_s.$$

Поправка к оператору кинетической энергии сюрфона

$$\delta K_s = -\frac{\hbar^2}{M_{He}} k_z (\mathbf{k} \nabla \xi),$$

а изменение потенциальной энергии сюрфона из-за риплона

$$\delta V_s(\mathbf{r}, z) = n_{He} \int d^2 \mathbf{r}_1 [\xi(\mathbf{r}_1) - \xi(\mathbf{r})] V_{LJ} \left(\sqrt{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r})^2 + z^2} \right).$$

где $\xi(\mathbf{r}_1) - \xi(\mathbf{r}) = \xi_0 \cos(\omega t) [\cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_1) - 1]$.

и амплитуда риплона,
нормированная на поверхность
площади S :

$$\xi_{0q} = \left(\frac{\hbar}{2S \sqrt{\rho_{He} \alpha q}} \right)^{1/2}$$

Вычисление гамильтониана взаимодействия (продолжение).

Подставляя потенциал Леннарда-Джонса и искривление поверхности, создаваемое риплоном, вычисляя интеграл получим:

$$\delta V_q(z) = 4\pi\epsilon_0 n_{He} \xi_0 \sigma_0^2 \cos(\omega t) f(q, z)$$

где $f(q, z) \equiv \left(\frac{q^5 K_5(qz)}{1920z^5} - \frac{1}{5z^{10}} \right) \sigma_0^{10} + \left(\frac{q^2 K_2(qz)}{4z^2} - \frac{1}{2z^4} \right) \sigma_0^4$

и $K_n(qz)$ - модифицированная функция Бесселя порядка n .

Главный расходящийся член при $z \rightarrow 0$ здесь сокращается.

Для длинноволновых риплонов

$$f_{qz \ll 1}(q, z) \approx q^2 \left[\frac{\sigma_0^{10}}{80z^8} - \frac{\sigma_0^4}{8z^2} \right].$$

При $qz \sim 1$ функция стремится к конечному пределу:

$$f(q, z) \rightarrow \frac{5z^6 + 2\sigma_0^6}{10z^{10}} \sigma_0^4.$$

Более точная аппроксимация, используемая в дальнейшем:

$$f(q, z) \approx \left[\frac{\sigma_0^{10}}{80z^8} - \frac{\sigma_0^4}{8z^2} \right] \frac{q^2}{1 + q^2 z^3 / 8\sigma_0}.$$

Гамильтониан взаимодействия риплонов и сюрфонов. График полученного потенциала взаимодействия.

Мы выяснили, что потенциал риплон-сюрфонного взаимодействия

$$\hat{V} = \sum_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{qr} - i\omega_q t} \left[\delta V_q(z) - \xi_{0q} \left(\frac{\hbar^2(\mathbf{k}_{\parallel}\mathbf{q})}{M_{He}} - \hbar\omega_q \right) \frac{\partial}{\partial z} \right].$$

Главный вклад в матричные элементы (95%) происходит от потенциальной энергии $\delta V_q(z)$

Графики полученного потенциала (синяя сплошная линия), его аппроксимации при $qz \ll 1$ (пунктирная чёрная линия), и более точной аппроксимации, использующейся в дальнейшей работе (пунктирная красная линия).

