

# Нестационарные эффекты при туннелировании через коррелированные связанные квантовые точки

*Н.С. Маслова*

*В.Н. Манцевич, П.И. Арсеев*

## Мотивация

Нестационарные характеристики как правило несут более богатую информацию, о фундаментальных свойствах наноструктур, чем стационарные.

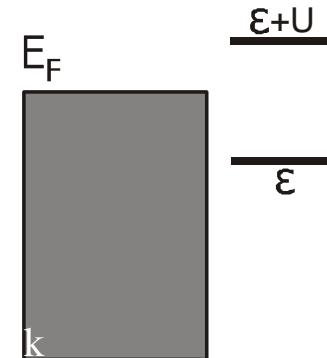
Изучение нестационарных эффектов при электронном транспорте и переходных процессов необходимо для создания современных устройств наноэлектроники с заданными параметрами.

### План доклада:

- Кинетика локализованного магнитного момента в одноуровневой модели Андерсона (магнитные состояния можно отличить от парамагнитных только с помощью анализа нестационарных характеристик или высших корреляционных функций)
- Андерсоновская примесь в области туннельного контакта: управление нестационарными спин-поляризованными токами в берегах контакта с помощью приложенного напряжения
- Диагностика многоэлектронных состояний (в том числе и перепутанных), в модели Андерсона с двумя уровнями по нестационарным характеристикам

## Модель Андерсона

$$\hat{H} = \sum_{\sigma} \varepsilon_1 \hat{n}_{1\sigma} + \sum_{k\sigma} \varepsilon_k \hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} + \\ + U \hat{n}_{1\sigma} \hat{n}_{1-\sigma} + \sum_{k\sigma} t_k (\hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma} + \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}).$$



P. W. Anderson, *Phys. Rev.*, **124**, 41, (1961).

### Приближение Хартри - Фока

$$U \cdot A(0) \geq 0 \quad A(0) = \frac{\Gamma}{(\varepsilon + \sum^{HF})^2 + \Gamma^2} \quad \rightarrow \quad n_{\sigma} \neq n_{-\sigma}$$

в основном состоянии

J.R. Schrierrer, D.C. Mattis, *Phys. Rev.*, **140**, A1412, (1965).

### Учет корреляционной энергии

$$U \quad \rightarrow \quad U_{eff} = \frac{U}{1 + U/\pi\varepsilon \arctg \frac{\varepsilon}{\Gamma}} \quad U_{eff} \cdot A(0) < 1 \quad n_{\sigma} = n_{-\sigma}$$

магнитного момента нет в основном состоянии !

## Основные уравнения эволюции

$$i \frac{\partial \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma}}{\partial t} = - \sum_{k,\sigma} t_k \cdot (\hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma} - \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}),$$

$$i \frac{\partial \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}}{\partial t} = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_k) \cdot \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} - U \hat{n}_{1-\sigma} \cdot \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} +$$
$$+ t_k \cdot (\hat{n}_{1\sigma} - \hat{n}_{k\sigma}) - \sum_{k' \neq k} t_{k'} \hat{c}_{k'\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}$$

$$i \frac{\partial \hat{c}_{k'\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}}{\partial t} = -(\varepsilon_{k'} - \varepsilon_k) \cdot \hat{c}_{k'\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} -$$
$$- t_{k'} \cdot \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} + t_k \cdot \hat{c}_{k'\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma}$$

Из последнего уравнения выразим  $\hat{c}_{k'\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}$  через  $\hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}$  и подставим в предыдущее уравнение

Цель – получить замкнутую систему кинетических уравнений для электронных чисел заполнения

$$\sum_{k' \neq k} \hat{c}_{k' \sigma}^+ \hat{c}_{k \sigma} t_{k'} = i \sum_{k'} \int_{t_1}^t dt_1 \times \\ \times [t_{k'}^2 \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} - t_k t_{k'} \hat{c}_{k' \sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma}] \cdot e^{i \cdot (\varepsilon_k - \varepsilon_{k'}) \cdot (t - t_1)}$$

$$i \frac{\partial \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}}{\partial t} + [\varepsilon_1 - \varepsilon_k + i\Gamma_k] \cdot \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} + U \hat{n}_{1-\sigma} \cdot \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} \\ = t_k \cdot (\hat{n}_{1\sigma} - \hat{n}_{k\sigma}) + i \sum_{k'} \int_{t_1}^t dt_1 \times \\ \times t_k t_{k'} \hat{c}_{k' \sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma} \cdot e^{i \cdot (\varepsilon_k - \varepsilon_{k'}) \cdot (t - t_1)},$$

$$\Gamma_k = \nu_{k0} t_{k(p)}^2 \quad \text{- в приближении широкой зоны}$$

## Приближение ММА для глубоких примесных уровней

$$(1 - \hat{n}_{1-\sigma}) \cdot i \frac{\partial \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}}{\partial t} + [\varepsilon_1 - \varepsilon_k + i\Gamma_k][1 - \hat{n}_{1-\sigma}] \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} = \\ = (1 - \hat{n}_{1-\sigma}) \cdot [t_k \cdot (\hat{n}_{1\sigma} - \hat{n}_{k\sigma}) + \\ + i \sum_{k'} \int^t dt_1 t_k t_{k'} \hat{c}_{k'}^+ \hat{c}_{\sigma}(t_1) \hat{c}_{1\sigma}(t_1) e^{i \cdot (\varepsilon_k - \varepsilon_{k'}) \cdot (t - t_1)}],$$

$$\hat{n}_{1-\sigma} \cdot i \frac{\partial \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}}{\partial t} + [\varepsilon_1 - \varepsilon_k + U + i\Gamma_k] \hat{n}_{1-\sigma} \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} = \\ = \hat{n}_{1-\sigma} \cdot [t_k \cdot (\hat{n}_{1\sigma} - \hat{n}_{k\sigma}) + \\ + i \sum_{k'} \int^t dt_1 t_k t_{k'} \hat{c}_{k'}^+ \hat{c}_{\sigma}(t_1) \hat{c}_{1\sigma}(t_1) e^{i \cdot (\varepsilon_k - \varepsilon_{k'}) \cdot (t - t_1)}].$$

$$\Gamma_k = \nu_{k0} t_{k(p)}^2$$

Если выполнено условие  $\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_F}{\Gamma} \gg 1$ , то  $\hat{n}_{1-\sigma}$  является медленно меняющейся величиной по сравнению с  $\hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}$  следовательно:

