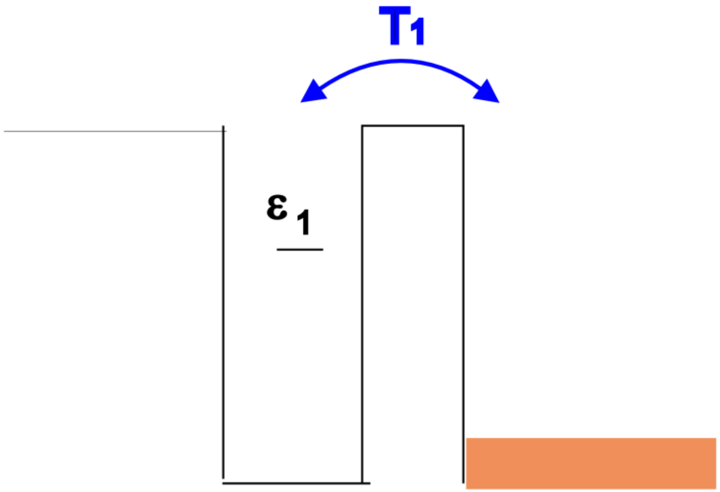
П.И.Арсеев
Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН

Нестационарные токи в туннельных структурах

Примеры релаксации (растекания) неравновесного заряда

Флуктуации тока – шумы
Зависимость от параметров туннельной структуры

Релаксация заряда через туннельный барьер



$$\hat{H} = \varepsilon_1 c_1^+ c_1 + \sum_k \varepsilon_k c_k^+ c_k + T_1 \sum_k (c_k^+ c_1 + c_1^+ c_k)$$

$$n_1(t) = < c_1^+(t) c_1(t) >$$

Уравнение Гейзенберга

$$\frac{\partial}{\partial t} n_1(t) = i[\hat{H}, n_1(t)]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{n_1}(\mathbf{t}) = iT_1 \sum_k (< \mathbf{c_k^+}(\mathbf{t})\mathbf{c_1}(\mathbf{t}) > - < \mathbf{c_1^+}(\mathbf{t})\mathbf{c_k}(\mathbf{t}) >)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} < \mathbf{c_k^+}(\mathbf{t})\mathbf{c_1}(\mathbf{t}) > = i(\varepsilon_k - \varepsilon_1) < \mathbf{c_k^+}(\mathbf{t})\mathbf{c_1}(\mathbf{t}) > + iT_1(\mathbf{n_1}(\mathbf{t}) - n_k(t))$$

Уравнение релаксации:

$$\frac{\partial}{\partial t} n_1(t) = -2\Gamma_1 n_1(t) \qquad n_1(t) = n_1(0) e^{-2\Gamma_1 t}$$

$$\Gamma_1 = \pi \nu_k T_1^2$$

Более общий подход:

$$n_1(t) =< c_1^+(t) c_1(t) > \quad \Longrightarrow \quad < c_1^+(\mathbf{t}') c_1(\mathbf{t}) >= -i G_{11}^<(\mathbf{t}, \mathbf{t}')$$

$$\frac{\partial}{\partial t} < c_1^+(t) c_1(t) > \quad \Longrightarrow \quad -i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t'} \right) G_{11}^<(t, t')|_{t=t'}$$

Более "экономично" :

$$-i \frac{\partial}{\partial t} G_{11}^<(t, t') = ...$$

За менее громоздкие уравнения приходится иметь дело с функциями двух типов

$G^{R(A)}$ — определяет изменения спектра из-за взаимодействий

$$i G^R(t, t') = \theta(t - t') < c_1(t) c_1^+(t') + c_1^+(t') c_1(t) >$$

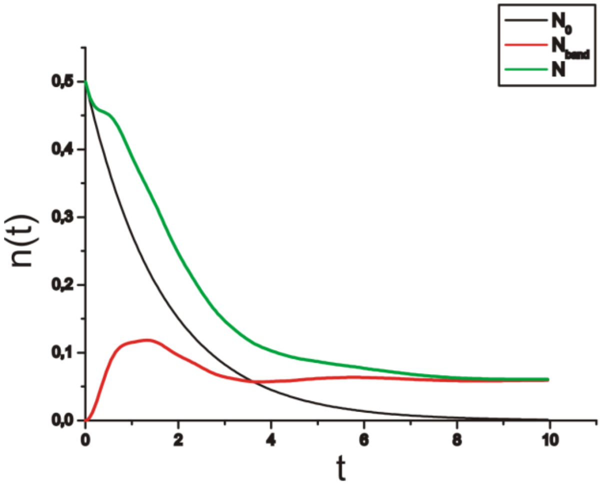
$G^<$ — определяет заполнение этого спектра электронами

Для данного случая:

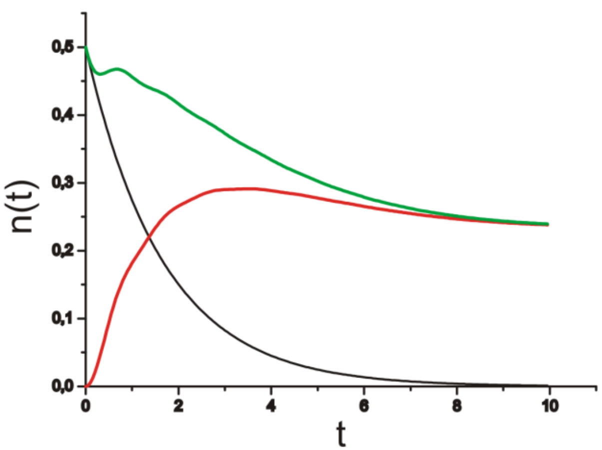
$$G_{11}^R(t - t') = -i \theta(t - t') e^{-i\varepsilon_1 (t - t') - \Gamma_1 (t - t')}$$

Точная формула для релаксации заряда

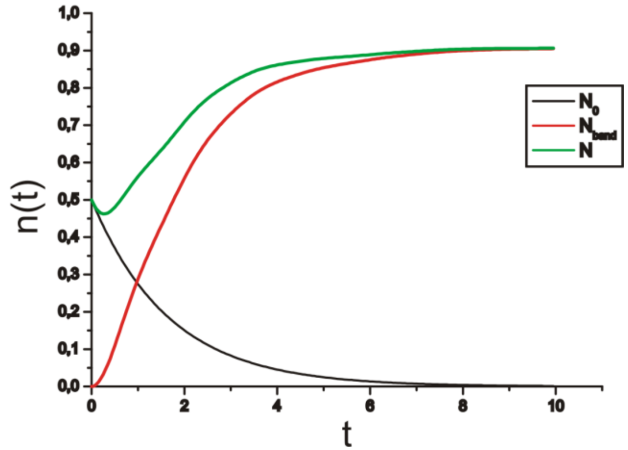
$$n_1(t) = \qquad \int \frac{d\omega}{\pi} \mathbf{n_k}(\omega) \frac{\Gamma_1}{(\omega - \varepsilon_1)^2 + \Gamma_1^2} \left[1 \right.$$