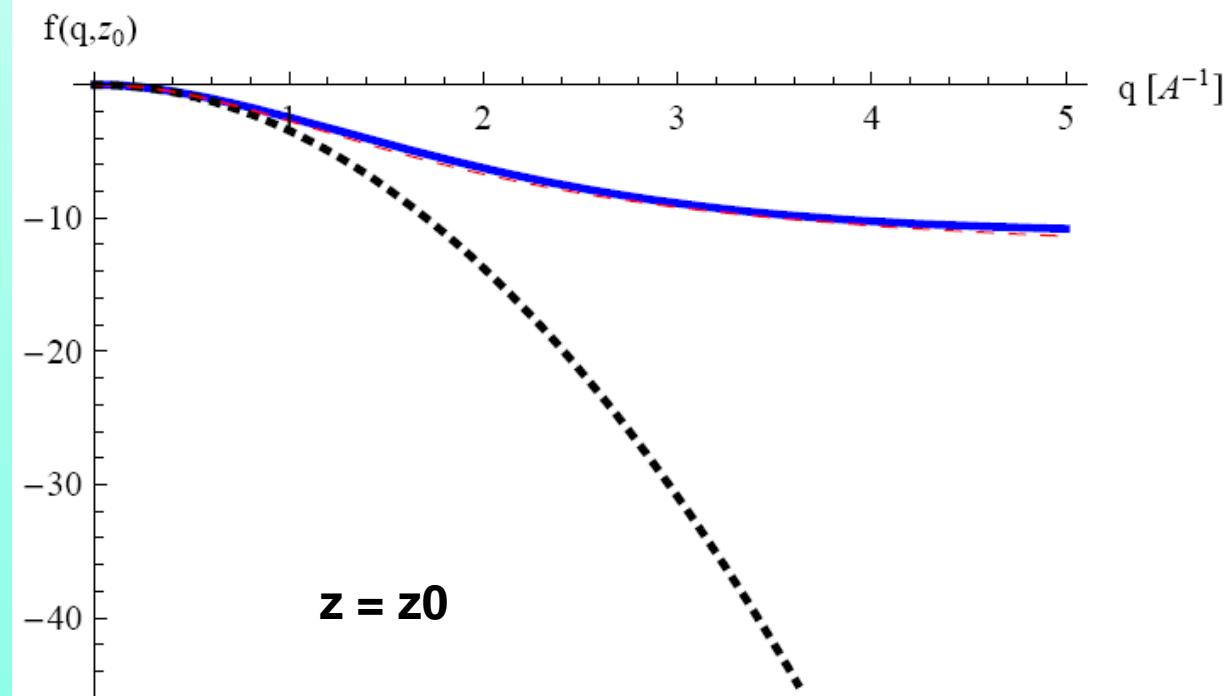
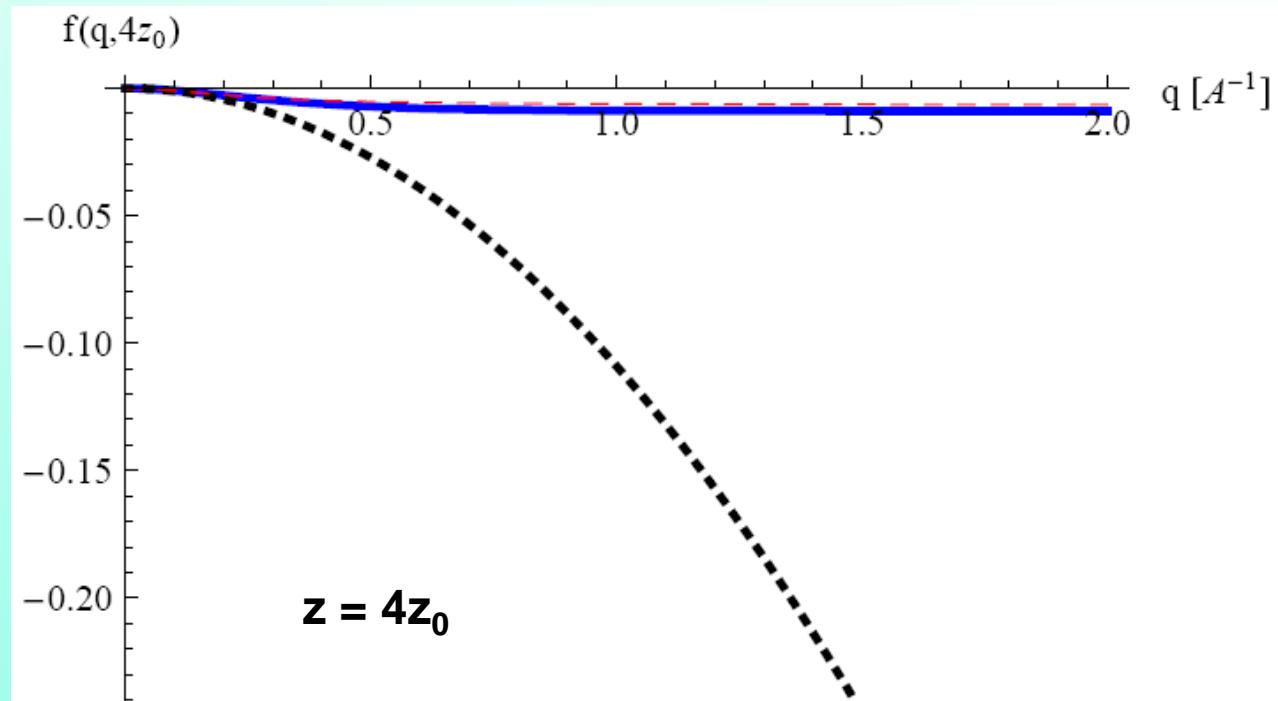