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{n}_{1-\sigma} \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} \sim \hat{n}_{1-\sigma} \frac{\partial}{\partial t} \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}.$$

$$\begin{aligned}\partial \frac{\hat{n}_{1\sigma}}{\partial t} &= -2\Gamma_k [\hat{n}_{1\sigma} - (1 - \hat{n}_{1-\sigma}) \hat{N}_{k\varepsilon}^\sigma(t) - \hat{n}_{1-\sigma} \hat{N}_{k\varepsilon+U}^\sigma(t)], \\ \partial \frac{\hat{n}_{1-\sigma}}{\partial t} &= -2\Gamma_k [\hat{n}_{1-\sigma} - (1 - \hat{n}_{1\sigma}) \hat{N}_{k\varepsilon}^{-\sigma}(t) - \hat{n}_{1\sigma} \hat{N}_{k\varepsilon+U}^{-\sigma}(t)].\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\hat{N}_{k\varepsilon}^\sigma(t) &= \hat{N}_{k\varepsilon}^{-\sigma}(t) = \frac{1}{2}i \int d\varepsilon_k \hat{n}_k^\sigma(\varepsilon_k) \times \\ &\times \left[ \frac{1 - e^{i(\varepsilon_1 + i\Gamma - \varepsilon_k)t}}{\varepsilon_1 + i\Gamma - \varepsilon_k} - \frac{1 - e^{-i(\varepsilon_1 - i\Gamma - \varepsilon_k)t}}{\varepsilon_1 - i\Gamma - \varepsilon_k} \right], \\ \hat{N}_{k\varepsilon+U}^\sigma(t) &= \hat{N}_{k\varepsilon+U}^{-\sigma}(t) = \frac{1}{2}i \int d\varepsilon_k \hat{n}_k^\sigma(\varepsilon_k) \times \\ &\times \left[ \frac{1 - e^{i(\varepsilon_1 + U + i\Gamma - \varepsilon_k)t}}{\varepsilon_1 + U + i\Gamma - \varepsilon_k} - \frac{1 - e^{-i(\varepsilon_1 + U - i\Gamma - \varepsilon_k)t}}{\varepsilon_1 + U - i\Gamma - \varepsilon_k} \right],\end{aligned}$$

**Уравнения написаны для операторов, нет расцепления зонных электронов и локализованных электронов.**

При усреднении -  $\hat{n}_k^\sigma$  заменим фермиевскими функциями  $f_k^\sigma$  и перейдем к уравнениям для средних чисел заполнения

Парамагнитное решение  $n_1^{st} = n_{1\sigma} = n_{1-\sigma} = \frac{N_{k\epsilon}}{1 + \Delta N}$  существует всегда.

Возможно ли наличие решение с ненулевым магнитным моментом ( $n_\sigma \neq n_{-\sigma}$ ) ?  
при достаточно больших  $U$

$$Det = (2\Gamma)^2 \cdot (1 - \Delta N^2)$$

$$\Delta N = N_{k\epsilon} - N_{k\epsilon+U}.$$

$$\begin{aligned} \Delta N = \frac{1}{\pi} & \left[ \arctan\left(-\frac{\epsilon_1}{\Gamma}\right) - \arctan\left(\frac{-\epsilon_1 + W}{\Gamma}\right) - \right. \\ & \left. - \arctan\left(-\frac{\epsilon_1 + U}{\Gamma}\right) + \arctan\left(\frac{W - (\epsilon_1 + U)}{\Gamma}\right) \right]. \end{aligned}$$

$$Det = 0 \quad \text{при} \quad \Delta N = 1 \quad \text{W- ширина зоны}$$

что возможно только при полном пренебрежении гибридизацией  $\Gamma = 0$   
На уровне «одночастичных» средних значений чисел заполнения  
стационарных «магнитных» решений нет !

Как проявляются магнитные свойства для глубоких примесей с увеличением кулоновского взаимодействия в модели Андерсона?

## Нестационарные характеристики!

Возникают существенно различающиеся временные масштабы для эволюции магнитных состояний и парамагнитных состояний.

$$\lambda_{1,2} = -2\Gamma \cdot (1 \mp \Delta N)$$

$$n_{1\sigma} = \frac{N_{k\epsilon}}{1 + \Delta N} \cdot (1 - e^{\lambda_2 t}) + \\ + \frac{n_{1\sigma}(0) - n_{1-\sigma}(0)}{2} \cdot e^{\lambda_1 t} + \frac{n_{1\sigma}(0) + n_{1-\sigma}(0)}{2} \cdot e^{\lambda_2 t}$$

$$n_{1-\sigma} = \frac{N_{k\epsilon}}{1 + \Delta N} \cdot (1 - e^{\lambda_2 t}) + \\ + \frac{n_{1-\sigma}(0) - n_{1\sigma}(0)}{2} \cdot e^{\lambda_1 t} + \frac{n_{1-\sigma}(0) + n_{1\sigma}(0)}{2} \cdot e^{\lambda_2 t}$$

$$n_{1\sigma}(t) - n_{1-\sigma}(t) = [n_{1\sigma}(0) - n_{1-\sigma}(0)] \cdot e^{\lambda_1 t}$$

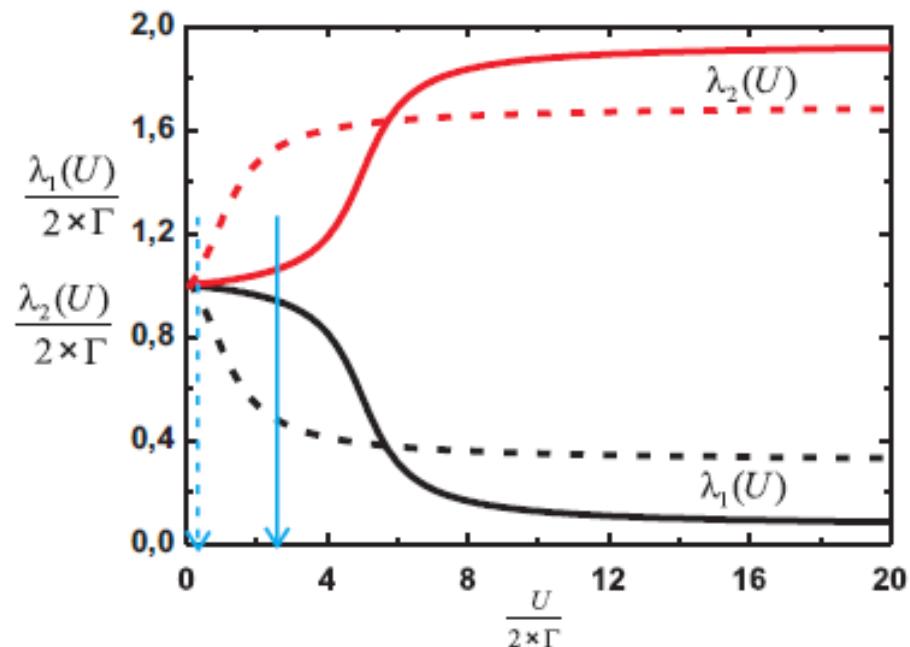
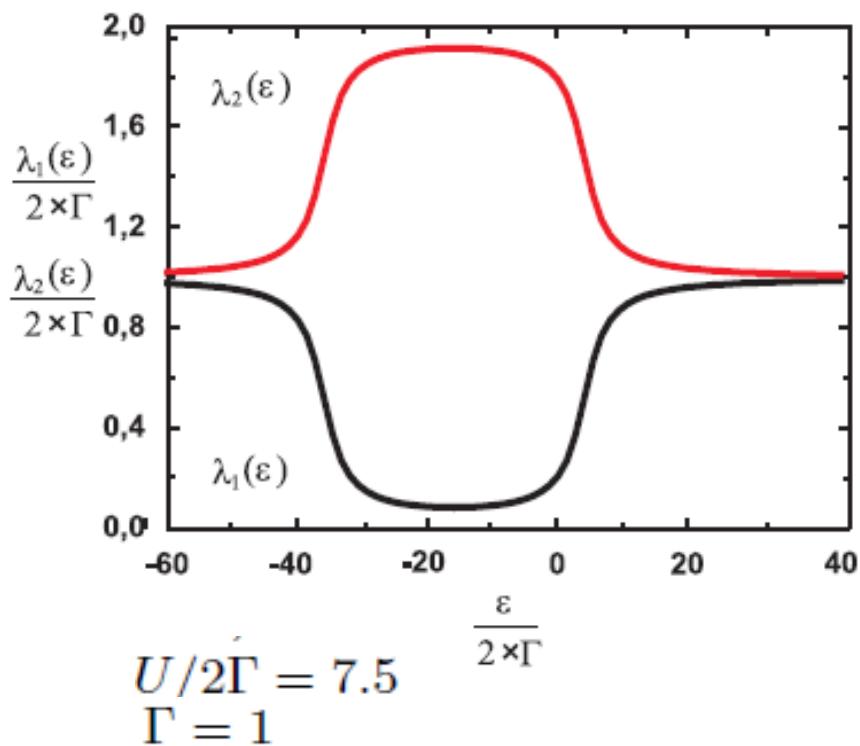
$$n_{1\sigma}(t) + n_{1-\sigma}(t) = \frac{2N}{1 + \Delta N} (1 - e^{\lambda_2 t}) + [n_{1\sigma}(0) + n_{1-\sigma}(0)] \cdot e^{\lambda_2 t}$$