$\varepsilon_1 = 1.3$

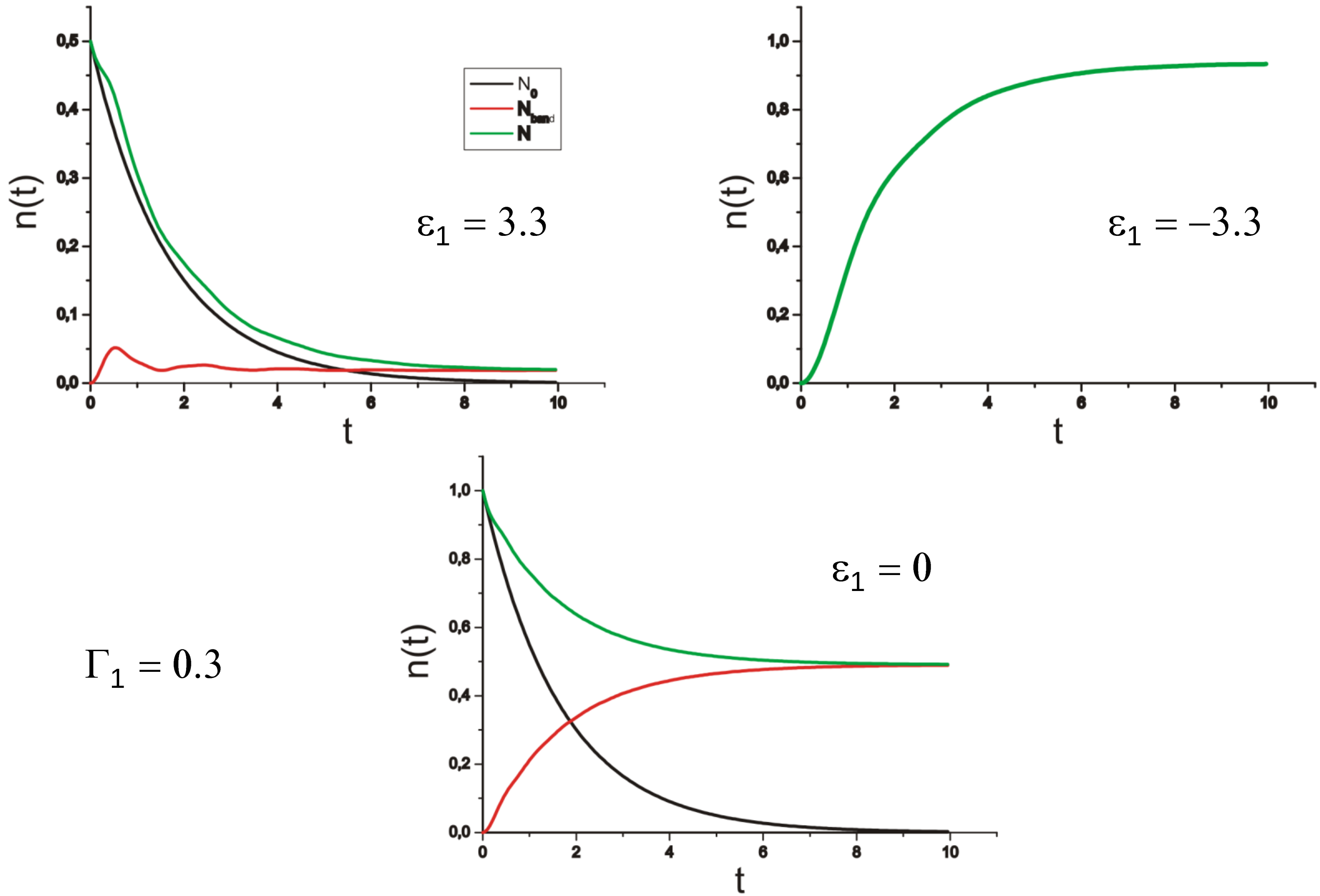


$\varepsilon_1 = 0.3$



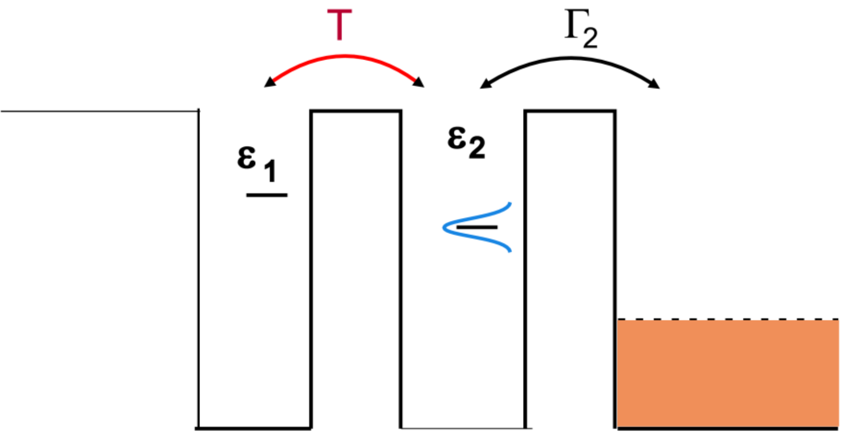
$\varepsilon_1 = -1.3$

$\Gamma_1 = 0.3$



N_0
N_{band}
N
$\varepsilon_1 = 3.3$
$\varepsilon_1 = -3.3$
$\varepsilon_1 = 0$
$\Gamma_1 = 0.3$
n(t)
t

Релаксация заряда через промежуточное состояние



Интегральные уравнения для функций Грина:

$$G_{11}^R = G_{11}^{0R} + G_1^{0R} T^2 G_{22}^R G_{11}^R$$

превращают в дифференциальные:

$$G(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G_0^R(t,t_1) F(t_1) dt_1$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} -i\theta(t-t_1) e^{-i\varepsilon(t-t_1)} F(t_1) dt_1$$

$$(i\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon) G(t) = F(t)$$

$$\left[(i\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon_2 + i\Gamma_2)(i\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon_1) - T^2\right] G_{11}^R(t,t') = 0 \quad \Longrightarrow \quad G_{11}^R(t,t') \sim e^{-iE_{1,2}(t-t')}$$

Собственные частоты

$$E_{1,2} = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - i\Gamma_2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + i\Gamma_2)^2 + 4T^2}$$

Изменение электронной плотности со временем

$$G_{11}^{<}(t,t) = in_1(t)$$

Уравнение на $G_{11}^{<}$:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon_1\right) G_{11}^{<}(t,t') = T^2 \int_0^{\infty} dt_1 G_{22}^{R}(t,t_1) G_{11}^{<}(t_1,t') + T^2 \int_0^{\infty} dt_1 G_{22}^{<}(t,t_1) G_{11}^{A}(t_1,t')$$

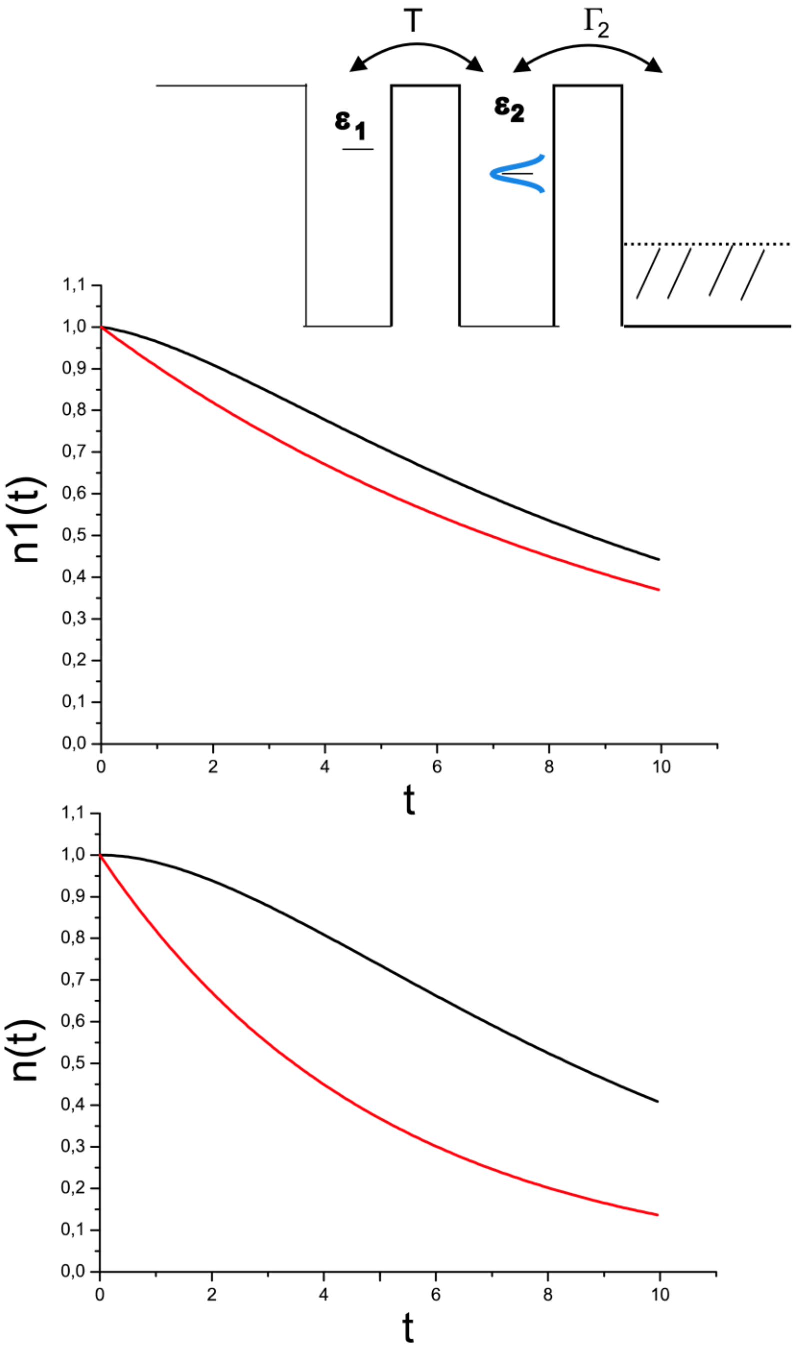
Решение

$$G_{11}^{<}(t,t') = f_1(t') e^{-iE_1 t} + f_2(t') e^{-iE_2 t}$$

$G_{11}^{<}(0,0) = in_1^0$

$$n_1(t) = n_1^0 \left[A e^{-i(\mathbf{E_1} - \mathbf{E_1^*})t} + 2\mathrm{Re}\{B e^{-i(\mathbf{E_1} - \mathbf{E_2^*})t}\} + C e^{-i(\mathbf{E_2} - \mathbf{E_2^*})t} \right]$$

$$n_1(t) = N_1 e^{-\gamma_{\mathbf{1}} t} + N_2 e^{-\gamma_{\mathbf{2}} t} \cos(\Omega t) + N_3 e^{-\gamma_{\mathbf{3}} t}$$