График полученного потенциала взаимодействия (продолжение).

Графики полученного потенциала (синяя линия) его аппроксимации в нуле (пунктирная чёрная линия) и более точной аппроксимации, использующейся в дальнейшей работе (пунктирная красная линия).



Волновая функция сюрфона.

Для вычисления матричных элементов для потенциала взаимодействия между дискретенным уровнем атома гелия (сюрфоном) и состояниями непрерывного спектра (паром гелия) прежде всего необходим явный вид волновых функций. Численное решение уравнения Шредингера в принципе позволяет найти волновые функции сюрфона, но решение дифференциального уравнения для волновых функций на каждом шаге интегрирования при вычислении матричного элемента, с последующим интегрированием квадрата матричного элемента при вычислении времени испарения сюрфона, оказывается довольно трудоемким вычислением даже для современных компьютеров. Кроме того, полностью численный расчет не укажет на особенности задачи также явно, как аналитические выражения. Поэтому, для оценки выберем следующий приближенный вид волновой функции атома гелия на дискретном уровне, которая как и точная волновая функция экспоненциально спадает при $z \rightarrow \infty$ и обращается в нуль перед самой границей жидкость-пар из-за короткодействующего отталкивания между атомами гелия:

$$\psi_0(z) \approx \kappa^2(z - z_0) \exp(-\kappa(z - z_0)), \quad \kappa \equiv \sqrt{2M_{He}E_{s0}^{He}/\hbar^2}.$$