В случае глубоких уровней и сильного кулоновского взаимодействия:

$$\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_1 + U > 0, |\varepsilon_1/\Gamma| \gg 1, \varepsilon_1 + U/\Gamma \gg 1$$

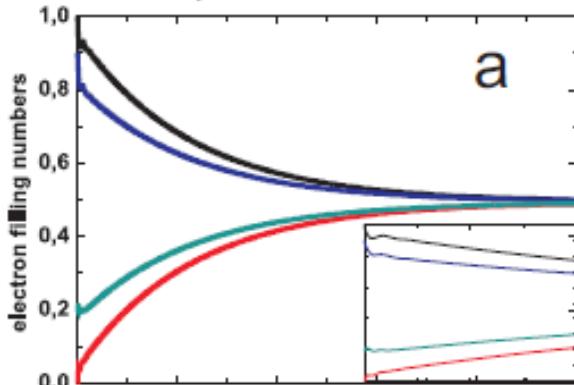
$$\frac{|\lambda_1|}{2\Gamma} \sim \frac{\Gamma U}{2|\varepsilon_1|(U - |\varepsilon_1|)},$$

$$\frac{|\lambda_2|}{2\Gamma} \sim 2 - \frac{\Gamma U}{2|\varepsilon_1|(U - |\varepsilon_1|)}.$$

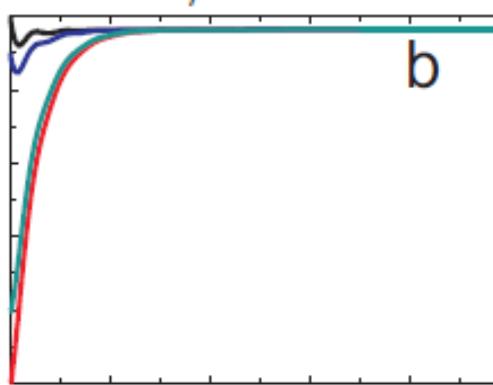


Solid lines  $|\varepsilon|/2\Gamma = 2.5$   
dashed lines  $|\varepsilon|/2\Gamma = 0.375$

$U/2\Gamma = 7.5$



$U/2\Gamma = 0$

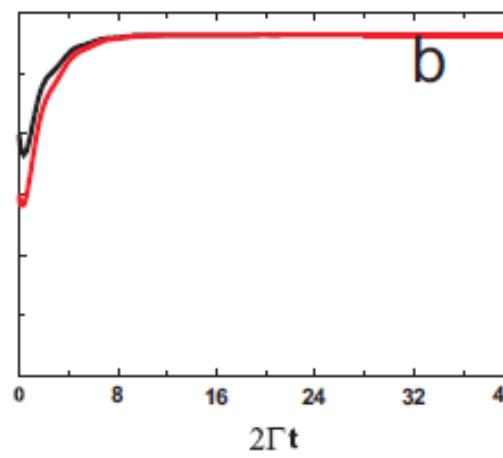
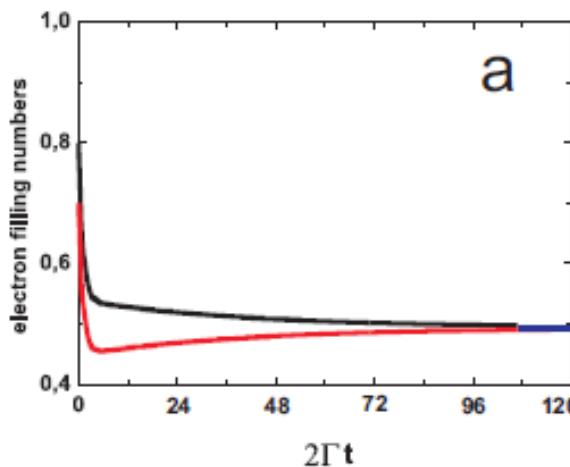
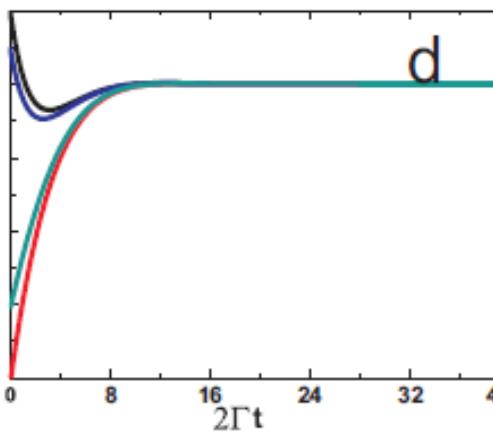
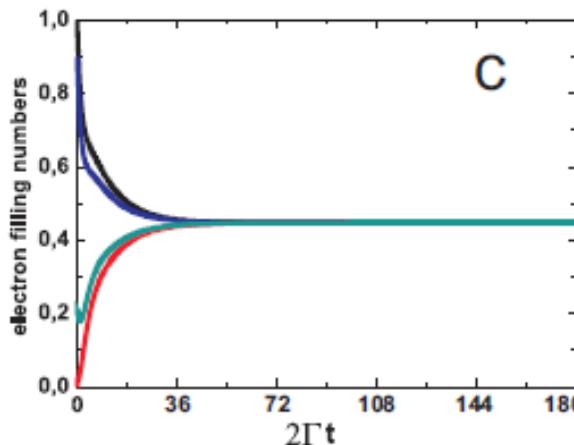


**«магнитное» состояние**

$n_{1\sigma}(t)$  черные и голубые линии

$n_{1-\sigma}(t)$  красные и зеленые линии

a),b)  $\varepsilon/2\Gamma = -2.5$ ; c),d)  $\varepsilon/2\Gamma = -0.375$ .