Резонанс: $\varepsilon_1 \simeq \varepsilon_2$

1) $2T < \Gamma_2$

$$\begin{aligned} E_1 - E_1^* &= -i\Gamma_2(1 - \sqrt{1 - (4T^2)/\Gamma_2^2}) \\ E_2 - E_2^* &= -i\Gamma_2(1 + \sqrt{1 - (4T^2)/\Gamma_2^2}) \\ E_1 - E_2^* &= -i\Gamma_2 \end{aligned}$$

$2T \ll \Gamma_2$

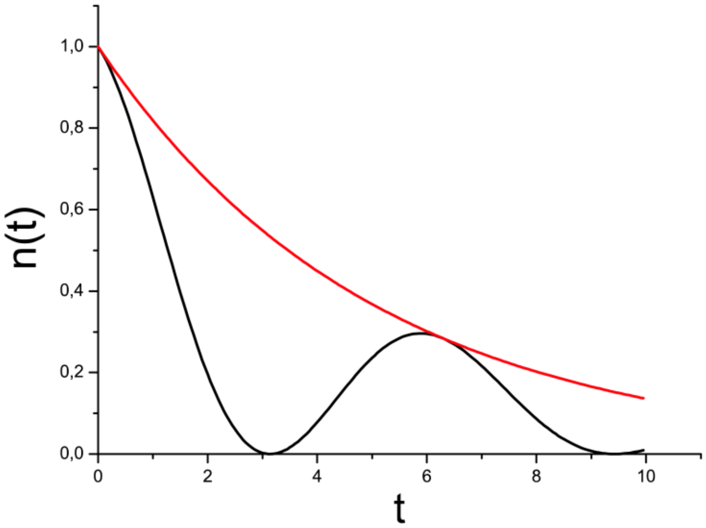
$$n_1(t) = n_1^0 \left[\left(1 + \frac{2T^2}{\Gamma_2^2}\right) e^{-\frac{\mathbf{2T^2}}{\mathbf{\Gamma_2}} t} - \frac{2T^2}{\Gamma_2^2} e^{-\mathbf{\Gamma_2} t} \right]$$

$$\gamma_{res} = 2T^2/\Gamma_2$$

$2T = \Gamma_2$

$$n_1(t) = n_1^0(1 + \Gamma_2 t)e^{-\Gamma_2 t}$$

$$t \leq 1/\Gamma_2 \qquad n_1(t) \simeq n_1^0(1 - \tfrac{1}{2}\Gamma_2^2 t^2)$$



Резонанс: $\varepsilon_1 \simeq \varepsilon_2$

2) $2T > \Gamma_2$

осцилляции с частотой $\Omega = \sqrt{4T^2 - \Gamma_2^2}$

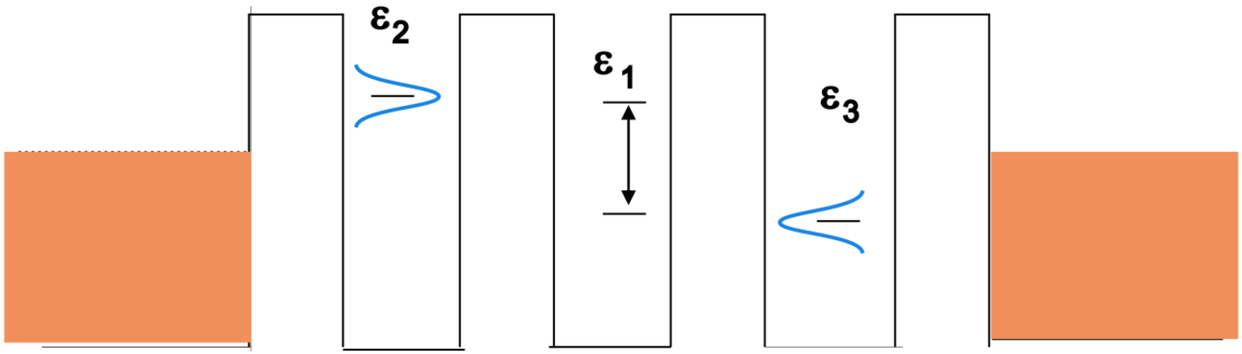
$$n_1(t) = n_1^0 e^{-\Gamma_2 t}\,\frac{1}{2}\,[1 + \cos(2Tt)] \qquad (2T \gg \Gamma_2)$$

Вдали от резонанса $|\varepsilon_1 - \varepsilon_2| \gg \Gamma_2, T$

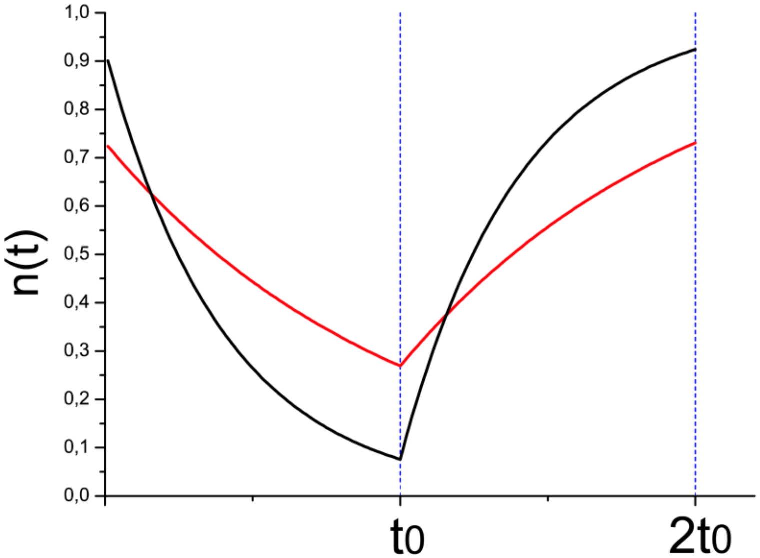
$$n_1(t) = n_1^0 \left[\left(1 - \frac{2T^2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}\right) e^{-\frac{\mathbf{2T^2}}{(\boldsymbol{\varepsilon_1 - \varepsilon_2})^{\mathbf{2}}}\boldsymbol{\Gamma_2} t} + \frac{2T^2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2} \cos(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) t\, e^{-\boldsymbol{\Gamma_2} t} \right]$$

$$\gamma_{res} = \frac{2T^2}{\Gamma_2} \qquad \gamma_{nonres} = \gamma_{res} \frac{\Gamma_2^2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}$$

Изменение параметров системы со временем



$$\varepsilon_1(t) = \varepsilon_3 \text{ при } 0 < t < t_0$$
$$\varepsilon_1(t) = \varepsilon_2 \text{ при } t_0 < t < 2t_0$$