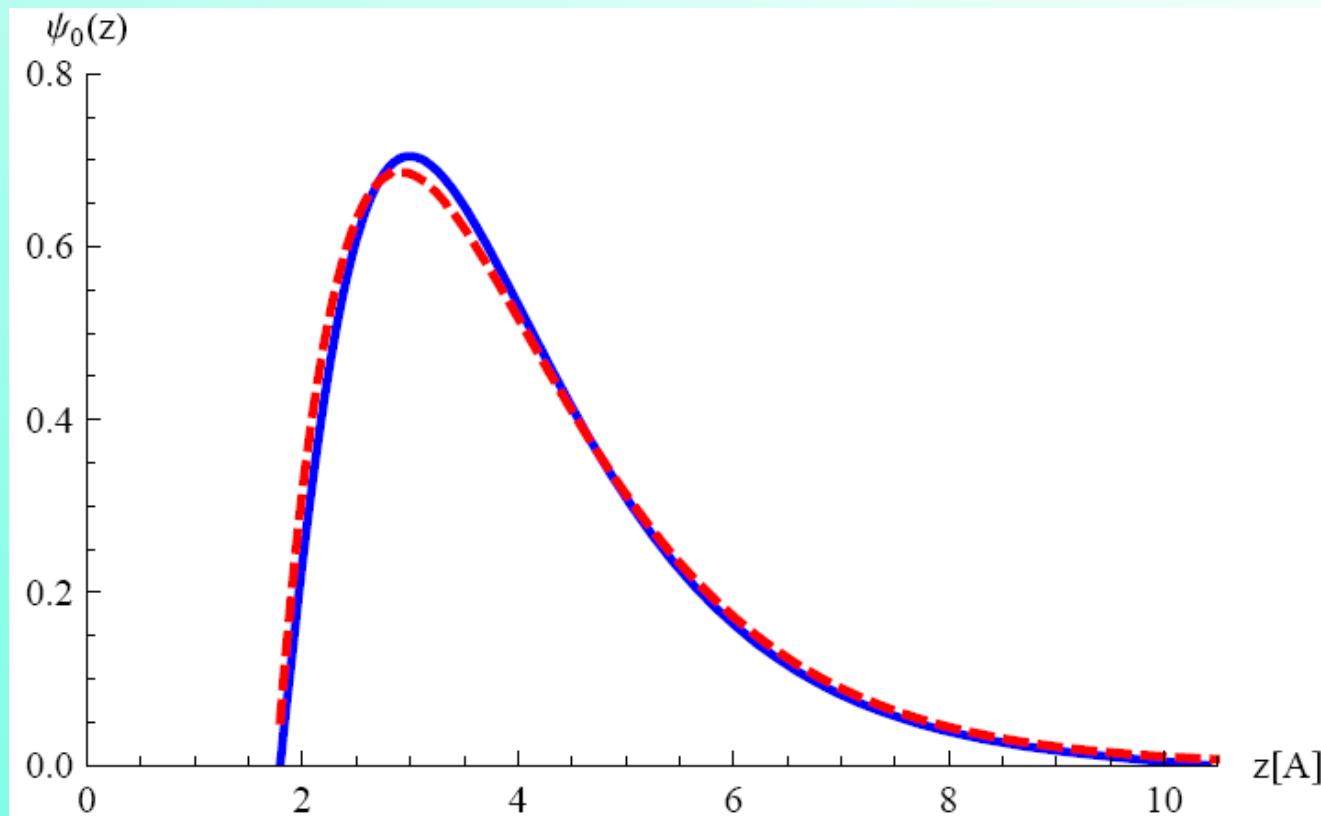
Здесь E_{s0}^{He} -- энергия атомов на дискретном уровне, $z_0 \approx 1.75\text{\AA}$ – расстояние от поверхности, на котором волновая функция сюрфона спадает практически до нуля.

График волновой функции сюрфона.

Сравнение волновой функции сюрфона, полученной из решения уравнения Шредингера (сплошная синяя линия), с её аппроксимацией (пунктирная красная линия)

$$\psi_0(z) \approx \kappa^2(z - z_0) \exp(-\kappa(z - z_0)), \quad \kappa \equiv \sqrt{2M_{He}E_{s0}^{He}/\hbar^2}.$$

Видно, что эта аппроксимация даёт очень хорошее приближение для сюрфонного состояния атома гелия.



Волновая функция атома пара.

Волновые функции непрерывного спектра, обращающиеся в ноль на границе $z=z_0$, выберем в виде плоских волн, нормированных на единицу длине $l=1$ вдоль оси z :

$$\psi_k(z) = \sqrt{2/l} \sin[k(z - z_0)] - \lambda_k \psi_0(z),$$

где множитель λ_k выбран таким образом, чтобы волновые функции ψ_k были ортогональны ψ_0 :

$$\begin{aligned}\lambda_k &= \int \psi_0^*(z) \psi_k(z) dz \\ &\approx \int_{z_0}^{\infty} \sqrt{2/l} \kappa^{3/2} \sin[k(z - z_0)] (z - z_0) \exp[-\kappa(z - z_0)] dz \\ &= \frac{2\sqrt{2/l} \kappa^{5/2} k}{(\kappa^2 + k^2)^2} \sim \frac{1}{\sqrt{\kappa l}} \ll 1.\end{aligned}$$

Поскольку $\lambda_k \ll 1$, все недиагональные матричные элементы (кроме тех, где главный член зануляется) могут быть вычислены по упрощенным функциям

$$\psi_k(z) = \sqrt{2/l} \sin[k(z - z_0)].$$

Вдоль плоскости поверхности, волновые функции сюрфонов и атомов пара могут быть выбраны в виде плоских волн:

$$\psi(r_{||}) = \exp(i k_{||} r_{||}).$$

Вычисление матричных элементов сюрфон-риплонного взаимо действия

Вычислим матричные элементы оператора сюрфон-риплонного взаимо действия

$$\hat{V} = \sum_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{qr}-i\omega_q t} \left[\delta V_q(z) - \xi_{0q} \left(\frac{\hbar^2(\mathbf{k}_{\parallel}\mathbf{q})}{M_{He}} - \hbar\omega_q \right) \frac{\partial}{\partial z} \right].$$