**«парамагнитное» состояние**

$n_{1\sigma}(t)$  черные линии

$n_{1-\sigma}(t)$  красные линии

$\varepsilon/2\Gamma = -2,5$     $\Gamma = 1$

## Затухание корреляционных функций

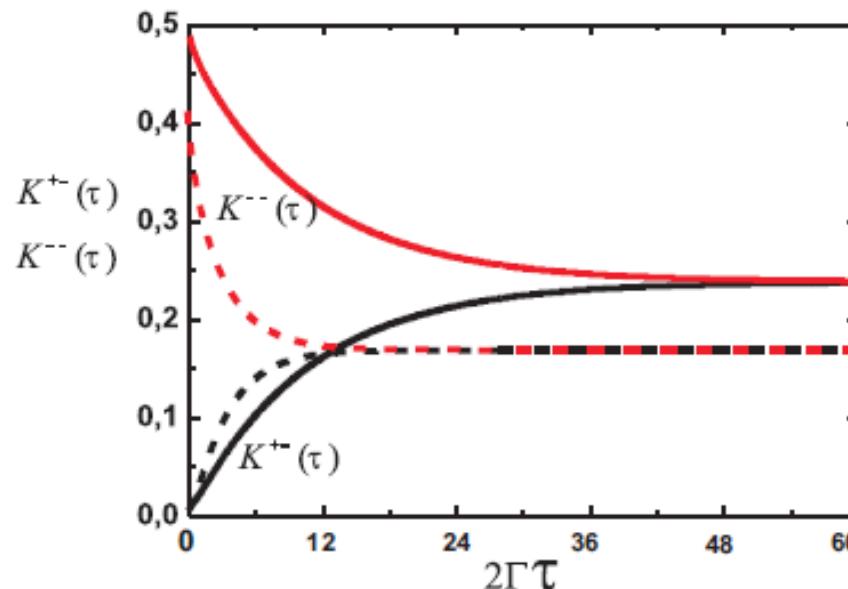
$$K^{\sigma\sigma'}(t - t') = \langle n_{1\sigma}(t) n_{1\sigma'}(t') \rangle$$

$$\frac{\partial}{\partial t} K^{+-} = -2\Gamma_k [K^{+-} + \Delta N K^{--} - N_{k\varepsilon} n_{1-\sigma}],$$

$$\frac{\partial}{\partial t} K^{--} = -2\Gamma_k [K^{--} + \Delta N K^{+-} - N_{k\varepsilon} n_{1-\sigma}].$$

$$K^{+-}(t, t) = K^{+-}(0) = \frac{N_{k\varepsilon+U} \cdot N_{k\varepsilon}}{1 + \Delta N}$$

$$K^{--}(0) = n_1^{st} = \frac{N_{k\varepsilon}}{1 + \Delta N}.$$



$$\begin{aligned}
K^{+-}(\tau) &= \frac{N_{k\varepsilon}^2}{(1 + \Delta N)^2} \cdot [1 - e^{\lambda_2 \tau}] + \\
&+ \frac{N_{k\varepsilon}[N_{k\varepsilon+U} - 1]}{2[1 + \Delta N]} \cdot e^{\lambda_1 \tau} + \frac{N_{k\varepsilon}[N_{k\varepsilon+U} + 1]}{2[1 + \Delta N]} \cdot e^{\lambda_2 \tau}, \\
K^{--}(\tau) &= \frac{N_{k\varepsilon}^2}{(1 + \Delta N)^2} \cdot [1 - e^{\lambda_2 \tau}] + \\
&+ \frac{N_{k\varepsilon}[N_{k\varepsilon+U} + 1]}{2[1 + \Delta N]} \cdot e^{\lambda_2 \tau} + \frac{N_{k\varepsilon}[1 - N_{k\varepsilon+U}]}{2[1 + \Delta N]} \cdot e^{\lambda_1 \tau}.
\end{aligned}$$

$$\tau \rightarrow \infty$$

$$K^{+-st} = K^{--st} \simeq (\frac{N_{k\varepsilon}}{1 + \Delta N})^2$$

# Управление нестационарными спин-поляризованными токами при туннелировании через андерсоновскую примесь

$$\hat{H} = \hat{H}_{imp} + \hat{H}_{res} + \hat{H}_{tun}$$

$$\hat{H}_{imp} = \sum_{\sigma} \varepsilon_1 \hat{n}_{1\sigma} + U \hat{n}_{1\sigma} \hat{n}_{1-\sigma},$$

$$\hat{H}_{res} = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k \hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma} + \sum_{p\sigma} (\varepsilon_p - eV) \hat{c}_{p\sigma}^+ \hat{c}_{p\sigma}$$

$$\hat{H}_{tun} = \sum_{k\sigma} t_k (\hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma} + \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}) + \sum_{p\sigma} t_p (\hat{c}_{p\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma} + \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{p\sigma}).$$

...

Обобщение кинетических уравнений для примеси, расположенной между берегами туннельного контакта при произвольной величине напряжения:

$$\frac{\partial \hat{n}_{1\sigma}}{\partial t} = -2\Gamma[\hat{n}_{1\sigma} - (1 - \hat{n}_{1-\sigma})\hat{N}_\varepsilon^T(t) - \hat{n}_{1-\sigma}\hat{N}_{\varepsilon+U}^T(t)],$$

$$\frac{\partial \hat{n}_{1-\sigma}}{\partial t} = -2\Gamma[\hat{n}_{1-\sigma} - (1 - \hat{n}_{1\sigma})\hat{N}_\varepsilon^T(t) - \hat{n}_{1\sigma}\hat{N}_{\varepsilon+U}^T(t)],$$

$$\hat{N}_\varepsilon^T(t) = \frac{\Gamma_k}{\Gamma} \cdot \hat{N}_{k\varepsilon}(t) + \frac{\Gamma_p}{\Gamma} \cdot \hat{N}_{p\varepsilon}(t),$$

$$\hat{N}_{\varepsilon+U}^T(t) = \frac{\Gamma_k}{\Gamma} \cdot \hat{N}_{k\varepsilon+U}(t) + \frac{\Gamma_p}{\Gamma} \cdot \hat{N}_{p\varepsilon+U}(t)$$

$$\hat{N}_{k(p)\varepsilon} = \frac{1}{2}i \cdot \int d\varepsilon_{k(p)} f_{k(p)}^\sigma(\varepsilon_{k(p)}) \times$$

$$\times \left[ \frac{1 - e^{i(\varepsilon_1 + i\tilde{\Gamma} - \varepsilon_{k(p)})t}}{\varepsilon_1 + i\tilde{\Gamma} - \varepsilon_{k(p)}} - \frac{1 - e^{-i(\varepsilon_1 - i\tilde{\Gamma} - \varepsilon_{k(p)})t}}{\varepsilon_1 - i\tilde{\Gamma} - \varepsilon_{k(p)}} \right],$$

$$\hat{N}_{k(p)\varepsilon+U}(t) = \frac{1}{2}i \cdot \int d\varepsilon_{k(p)} f_{k(p)}^\sigma(\varepsilon_{k(p)}) \times$$

$$\times \left[ \frac{1 - e^{i(\varepsilon_1 + U + i\tilde{\Gamma} - \varepsilon_{k(p)})t}}{\varepsilon_1 + U + i\tilde{\Gamma} - \varepsilon_{k(p)}} - \frac{1 - e^{-i(\varepsilon_1 + U - i\tilde{\Gamma} - \varepsilon_{k(p)})t}}{\varepsilon_1 + U - i\tilde{\Gamma} - \varepsilon_{k(p)}} \right].$$