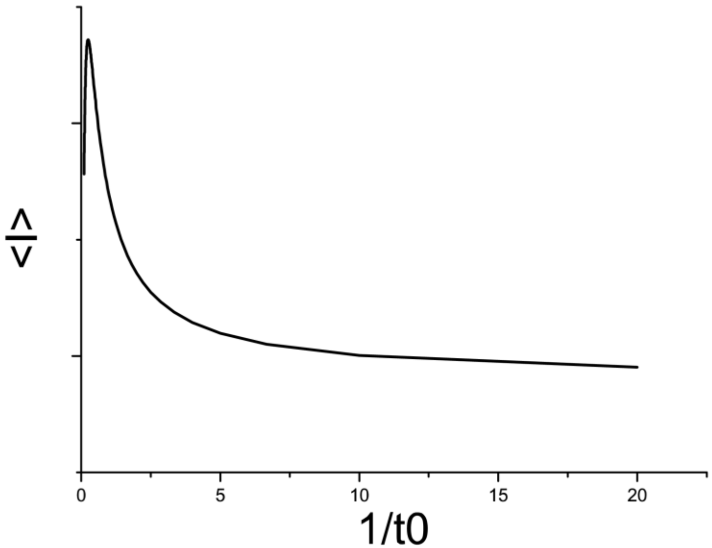


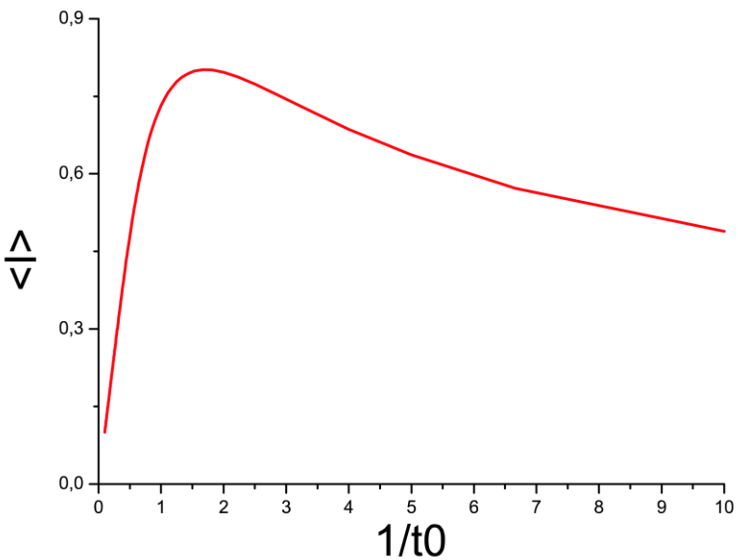
$$n_1(t) = n_1(0)e^{-\gamma_{res}t} \qquad 0 < t < t_0$$
$$n_1(t) = n_1(t_0)e^{-\gamma_{res}(t - t_0)} + (1 - e^{-\gamma_{res}(t - t_0)})$$
$$t_0 < t < 2t_0$$

из условия $n_1(2t_0) = n_1(0)$

$$n_1(0) = \frac{1}{1 + e^{-\gamma_{res}t_0}}$$

Средний ток





$$\frac{\partial}{\partial t} n_1(t) = I(t)$$

$$< I >= \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} I(t) dt = \frac{1}{t_0} \tanh \frac{\gamma_{res} t_0}{2}$$

$\Omega \equiv 1/t_0 \gg \gamma_{res} \Rightarrow \quad < I >= \gamma_{res}/2 \; (\gamma_{res} = \frac{2T^2}{\Gamma_2})$

$\Omega \equiv 1/t_0 \ll \gamma_{res} \Rightarrow \quad < I >= \Omega$

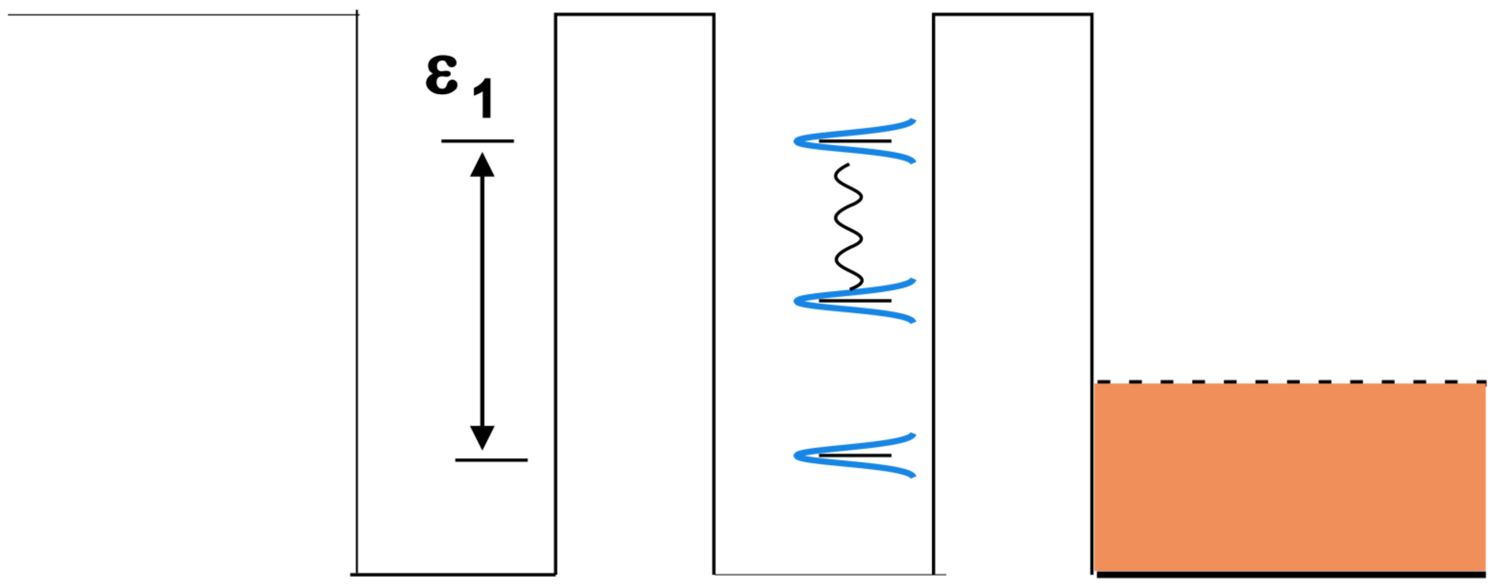
Масштабы токов:

$1nA \simeq 6 \cdot 10^9 \, e/sec$

$T \simeq 2\, meV, \quad \Gamma \simeq 20\, meV \Rightarrow$

$\gamma_{res} = 2T^2/\Gamma = 0.4\, meV \simeq 10^{10} \div 10^{11}\, 1/sec$

Создание нестационарной инверсной заселенности



Флуктуации тока в туннельных структурах

В каких системах шум большой, а в каких – маленький?

- Характеристики шума – информация о системе

О флуктуациях тока вообще

$$I = <\hat{I}> \qquad <\Delta\hat{I}(t)> = <\hat{I}(t) - I> = 0 \qquad \text{при} \quad V = const$$

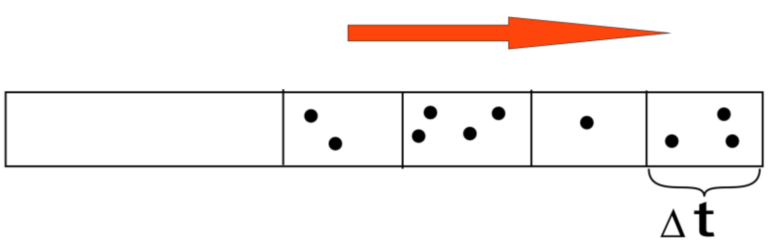
$$S(t) = <\Delta\hat{I}(t)\Delta\hat{I}(0)> = <\hat{I}(t)\hat{I}(0)> - <I>^2$$

$$S(\omega) = \int dt\, S(t)\, e^{i\omega t}$$

Шум Найквиста $(V = 0, T \neq 0)$

$$S(\omega) = \frac{\omega}{R} \coth \frac{\omega}{2T} \qquad S(\omega \to 0) = \frac{\mathbf{2T}}{\mathbf{R}}$$

Дробовой шум $(V \neq 0, T = 0)$



$$S(\omega \to 0) = \mathbf{e\,I}$$

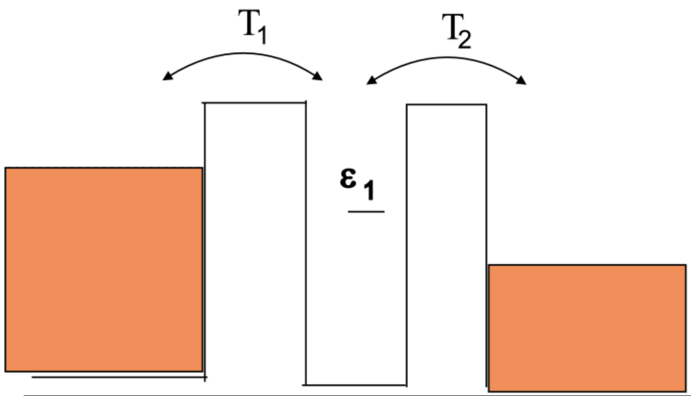
Фано фактор

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{eI}}$$

$F = 1$ для Пуассоновского дробового шума

Двухбарьерная туннельная структура

$$\hat{H} = \varepsilon_1 a_1^+ a_1 + \sum_k \varepsilon_k c_k^+ c_k + T_1 \sum_k (c_k^+ a_1 + a_1^+ c_k) + \sum_p \varepsilon_p c_p^+ c_p + T_2 \sum_p (c_p^+ a_1 + a_1^+ c_p)$$