Матричные элементы оператора импульса $p_z = -i\hbar\partial/\partial z$ равны

$$\int \psi_0^*(z) \frac{-i\hbar\partial}{\partial z} \psi_k(z) dz = \frac{2\sqrt{2/l}\hbar k \kappa^{3/2} (\kappa^2 - k^2)}{(\kappa^2 + k^2)^2}.$$

Матричные элементы потенциала (в описанном выше приближении) записываются в виде:

$$\delta V_{qk0} \approx 4\pi\epsilon_0 n_{He} \xi_{0q} \cos(\omega_q t) \int_{z0}^{\infty} dz \psi_0^*(z) \psi_k(z) \left[\frac{\sigma_0^{12}}{80z^8} - \frac{\sigma_0^6}{8z^2} \right] \frac{q^2}{1 + q^2 z^3 / 8\sigma_0}$$

Вычисление матричных элементов сюрфон-риплонного взаимодействия (окончание)

В полученном выражении знаменатель не сильно зависит от z , кладя $z^3 = \langle z^3 \rangle \approx 60\text{\AA}^3$ получим:

$$\delta V_{qk0} \approx V_{qt0} \int_0^\infty dz \sin[kz] z \exp[-\kappa z] \left[\frac{\sigma_0^6}{80(z+z_0)^8} - \frac{1}{8(z+z_0)^2} \right]$$

где

$$V_{qt0} \equiv 4\pi\epsilon_0 n_{He} \sigma_0^6 \kappa^{3/2} \sqrt{2/l} \cos(\omega_q t) \xi_{0q} \frac{q^2}{1 + q^2 \langle z^3 \rangle / 8\sigma_0}.$$

Матричный элемент кинетической части сюрфон-риплонного взаимодействия дается выражением

$$K_{q0k} = \xi_{0q} \left(\frac{\hbar^2(k_{||}\mathbf{q})}{M_{He}} - \hbar\omega_q \right) \frac{\partial}{\partial z} \Big|_{q0k}$$

Этот матричный элемент оказывается на 1-2 порядка меньше матричного элемента потенциальной части сюрфон-риплонного взаимодействия, и по этому в дальнейшем мы его не учитываем.

Оценка времени жизни сюрфона

Вероятность перехода в единицу времени между двумя состояниями непрерывного спектра дается выражением

$$\begin{aligned} w_{if}(k_{\parallel i}) &= \frac{2\pi}{\hbar} \int d\nu_i d\nu_f |V_{kq}|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\omega_q) \\ &= \frac{2\pi}{\hbar} \int \frac{Sd^2\mathbf{q}}{(2\pi)^2} n_B(\omega_q) \int \frac{l dk_z}{2\pi} |V_{kq}|^2 \\ &\quad \times \delta\left(\frac{\hbar^2(k_{\parallel i} + q)^2}{2M_4^0} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2M_4^0} - \frac{\hbar^2 k_{\parallel i}^2}{2M_4^0} + |E_s^{He4}| - \hbar\sqrt{\frac{\alpha}{\rho}} q^{3/2}\right) \end{aligned}$$

После интегрирования по конечным состояниям k_z и по импульсу риплона q в полярных координатах, подставляя константы, получим для ${}^4\text{He}$:

$$\begin{aligned} w_{if}^{He4}(k_{\parallel i}) &\approx 1.22 \cdot 10^{13} \int_0^\infty \frac{d(q^2)}{\exp(-\frac{11.8}{T}q^{3/2}) - 1} \frac{q^{7/2}}{(1 + 3q^2)^2} \\ &\quad \times \frac{1}{\sqrt{(k_{\parallel i}q)^2 - \left(q^{3/2} - \frac{q^2}{2} - \frac{1}{2} - 0.615^2\right)^2}} \end{aligned}$$

Для сюрфонов с энергией порядка температуры ($k \approx (3\text{A})^{-1}$) скорость испарения равна $3 \cdot 10^8 \text{ сек}^{-1}$, что соответствует ширине уровня сюрфона 0.0022K . Это намного меньше характерной энергии сюрфона, и, следовательно, сюрфоны можно считать квазичастицами.