## Стационарное состояние всегда парамагнитное

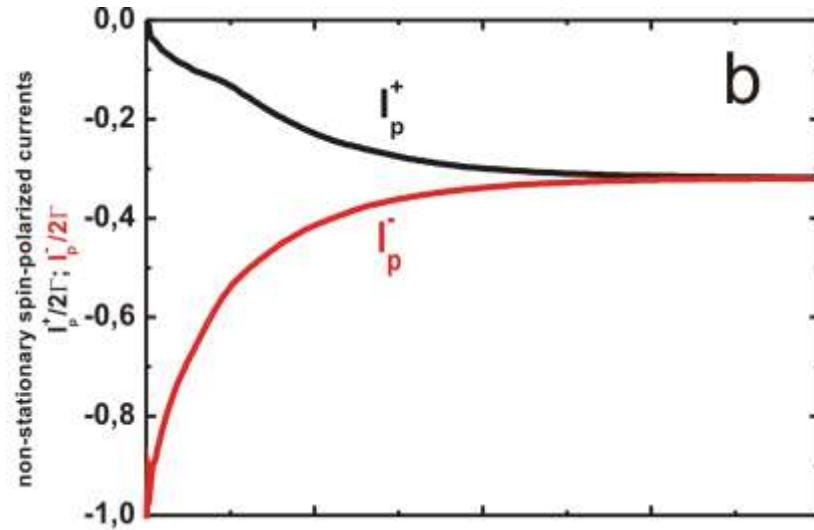
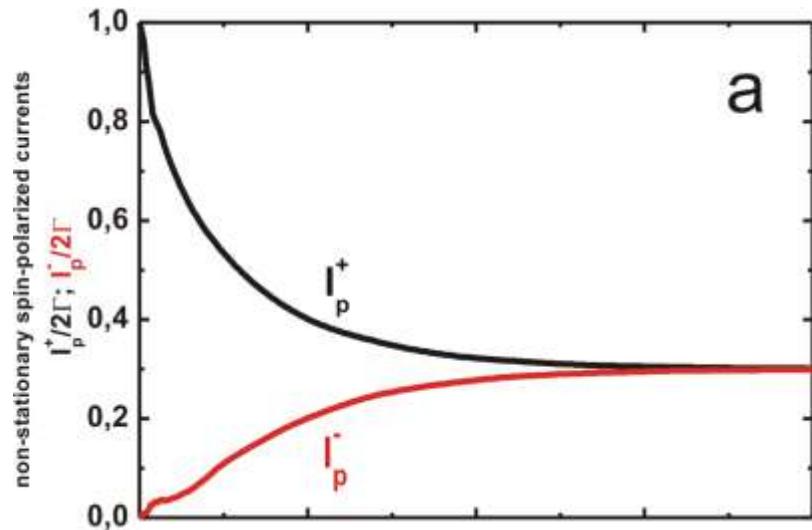
$$n_{1\sigma}^{stT} = n_{1-\sigma}^{stT} = \frac{N_\varepsilon^T}{1 + \Delta N^T}$$

Магнитные свойства проявляются в возникновении сильно различающихся масштабов временной эволюции для магнитного и немагнитного состояний

$$\lambda_{1,2}^T = -2\Gamma \cdot (1 \mp \Delta N^T)$$

Существование долго живущего магнитного момента – появление нестационарных спин-поляризованных токов в берегах контакта:

$$I_k^\pm(t) = -2\Gamma_k [n_{1\pm\sigma} - (1 - n_{1\mp\sigma})N_{k\varepsilon}(t) - n_{1\mp\sigma}N_{k\varepsilon+U}(t)],$$
$$I_p^\pm(t) = -2\Gamma_p [n_{1\pm\sigma} - (1 - n_{1\mp\sigma})N_{p\varepsilon}(t) - n_{1\mp\sigma}N_{p\varepsilon+U}(t)],$$

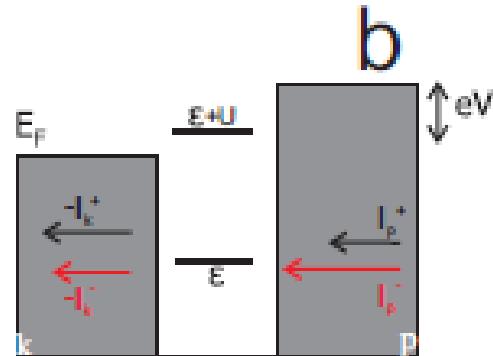
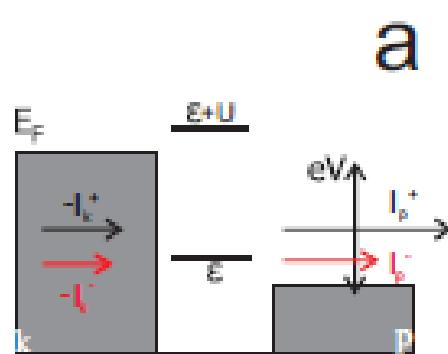


$$U/2\Gamma = 7.5$$

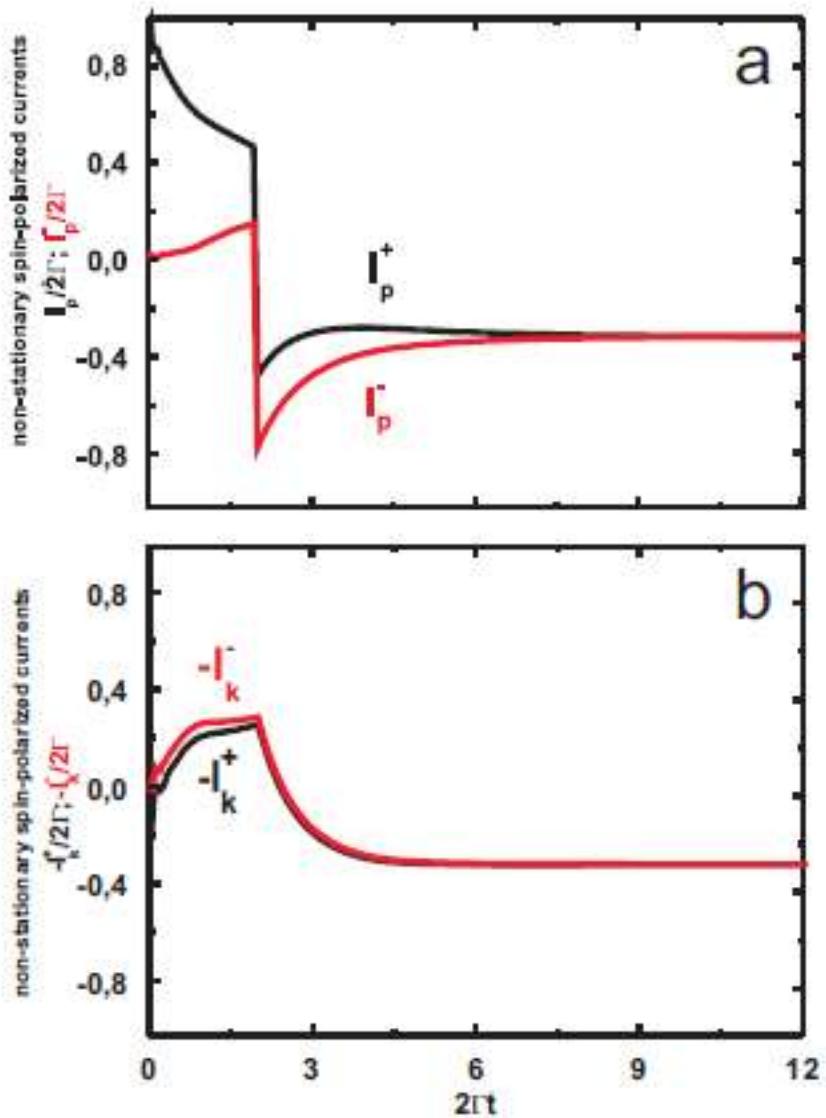
$$\varepsilon/2\Gamma = -2.5, eV/2\Gamma = -5.0$$