Операторы тока

$$\hat{\mathbf{I}}_1 = \mathbf{ieT_1}(\mathbf{a_1^+ c_k} - \mathbf{c_k^+ a_1}) \quad \hat{\mathbf{I}}_2 = \mathbf{ieT_2}(\mathbf{a_1^+ c_p} - \mathbf{c_p^+ a_1})$$

$$\mathbf{I_1} = < \hat{\mathbf{I}}_1 > = - < \hat{\mathbf{I}}_2 > = -\mathbf{I_2}$$

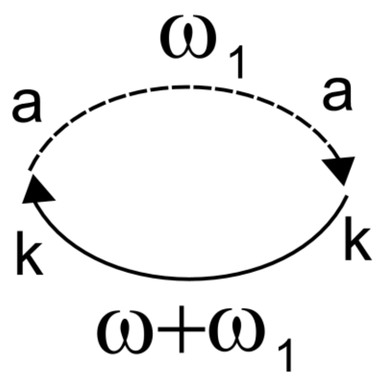
Флуктуации разные в разных точках цепи

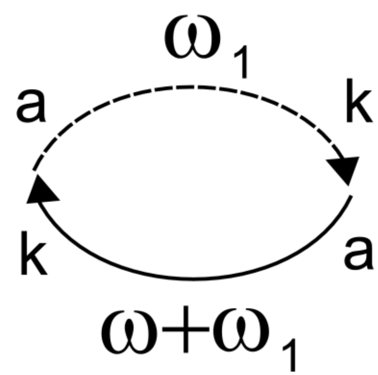
$$S_{11}(\omega) = < I_1^2 >_\omega \neq < I_2^2 >_\omega = S_{22}(\omega)$$

Вычисление флуктуаций тока

$$\mathbf{I_1 = ieT_1 < a_1^+ c_k - c_k^+ a_1 > = eT_1(G^<_{ka}(t,t) - G^<_{ak}(t,t))}$$

$$S_{11}(t) =< \hat{I}_1(t)\hat{I}_1(0) >= -e^2T_1^2 < (a_1^+ c_k(t) - c_k^+ a_1(t))(a_1^+ c_k(0) - c_k^+ a_1(0)) >$$





$$\begin{aligned} S_{11}(\omega) &= e^2T_1^2 \sum_k \int \frac{d\omega_1}{2\pi} [G^<_{aa}(\omega_1)G^>_{kk}(\omega+\omega_1) + G^<_{kk}(\omega_1)G^>_{aa}(\omega+\omega_1) \\ &- G^<_{ak}(\omega_1)G^>_{ak}(\omega+\omega_1) - G^<_{ka}(\omega_1)G^>_{ka}(\omega+\omega_1)] \end{aligned}$$

$$S_{11}(0) = e^2 \frac{\mathbf{4}\gamma_\mathbf{1}\gamma_\mathbf{2}}{\gamma_\mathbf{1}+\gamma_\mathbf{2}} \int \frac{d\omega}{2\pi} \mathrm{Im}\mathbf{G}_\mathbf{1}^\mathbf{A}(\omega) \Big[[\mathbf{n_k}(\mathbf{1}-\mathbf{n_p}) + \mathbf{n_p}(\mathbf{1}-\mathbf{n_k})] \cdot$$

$$I_1 = e \frac{\mathbf{4}\gamma_\mathbf{1}\gamma_\mathbf{2}}{\gamma_\mathbf{1}+\gamma_\mathbf{2}} \int \frac{d\omega}{2\pi} \mathrm{Im}\mathbf{G}_\mathbf{1}^\mathbf{A}(\omega) (\mathbf{n_k}-\mathbf{n_p})$$

Простая формула при малых V:

$$S = e\mathbf{I}(1-\mathcal{T})$$

при $T \to 0$ $\quad [\mathbf{n_k}(\mathbf{1}-\mathbf{n_p}) + \mathbf{n_p}(\mathbf{1}-\mathbf{n_k})] \simeq (\mathbf{n_k}-\mathbf{n_p})$

при $V = 0$ $\quad [\mathbf{n_k}(\mathbf{1}-\mathbf{n_p}) + \mathbf{n_p}(\mathbf{1}-\mathbf{n_k})] \neq 0, \quad (\mathbf{n_k}-\mathbf{n_p}) = 0$

Тепловой шум, $V = 0$

$$S_{11}(0) = 4\frac{\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1+\gamma_2}\int\frac{d\omega}{2\pi}\mathrm{Im}G_1^A(\omega)\left[n_k(1-n_p)+n_p(1-n_k)\right]$$

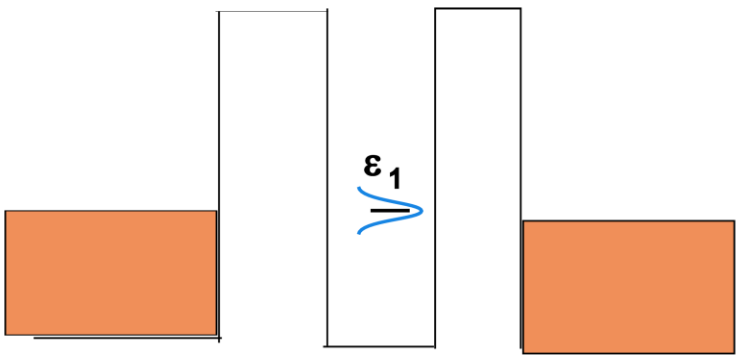
$$n(\omega)(1-n(\omega)) = 1/4\mathrm{ch}^2(\frac{\omega}{2T}) \simeq T\delta(\omega)$$

$$S_{11}(0) \simeq 2Tg(0) = \mathbf{2T/R_{tun}}$$

Проводимость контакта

$$g(0) = \frac{\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1+\gamma_2}\frac{2}{\pi}\mathrm{Im}G_1^A(0)$$

Насколько может уменьшиться дробовой шум



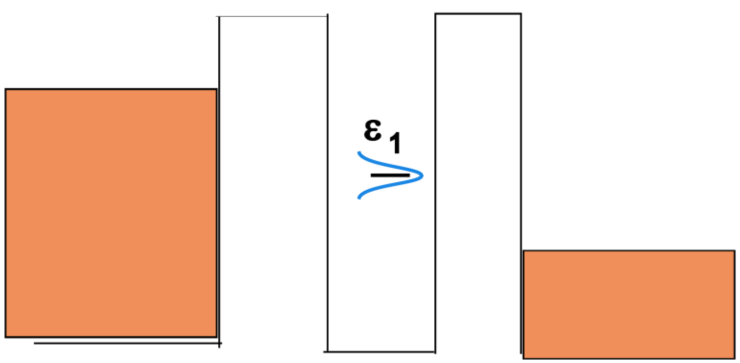
Малые напряжения $V \ll \varepsilon_1, \gamma$

$$S_{11} = eI(V)\left[1 - \frac{4\gamma_1\gamma_2}{\varepsilon_1^2 + (\gamma_1+\gamma_2)^2}\right] = eI(1-\mathcal{T})$$

Резонанс, $\varepsilon_1 \simeq 0$

сильное уменьшение шума при $\gamma_1 \simeq \gamma_2$

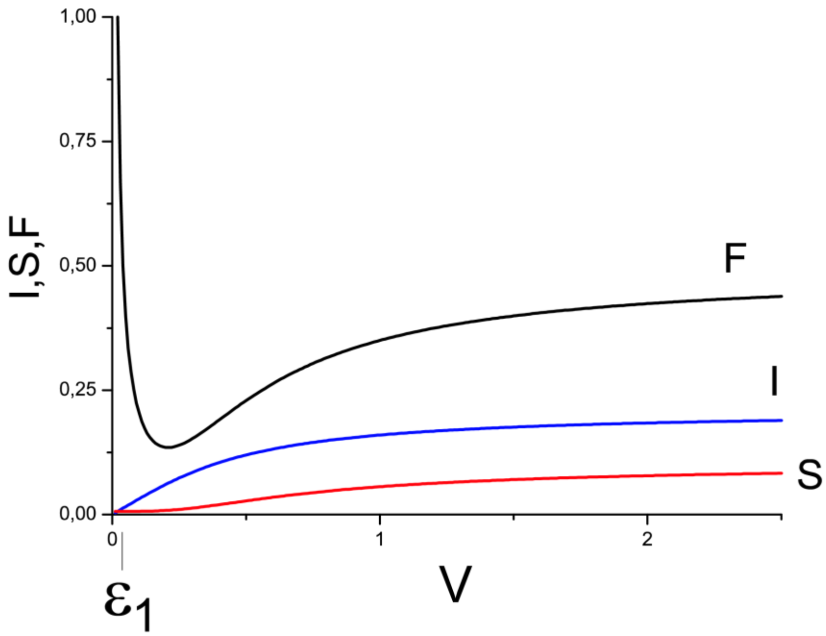
$$S_{11} = eI(V)\left[1 - \frac{4\gamma_1\gamma_2}{(\gamma_1+\gamma_2)^2}\right] \Rightarrow 0$$