Графики зависимости скорости испарения сюрфона от его волнового вектора и температуры.

график зависимости скорости испарения сюрфона от его волнового вектора

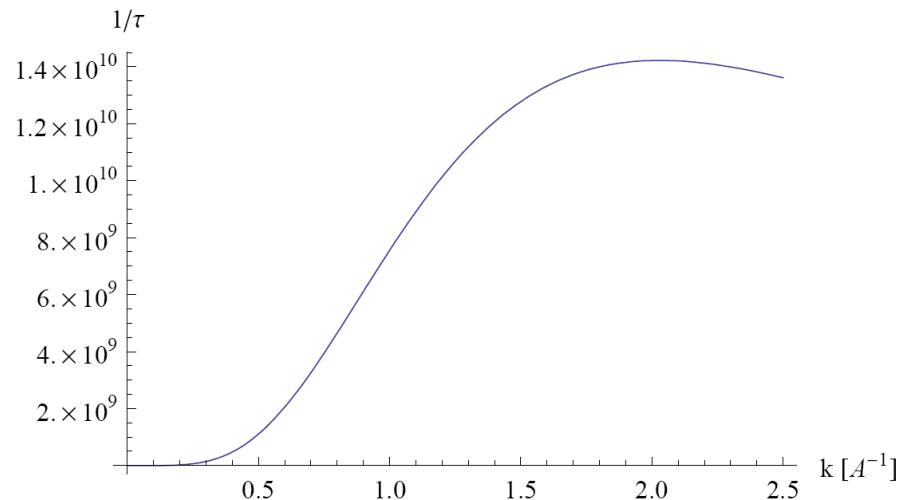
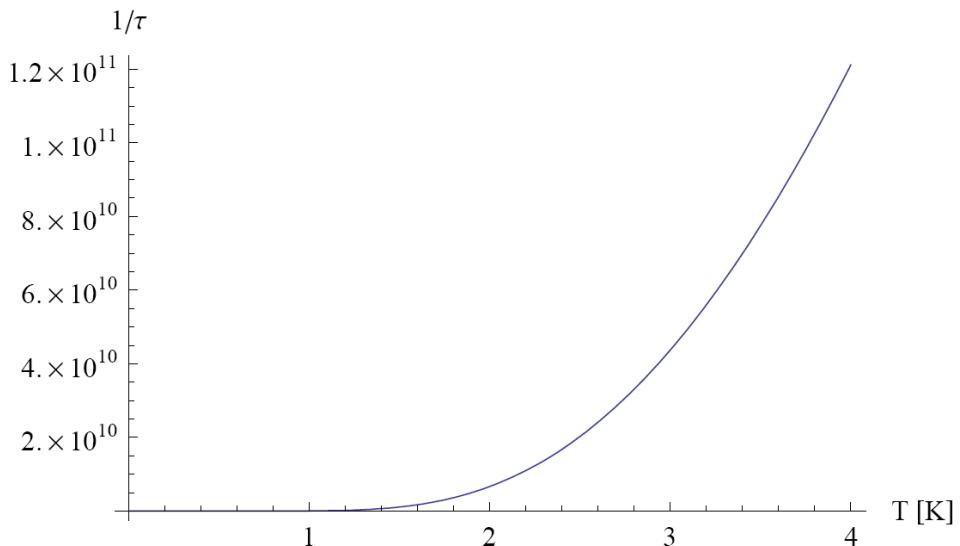


график зависимости скорости испарения сюрфона от температуры



С повышением температуры и с увеличением начальной энергии сюрфона скорость его испарения заметно увеличивается (что согласуется с физической интуицией). Однако эта скорость испарения даже при T=4К не превышает энергии сюрфона, поделенной на \hbar . Поэтому даже при столь высокой для жидкого ${}^4\text{He}$ температуре можно считать сюрфоны квазичастицами.