$$U/2\Gamma = 7.5$$

$$\varepsilon/2\Gamma = -2.5, eV/2\Gamma = 12.5$$

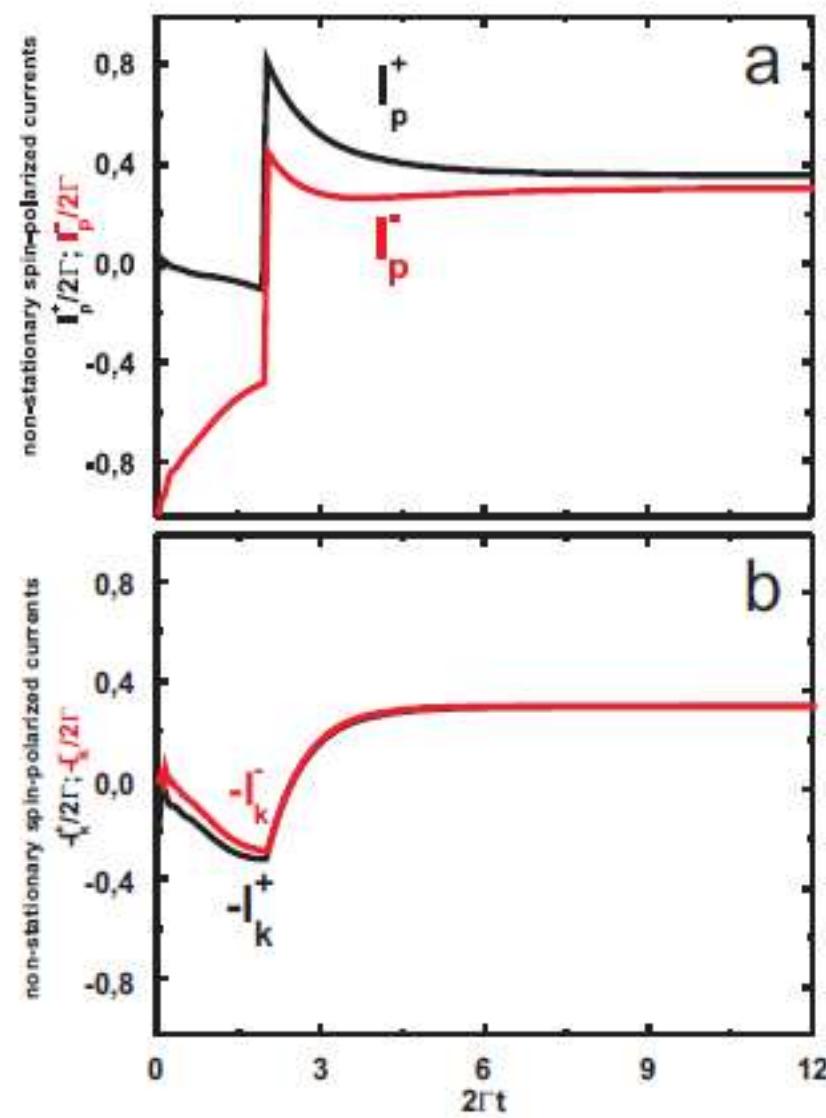


# Изменение направления и спиновой поляризации нестационарных токов с помощью приложенного напряжения



$$U/2\Gamma = 7.5, \varepsilon/2\Gamma = -2.5, eV/2\Gamma = -7.5$$

$t < t_0$



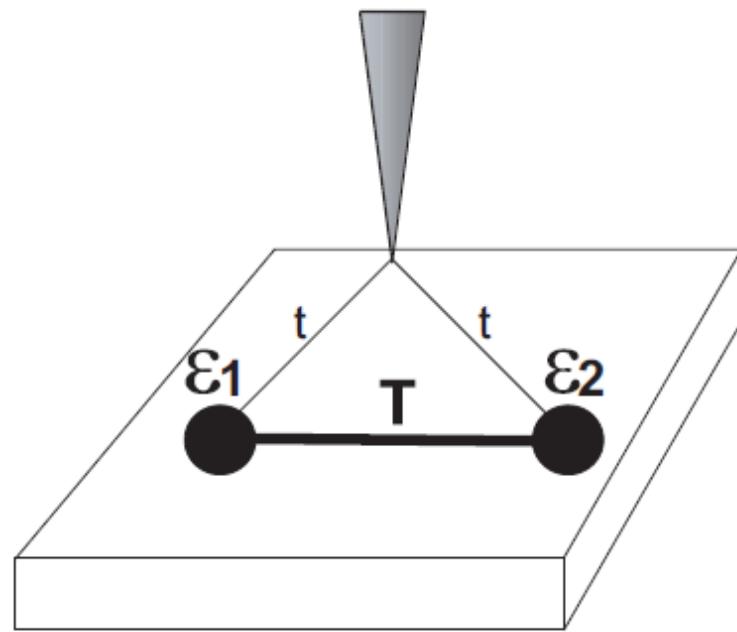
$$U/2\Gamma = 7.5, \varepsilon/2\Gamma = -2.5, eV/2\Gamma = 7.5$$

$t < t_0$

## Диагностика многочастичных электронных состояний

$$\hat{H} = \hat{H}_{dot} + \hat{H}_{res} + \hat{H}_{tun}$$

$$\hat{H}_{res} = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k \hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}$$



$$\hat{H}_{dot} = \sum_{l=1,2,\sigma} \varepsilon_l \hat{n}_{l\sigma} + \sum_{l=1,2,\sigma} U_l \hat{n}_{l\sigma} \hat{n}_{l-\sigma} + T (\hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{2\sigma} + \hat{c}_{2\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma})$$

$$\hat{H}_{tun} = \sum_{k\sigma} t_{k1} (\hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{1\sigma} + \hat{c}_{1\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma}) + \sum_{p\sigma} t_{k2} (\hat{c}_{k\sigma}^+ \hat{c}_{2\sigma} + \hat{c}_{2\sigma}^+ \hat{c}_{k\sigma})$$

# Волновые функции и энергии одноэлектронных и многоэлектронных состояний

Одночастичные состояния

$$\Psi_i^\sigma = \mu_i \cdot |0\uparrow\rangle|00\rangle + \nu_i \cdot |00\rangle|0\uparrow\rangle$$

i=a,s

$$\varepsilon_{a(s)} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4} + T^2}$$

Двухчастичные состояния

с противоположными спинами

$$T_0, S_0, T_0^*, S_0^*$$

$$\Psi_j^{\sigma-\sigma} = \alpha_j \cdot |\uparrow\downarrow\rangle|00\rangle + \beta_k \cdot |\downarrow 0\rangle|0\uparrow\rangle + \gamma_j \cdot |0\uparrow\rangle|\downarrow 0\rangle + \delta_j \cdot |00\rangle|\uparrow\downarrow\rangle.$$

Двухчастичные состояния с одинаковыми спинами  $T^+$ ,  $T^-$

Трехчастичные состояния

$$\Psi_m^{\sigma\sigma-\sigma} = p_m |\uparrow\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + q_m |\uparrow\rangle|\uparrow\downarrow\rangle$$
$$m = \pm 1$$

$$\varepsilon_m = \frac{3\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2 + U_1 + U_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(3\varepsilon_1 + 3\varepsilon_2 + U_1 + U_2)^2}{4} + T^2}$$