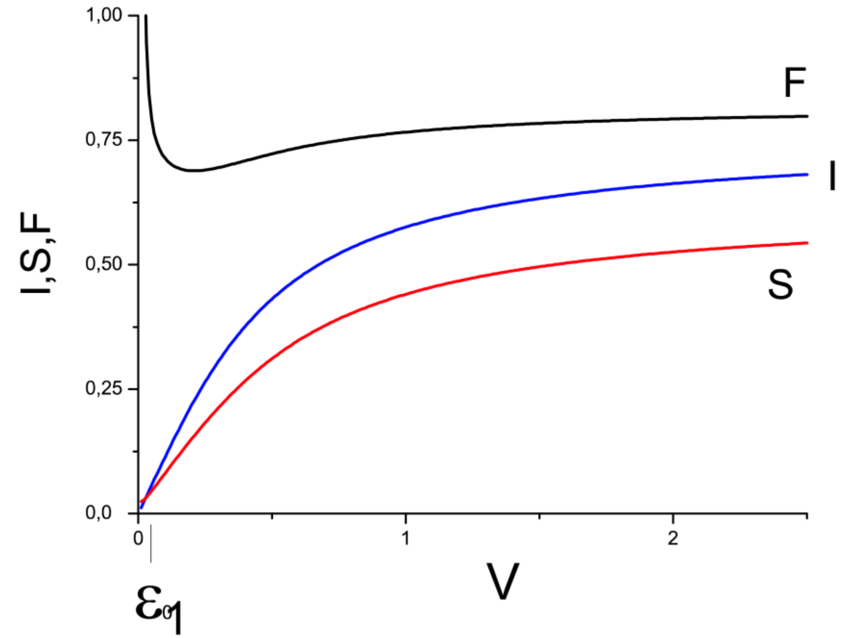


Большие напряжения $V \gg \varepsilon_1, \gamma$

$$S_{11} = eI\left[1 - \frac{2\gamma_1\gamma_2}{(\gamma_1+\gamma_2)^2}\right] \geq \frac{1}{2}eI$$

Характеристики контакта при $\varepsilon_1 \simeq E_F$

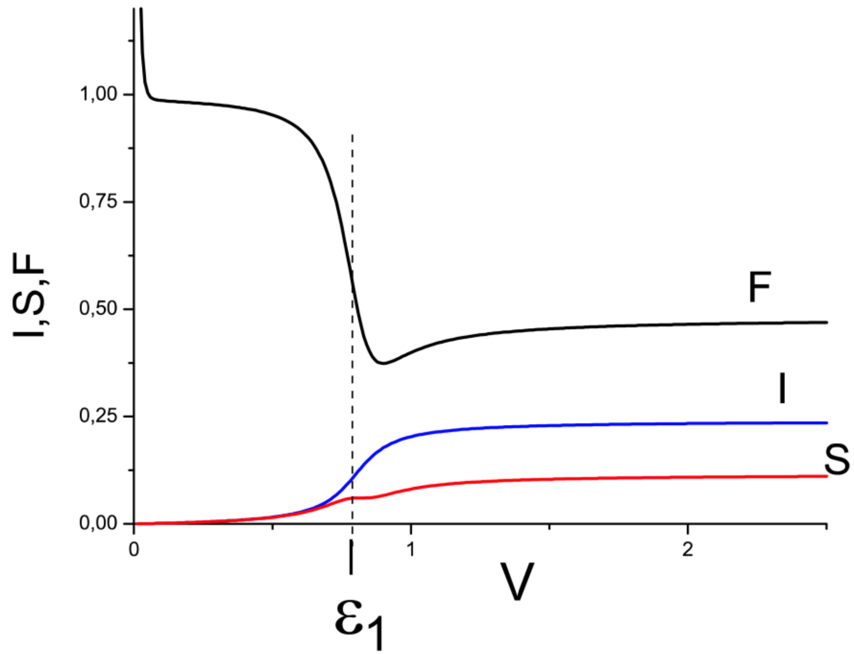


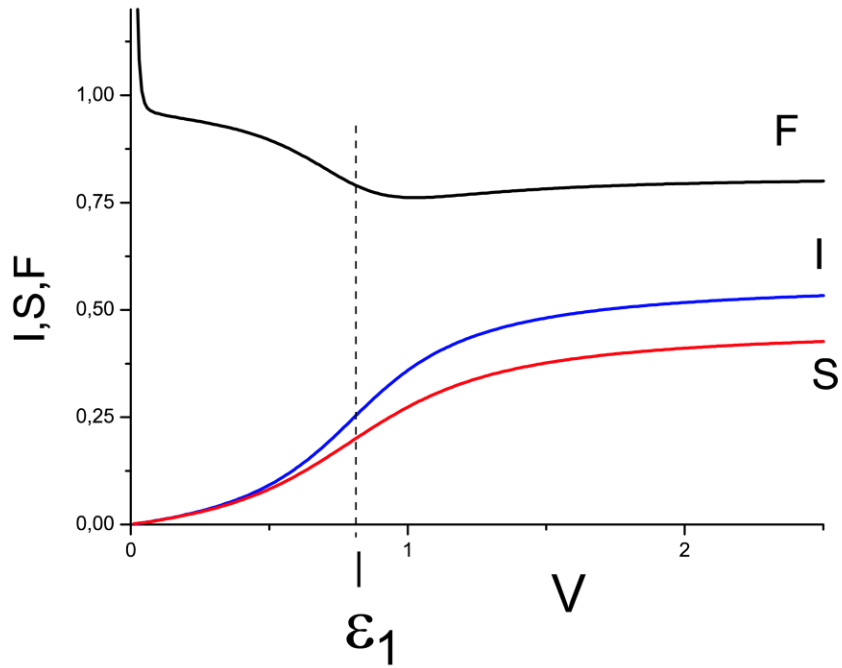


$\gamma_1 = \gamma_2 = 0.2$

$\gamma_1 = 0.03, \quad \gamma_2 = 0.36$

Характеристики контакта при ε_1 выше E_F

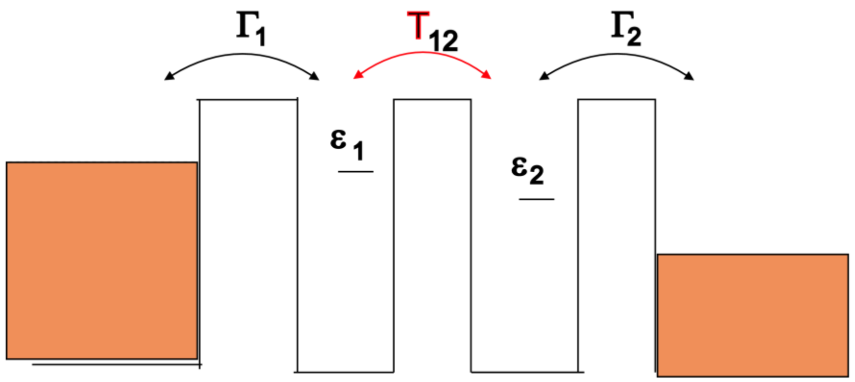




$\gamma_1 = \gamma_2 = 0.05$

$\gamma_1 = 0.03, \quad \gamma_2 = 0.3$

Трехбарьерная туннельная структура



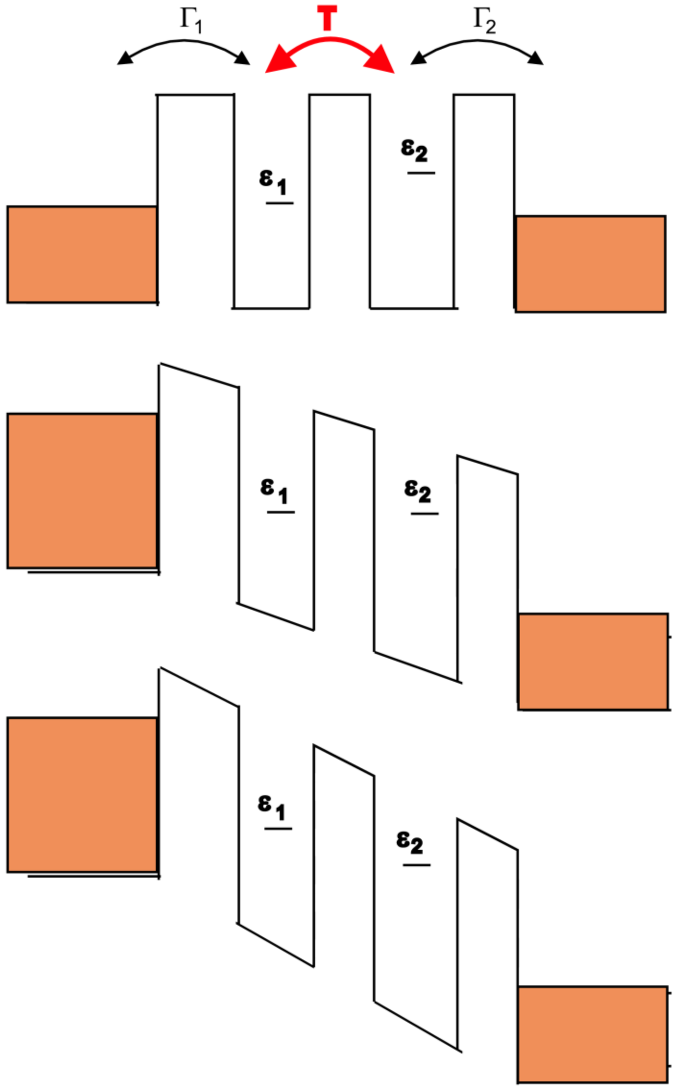
$$S(0) = 4\gamma_1\gamma_2 \int \frac{d\omega}{2\pi} |\mathbf{G^A_{12}}(\omega)|^{\mathbf{2}} \Big[(\mathbf{n_k}(\mathbf{1}-\mathbf{n_p}) + \mathbf{n_p}(\mathbf{1}-\mathbf{n_k})) - \mathbf{4}\gamma_\mathbf{1}\gamma_\mathbf{2} |\mathbf{G^A_{12}}(\omega)|^{\mathbf{2}} (\mathbf{n_k}-\mathbf{n_p})^{\mathbf{2}} \Big]$$

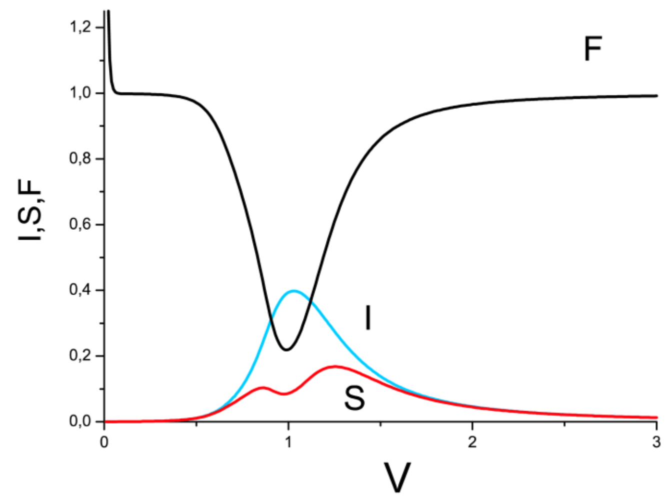
$$|\mathbf{G^A_{12}}(\omega)|^{\mathbf{2}} = \frac{T_{12}^2}{\left[(\omega-\varepsilon_1)(\omega-\varepsilon_2) - \gamma_1\gamma_2 - T_{12}^2\right]^2 + \left[\gamma_1(\omega-\varepsilon_2) + \gamma_2(\omega-\varepsilon_1)\right]^2}$$

Резонанс: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \simeq 0$, сильное уменьшение шума при $\gamma_1\gamma_2 \simeq T_{12}^2$

$$S_{11} = eI(V)\left[1 - \frac{4\gamma_1\gamma_2 T_{12}^2}{(\gamma_1\gamma_2 + T_{12}^2)^2}\right] \Rightarrow 0$$

Прохождение резонанса

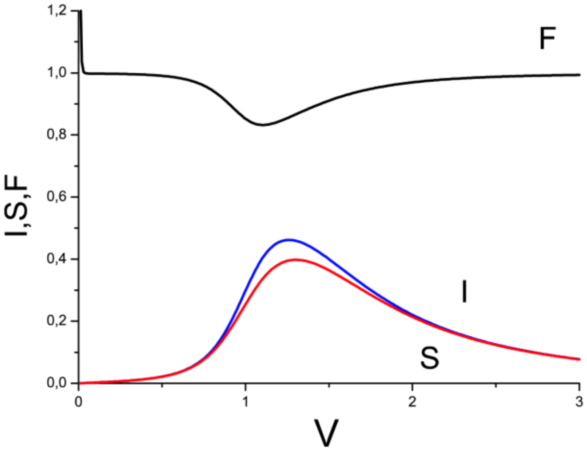


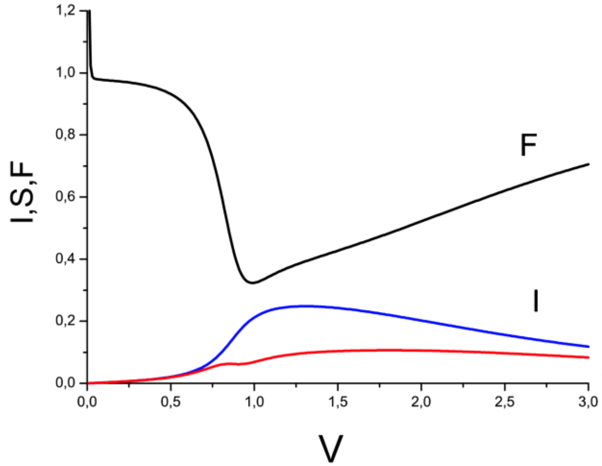


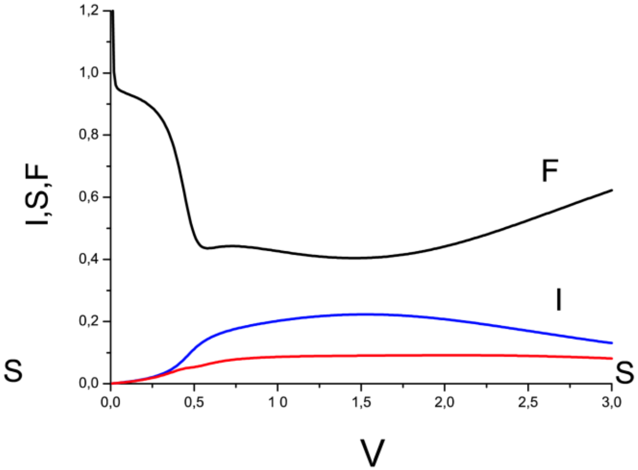
.