Четырехчастичные состояния

$$\Psi_n = |\uparrow\downarrow\rangle|\uparrow\downarrow\rangle$$

**Вспомогательные псевдо частицы**

$$f_{i\sigma}^+ |0\rangle \longrightarrow (\mu_i c_{1\sigma}^+ + \nu_i c_{2\sigma}^+) |0\rangle$$

$$d_j^{+\sigma-\sigma} |0\rangle \longrightarrow (\alpha_j c_{1\sigma}^+ c_{1-\sigma}^+ + \beta_j c_{1\sigma}^+ c_{2-\sigma}^+ + \gamma_j c_{1-\sigma}^+ c_{2\sigma}^+ + \delta_j c_{2\sigma}^+ c_{2-\sigma}^+) |0\rangle$$

$$d_j^{+\sigma\sigma} |0\rangle \longrightarrow c_{1\sigma}^+ c_{2\sigma}^+ |0\rangle$$

$$\hat{n}_b + \sum_{i\sigma} \hat{n}_{fi\sigma} + \sum_{j\sigma\sigma'} \hat{n}_{dj}^{\sigma\sigma'} + \sum_{m\sigma} \hat{n}_{\psi m\sigma} + \hat{n}_\psi = 1$$

$$\psi_m^{+\sigma\sigma-\sigma} |0\rangle \longrightarrow (p_m c_{2\sigma}^+ c_{1\sigma}^+ c_{1-\sigma}^+ + q_m c_{1\sigma}^+ c_{2\sigma}^+ c_{2-\sigma}^+) |0\rangle$$

$$\varphi^+ |0\rangle \longrightarrow (c_{1\sigma}^+ c_{1-\sigma}^+ c_{2\sigma}^+ c_{2-\sigma}^+) |0\rangle$$

Электронный оператор можно представить в виде комбинации псевдо частичных операторов

$$\begin{aligned}
 c_{\sigma l}^+ = & \sum_i \Phi_i^{\sigma l} f_{\sigma i}^+ b + \sum_{j,i} \Phi_{ji}^{\sigma-\sigma l} d_j^{+\sigma-\sigma} f_{i-\sigma} + & (1) \\
 & + \sum_i \Phi_i^{\sigma\sigma l} d^{+\sigma\sigma} f_{i\sigma} + \sum_{m,j} \Phi_{mj}^{\sigma\sigma-\sigma l} \psi_{m-\sigma}^+ d_j^{\sigma-\sigma} + \\
 & + \sum_m \Phi_m^{\sigma-\sigma-\sigma l} \psi_{m\sigma}^+ d^{-\sigma-\sigma} + \sum_m \Phi_m^{\sigma-\sigma-\sigma l} \varphi^+ \psi_{m\sigma} & l=1,2
 \end{aligned}$$

## Матричные элементы для переходов между состояниями с различным числом электронов

Между состоянием без частиц и состояниями с одним электроном

$$\Phi_i^\sigma = \sum_{l=1,2} \Phi_i^{\sigma l} = \sum_{l=1,2} \langle \Psi_i^\sigma | c_{\sigma l}^+ | 0 \rangle = \mu_i + \nu_i$$

Между состояниями с одним электроном и состояниями с двумя электронами

$$\begin{aligned} \Phi_{ji}^{\sigma-\sigma} &= \sum_{l=1,2} \Phi_{ji}^{\sigma-\sigma l} = \sum_{l=1,2} \langle \Psi_j^{\sigma-\sigma} | c_{\sigma l}^+ | \Psi_i^{-\sigma} \rangle \\ &= \alpha_j \mu_i + \beta_j \nu_i + \delta_j \nu_i + \gamma_j \mu_i \end{aligned}$$

$$\Phi_{ji}^{\sigma\sigma} = \sum_{l=1,2} \Phi_{ji}^{\sigma\sigma l} = \sum_{l=1,2} \langle \Psi_j^{\sigma\sigma} | c_{\sigma l}^+ | \Psi_i^\sigma \rangle = \mu_i + \nu_i$$

Между состояниями с двумя электронами и состояниями с тремя электронами

$$\begin{aligned}\Phi_{mj}^{\sigma\sigma-\sigma} &= \sum_{l=1,2} \Phi_{mj}^{\sigma\sigma-\sigma l} = \sum_{l=1,2} \langle \Psi_m^{\sigma\sigma-\sigma} | c_{\sigma l}^+ | \Psi_j^{\sigma-\sigma} \rangle = \\ &= p_m \gamma_j + q_m \delta_j + p_m \alpha_j + q_m \beta_j\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi_{mj}^{\sigma-\sigma-\sigma} &= \sum_{l=1,2} \Phi_{mj}^{\sigma-\sigma-\sigma l} = \sum_{l=1,2} \langle \Psi_m^{\sigma-\sigma-\sigma} | c_{\sigma l}^+ | \Psi_j^{-\sigma-\sigma} \rangle \\ &= p_m + q_m.\end{aligned}\quad ($$

Между состояниями с тремя электронами и состоянием с четырьмя электронами

$$\begin{aligned}\Phi_m^{\sigma-\sigma-\sigma} &= \sum_{l=1,2} \Phi_m^{\sigma-\sigma-\sigma l} = \sum_{l=1,2} \langle \Psi_l^{\sigma\sigma-\sigma-\sigma} | c_{\sigma l}^+ | \Psi_m^{\sigma-\sigma-\sigma} \rangle \\ &= p_m + q_m.\end{aligned}\quad ($$

## Включение взаимодействия с пустым резервуаром в начальный момент времени

### Система нестационарных уравнений для псевдо частичных чисел заполнения

$$\frac{\partial N_{dj}^{\sigma-\sigma}}{\partial t} = - \sum_{i,\sigma} \lambda_{ji} \cdot N_{dj}^{\sigma-\sigma}$$

$$\frac{\partial N_i^\sigma}{\partial t} = \sum_j \lambda_{ji} \cdot N_{dj}^{\sigma-\sigma} - \lambda_i \cdot N_i^\sigma + \lambda_{ji}^{\sigma\sigma} \cdot N_{dj}^{\sigma\sigma}$$

$$\frac{\partial N_b}{\partial t} = \sum_{i,\sigma} \lambda_i \cdot N_i^\sigma$$

$$\text{где } \frac{\partial N_{dj}^{\sigma\sigma}}{\partial t} = - \sum_i \lambda_{ji}^{\sigma\sigma} \cdot N_{dj}^{\sigma\sigma} \quad \lambda = \sum_i \lambda_{ji}$$

$$\lambda_i = 2\Gamma \cdot |\nu_i + \mu_i|^2,$$

$$\lambda_{ji} = 2\Gamma \cdot |\alpha_j \mu_i + \beta_j \nu_i + \gamma_j \mu_i + \delta_j \nu_i|^2,$$

$$\lambda_{ji}^{\sigma\sigma} = 2\Gamma \cdot |\nu_i + \mu_i|^2,$$

## Характерные временные масштабы

Для релаксации из  
одноэлектронных  
состояний

$$\lambda_s = 2\gamma \cdot |\nu_s + \mu_s|^2,$$

$$\lambda_a \sim \frac{\Delta\epsilon^2}{T^2} \cdot \lambda_s.$$

Для релаксации из  
двуэлектронных  
состояний

$$\lambda_{T^0 s} = \frac{1}{2} \cdot \lambda_a, \quad \lambda_{T_S^\pm} = \lambda_s$$