$$T_{12}^2 \simeq \gamma_1\gamma_2 \qquad \gamma_1 \simeq \gamma_2$$

Предельные случаи

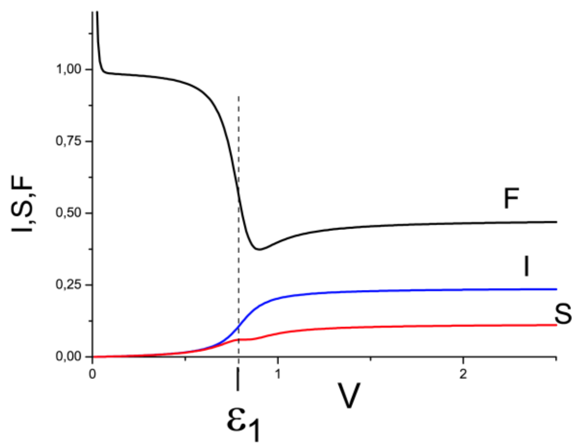


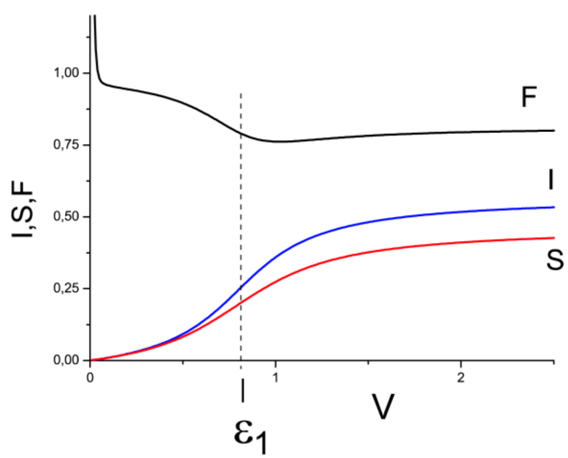




$T_{12}^2 \ll \gamma_1\gamma_2$

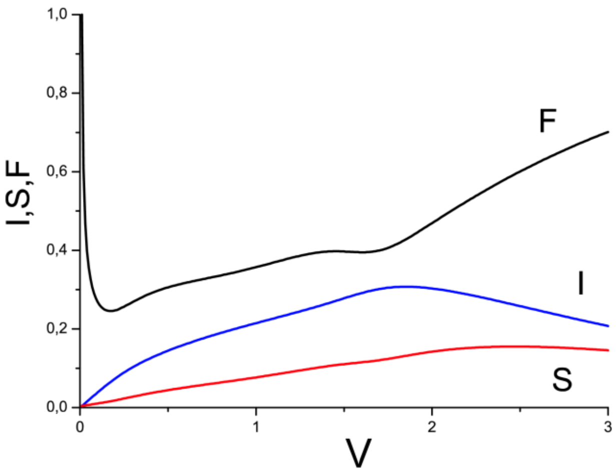
$T_{12}, \gamma_1 \ll \gamma_2$

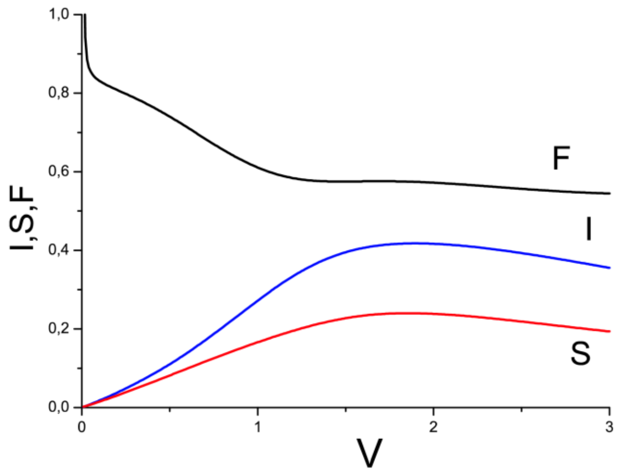


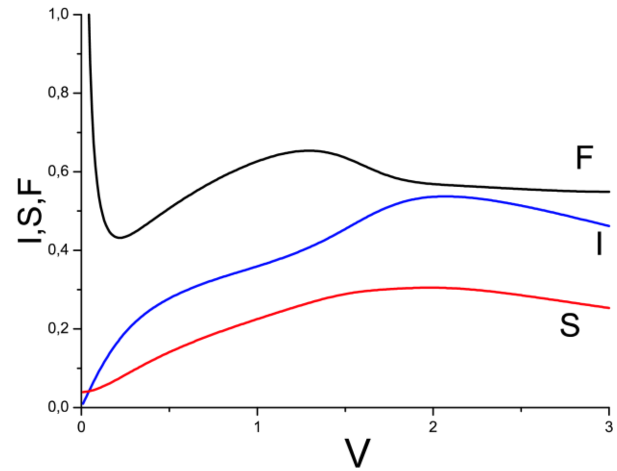


Сравнение с двухбарьерной структурой

Сильная связь квантовых ям: $T^2 \gg \gamma_1\gamma_2$

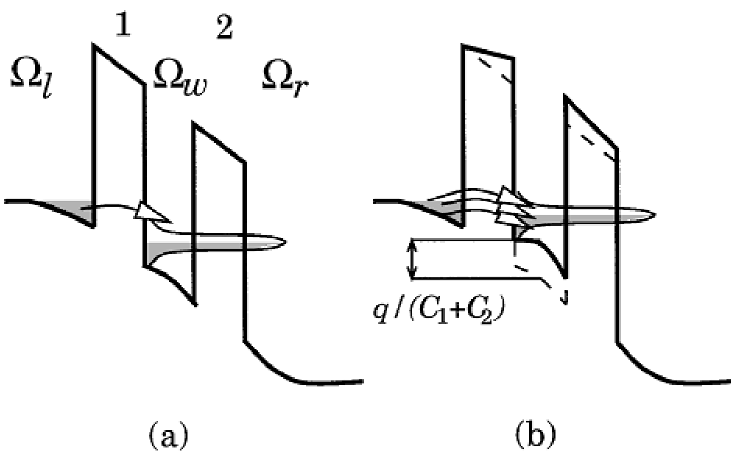


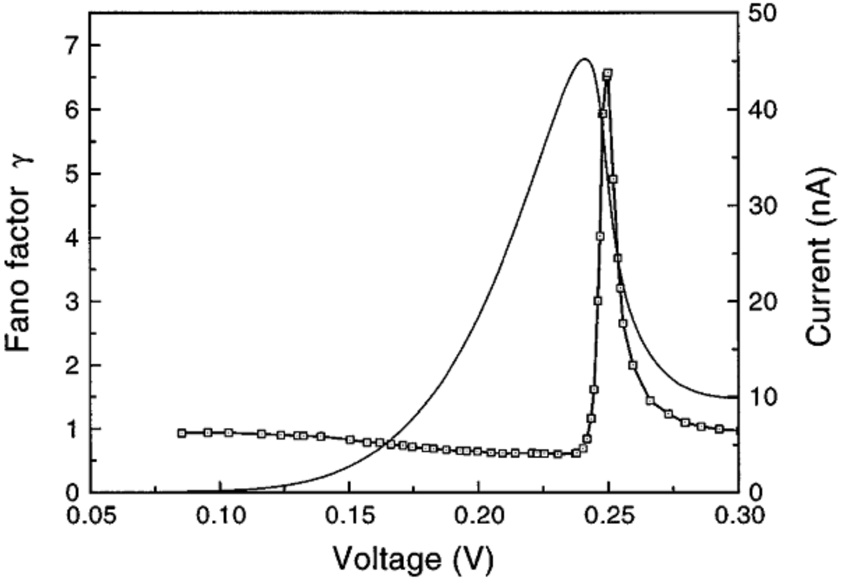


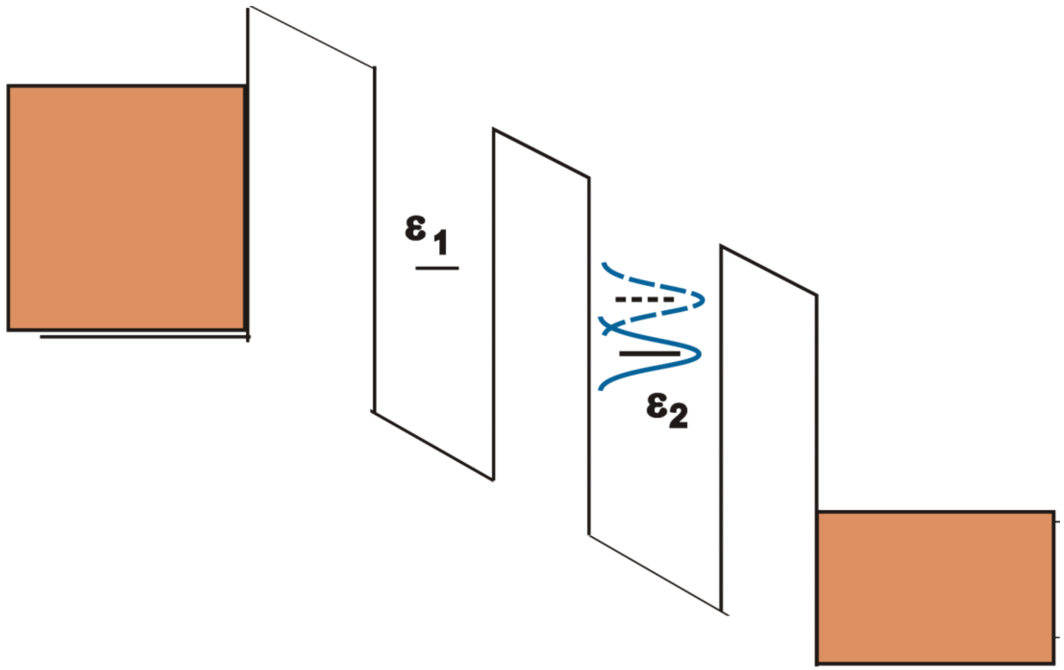


. $\gamma_1 = \gamma_2$ $\qquad$ $\gamma_1 \gg \gamma_2$ $\qquad$ $\gamma_1 \ll \gamma_2$

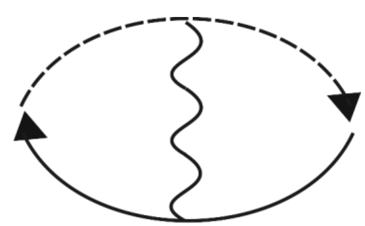
Роль кулоновского взаимодействия







ε1
ε2



Роль релаксационных процессов

$$S \propto G^{<} G^{>} \sim n(1-n)$$