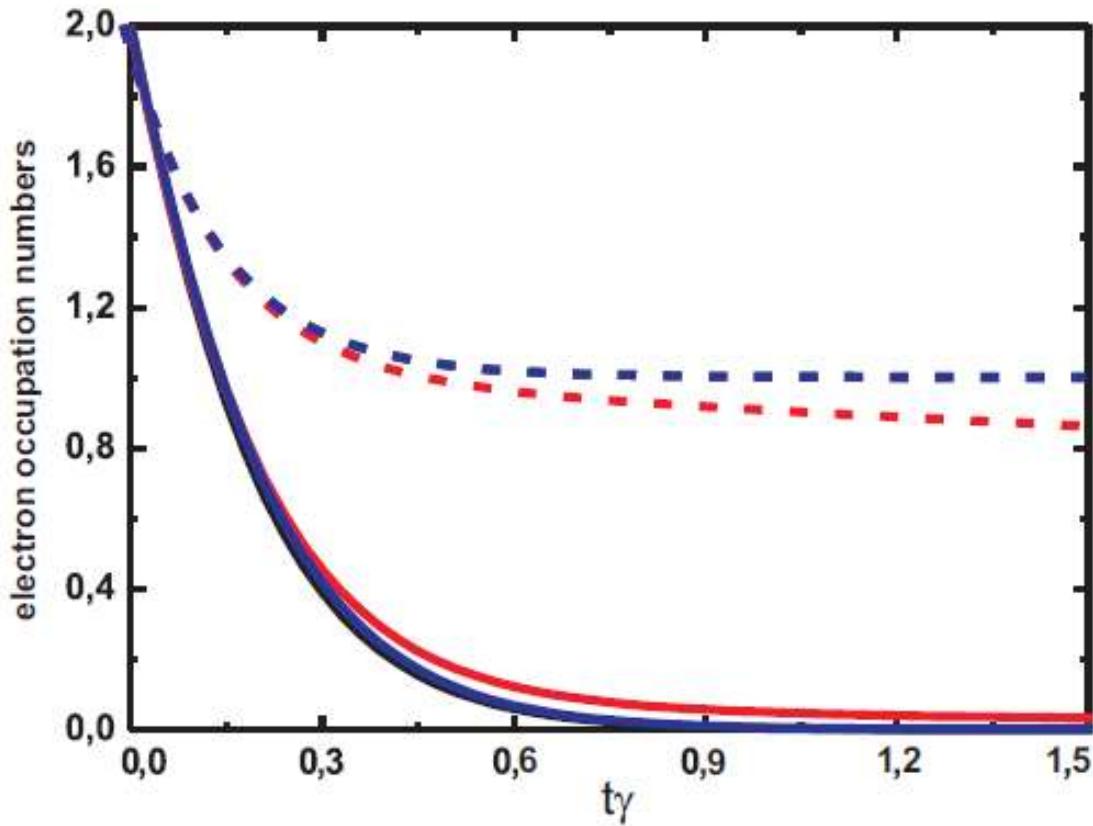
$$\lambda_{T^0 a} = \frac{1}{2} \cdot \lambda_s, \quad \lambda_{T_a^\pm} = \lambda_a$$

$$\lambda_{S^0 s} = |\alpha + \beta|^2 \cdot \lambda_s,$$

$$\lambda_{S^0 a} = |\alpha + \beta|^2 \cdot \lambda_a.$$

## Изменение полного числа электронов

$$\begin{aligned} N_{el}(t) &= 2 \cdot N_{dj}^{\sigma-\sigma}(t) + \sum_{\sigma} N_a^{\sigma}(t) + \sum_{\sigma} N_s^{\sigma}(t) = \\ &= 2e^{-2\lambda t} + 2 \sum_{i=a,s} \frac{\lambda_{ji}}{2\lambda - \lambda_i} \cdot (e^{-\lambda_i t} - e^{-2\lambda t}) \\ j = T_o, S_0 \quad \lambda &= \sum_i \lambda_{ij} \end{aligned}$$



Красные сплошная  
и пунктирная линии

$$\varepsilon_1/\gamma = 7.4, \varepsilon_2/\gamma = 7$$

Черные сплошная  
и пунктирная линии

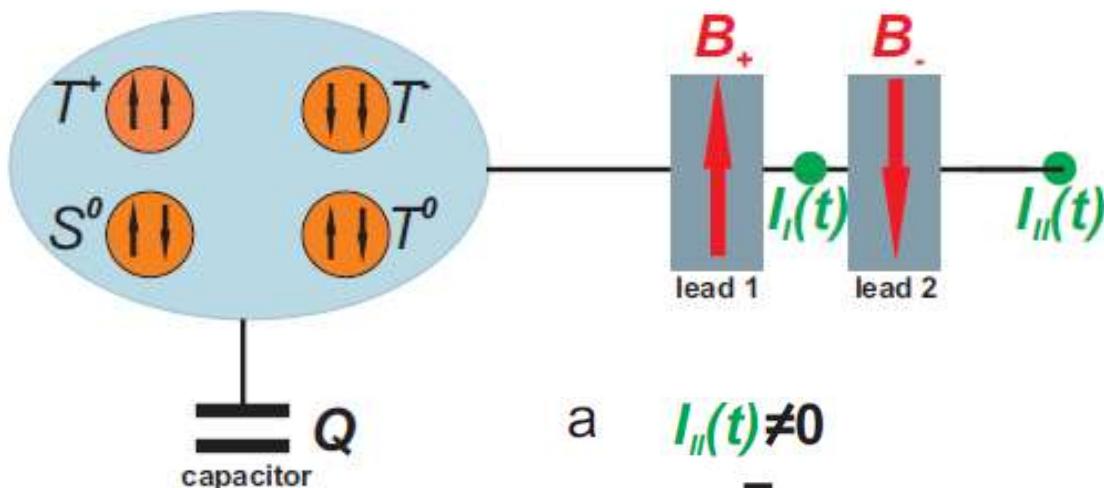
$$U_1/\gamma = U_2/\gamma = 20$$

Синие сплошная  
и пунктирная линии

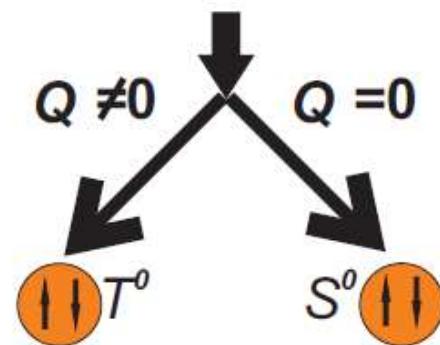
$$\varepsilon_1/\gamma = \varepsilon_2/\gamma = 7$$

$$U_1/\gamma = 21, U_2/\gamma = 20$$

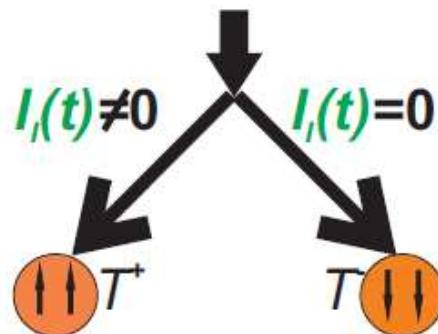
$$U_1/\gamma = U_2/\gamma = 20$$



a  $I_u(t) \neq 0$



b  $I_u(t) = 0$



- Магнитные свойства в одноуровневой модели Андерсона проявляются только в поведении нестационарных характеристик и корреляционных функций высших порядков.
- При одних и тех же параметрах системы характерные времена жизни магнитных и парамагнитных состояний различны. Время жизни магнитного момента может сильно превышать характерное время релаксации заряда в парамагнитном случае.
- На больших временах затухание корреляционных функций определяется временем жизни магнитного момента.
- При туннелировании через одноуровневую андерсоновскую примесь в берегах контакта возникают нестационарные спин-поляризованные токи, направлением и поляризацией которых можно управлять, изменяя приложенное напряжение.
- Предложен способ диагностики двухэлектронных перепутанных состояний с различной спиновой конфигурацией в связанных квантовых точках, основанный на анализе нестационарных токов и контроле за динамикой локализованного заряда.